МАТЕМАТИКА 2 V домаћи (1.група)

1.Наћи област дефинисаности дате функције:

а) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^3}{x-2}}$, б) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\log_2(x^2+2x-3)}$, в) $f(x)=\sqrt{3-x}+\arcsin\dfrac{3-2x}{5}$.

* Израчунати (без коришћења Лопиталовог правила) :

2. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2x^2-11x-21}{x^2-9x+14}$, 3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{7+2x-x^2}-\sqrt{1+x+x^2}}{2x-x^2}$, 4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-x}{\sqrt{4x^2+3}-2x}$,

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+4x}-\sqrt[3]{x^3-3x^2+4}\right)$, 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg4x}{\sin x}$, 7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2x}{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}$,

8. $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(\cos\dfrac{1}{x}-\cos\dfrac{3}{x}\right)$, 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{2x+1}\right)^x$, 10. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+3x^2\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$,

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x^2}-1}{\sin^2 x}$, 12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{\ln(3x+1)}$, 13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-1-\sin x}{\ln(1+x)}$,

14. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+ctgx)^{tgx}$, 15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$.

16*.Коришћењем еквивалентних бесконачно малих израчунати :

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+x+x^2\right)+\ln\left(1-x+x^2\right)}{x^2}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{ax}-\cos ax}{e^{bx}-\cos bx}$.

17*.Ордедити $a,b\in R$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна на R :

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1+x}{1+x^3}, & x\neq -1\\ a, & x=-1\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}(\pi+2x)tgx, & x\in\left(-\pi,-\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)\\ b, & x=-\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}ax^2+b, & |x|<1\\ \dfrac{1}{|x|}, & |x|\geq 1\end{cases}$. $-1<x<1$ $x\geq 1$ $x\leq -1$

$\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{1}{|x|}$

МАТЕМАТИКА 2 V домаћи (4.група)

1.Наћи област дефинисаности дате функције:

а) $f(x)=\ln(1-\log_{10}(x^2-5x+16))$, б) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{\ln(6-3x)}$, в) $f(x)=\arcsin\dfrac{1-x}{1-2x}$.

* Израчунати (без коришћења Лопиталовог правила) :

2. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{3}{1-x^3}+\dfrac{1}{x-1}\right)$ 3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sqrt{x^2+x+1}-2-x}{x^2}$ 4. $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(\sqrt{x^4+x^2\sqrt{x^4+1}}-\sqrt{2x^4}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt[3]{9+x}+x+7}{\sqrt[3]{15+2x}+1}$, 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sin 6x-\sin 7x}$, 7. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{\pi^2-x^2}$,

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2\sin 3x}-\sqrt{1-4\sin 5x}}{\sin 6x}$, 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+4}{x^2-4}\right)^{x^2}$, 10. $\lim\limits_{x\to0}\left(x+e^x\right)^{\frac{1}{x}}$,

11. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{3x}-e^{2x}}{tgx}$, 12. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-3^x}{e^{2x}-1}$, 13. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2 5x+\sqrt[4]{1+x^2}-1}{\ln(1+3x^2)}$,

14. $\lim\limits_{x\to0}(\cos 6x)^{ctg^2 x}$, 15. $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\ln\cos\dfrac{\pi}{x}$.

16*.Коришћењем еквивалентних бесконачно малих израчунати :

а) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos x)}{\sqrt[4]{1+x^2}-1}$, б) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin ax-\cos ax}$.

17*.Одредити $a,b\in R$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна на R :

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{5x^2-3x}{2x}, & x\neq0\\ a, & x=0\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}2^{\frac{1}{x-1}}, & x<1\\ a^2x^2+ax+\dfrac{1}{4}, & x\geq1\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\cos\frac{x}{2}}{\sin x}, & x\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right)\cup(0,\pi)\cup\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right]\\ a, & x=0\\ b, & x=\pi\end{cases}$.

МАТЕМАТИКА 2 V домаћи (2.група)

1.Наћи област дефинисаности дате функције:

а) $f(x)=\sqrt{x^2-|x|+2}$, б) $f(x)=\sqrt{\log_3 \dfrac{2x-3}{x-1}}$, в) $f(x)=\arcsin(2\cos x)$.

* Израчунати (без коришћења Лопиталовог правила) :

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-2x+1}{x^8-2x+1}$, 3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^4+2x^2-1}-\sqrt{x^4-2x^2-1}\right)$, 4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$,

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+2x}-\sqrt[3]{8-2x}}{x}$, 6. $\lim\limits_{x\to 0} x\,ctg 5x$, 7. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\sin 2x\sin x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)$,

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos 4x}-\sqrt[3]{\cos 5x}}{1-\cos 3x}$, 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x-4}\right)^{\frac{x+1}{3}}$, 10. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x+\sin x)^{\frac{1}{x^2}}$,

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos x}{\sin^2 x}$, 12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{10^x-1}{2^x-1}$, 13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+x^2}-1}{\ln(1+3x^2)}$,

14. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{tg^2 x}$, 15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x^3-1}{\sin^6 2x}$.

16*.Коришћењем еквивалентних бесконачно малих израчунати :

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[16]{1+\sin x}-1}{tgx}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$.

17*.Oрдедити $a,b\in R$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна на R :

а) $f(x)=\begin{cases}\cos x\,, & x\le 0\\ a(x-2), & x>0\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1+x}}{x}, & x\ne 0\\ a, & x=0\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-1)^2}{x^2-1}, & |x|\ne 1\\ a, & x=-1\\ b, & x=1\end{cases}$.

МАТЕМАТИКА 2 III домаћи (4.група)

1. Испитати конвергенцију реда (поредбени критеријум):

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)^3-(n-1)^3}{(2n+1)^4-(n-1)^4}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3+3n^2-5}{n\cdot\sqrt[5]{n^{16}+n^2+1}}$. 3) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n^2+1)\ln n}$.

4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3}{n(\sqrt{2n-1}-\sqrt{2n+1})}$, 5) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln(n^2+4n)-2\ln n}{\sqrt{n}}$

2. Испитати конвергенцију реда (Даламберов критеријум):

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^3 3^n}$, 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$.

4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2\cdot5\cdot8\cdots(3n-1)}{1\cdot6\cdot11\cdots(5n-4)}$, 5) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{100\cdot103\cdots(97+3n)}{(2n+1)!!}$.

3.* Испитати конвергенцију реда у зависности од параметра $p\in R$:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n^2+1)^p\sqrt{n}}{(2n^p)^4}$, 2) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{(n+1)^p}$, 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^p+2}-\sqrt[3]{n^p-2}}{(\sqrt{n}+2)^p}$.

4.* Испитати конвергенцију реда у зависности од параметра $p\in R$:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4\cdot7\cdot10\cdots(3n+4)}{3^{pn}(3n)!}$, $p\neq-2$. 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\ln\frac{2n+1}{2n-1}$.

МАТЕМАТИКА 2 IV домаћи (4.група)

1. Испитати конвергенцију реда (Кошијев критеријум):

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{7^n+n^2}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\left(\frac{3n-2}{n+5}\right)^n$, 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+5}{n^2+7}\right)^{n^2(n-1)}$, 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^{-n}\left(\frac{2n+3}{2n}\right)^{n^2}$.

2. Испитати конвергенцију реда (алтернативни редови):

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+3}{\sqrt{n^3+3n}}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+3)}{\sqrt{n^2+n}-n}$, 3) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2+3}{2^n+1}$, 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}(n+1)}{\sqrt[3]{n^5+2}}$.

3.* Испитати конвергенцију реда у зависности од параметра $a\in R$:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2-an}{3n^2+2n+1}\right)^{n(n+1)}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(a^2-5)^n n}{n^2+2}$, 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{a^n(5^n+1)}$.

4.* Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда у зависности од параметра $p\in R$: 1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n^p}{n^2+2}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(n^2+4n)^p}{\sqrt[3]{n+1}}$.

5.** Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{a-2}{3}\right)^n}{(\sqrt[3]{n+3})^p}$ у зависности од $a,p\in R$.

МАТЕМАТИКА 2 II домаћи (4.група)

1.За низ (a_n) одредити : тачке нагомилавања , $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}(a_n)$ и $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}}(a_n)$.

а) $a_n = \dfrac{(-1)^{n-1}\sqrt{n}}{3-2\sqrt{n-1}} - \dfrac{3-2(-1)^n}{3}$,б) $a_n = \left(\dfrac{3n^2+2n}{3n^2}\right)^n \cdot \cos\dfrac{n\pi}{2}$, в) $a_n = \dfrac{2n-5}{6-n}\sin\dfrac{n\pi}{3}$.

2.Дат је низ (a_n) ,где је $a_n = (-1)^n \dfrac{A(n+1)^2}{4n^2-n} + \left|\sin\dfrac{n\pi}{2}\right|$, $A \in R$.

а)Одредити све тачке нагомилавања датог низа.

б)Одредити вредност параметра A тако да низ (a_n) буде конвергентан.

3.*Дат је низ (a_n) ,где је $a_n = \dfrac{An^{(-1)^n}}{2n+1} + B\cos(n+1)\pi$, $A, B \in R$.

а)Одредити све тачке нагомилавања датог низа.

б)Одредити све релације између параметара A и B за које је низ (a_n) конвергентан.

Доказати да је низ (a_n) ,дефинисан са :

4. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{3a_n+4}{a_n+6}$, $n \in N$, 5. $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(a_n + \dfrac{5}{a_n}\right)$, $n \in N$,

6. $a_1 = \dfrac{1}{4}$, $a_{n+1} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{a_n^{\ 2}}{2}$, $n \in N$,

конвергентан и наћи $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)$.

7.* Дат је низ (a_n) ,дефинисан са : $a_1 = \sqrt{6}$, $a_{n+1} = \sqrt{6+a_n}$, $n \in N$:

а)Доказати да је дати низ конвергентан и наћи $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)$.

б)Одредити тачке нагомилавања низа $b_n = \cos\dfrac{n\pi}{4} \cdot a_n$, $n \in N$.

МАТЕМАТИКА 2 I домаћи (4.група)

Израчунати граничне вредности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^2+3n+4)^3-(n^2+3n-4)^3}{(n^2+5n+6)^3-(n^2+5n-6)^3}$, 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}\right)$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^3+1}-n\sqrt{n}}$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt[3]{n^3+2n^2}-n)$, 5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3-2n^2}{n^3+2n^2+3n}\right)^{2n^2-3n}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}3^n(\ln(3^n+4)-\ln(3^n-2))$, 7) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{5+2^n}$, 8) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{2^n+3^n}{n+5^n}}$,

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-5)^n+2\cdot 3^n}{3^{n+1}-2\cdot(-5)^{n+1}}$, 10) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2(2^n+n!)}{3^n+(n+2)!}$. 11)* $\lim\limits_{n\to\infty}n^{\frac{3}{2}}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}-2\sqrt{n})$

12)* $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt[5]{n^5+1}}+\dfrac{1}{\sqrt[5]{n^5+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt[5]{n^5+n}}\right)$.

МАТЕМАТИКА 2 I домаћи (3.група)

Израчунати граничне вредности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n^2+1)^2-(n^2-1)^2}$, 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n(\sqrt{4n+5}-\sqrt{4n-3})}{\sqrt{4n-2}}$,3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{3n+2}-\sqrt{3n-1}}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}$

4) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt[3]{8n+2}-\sqrt[3]{8n-2})n^{\frac{2}{3}}$,5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-2}{n^2+2n-3}\right)^n$,6) $\lim\limits_{n\to\infty}n(\ln(2^n+3)-\ln(2^n+1))$

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{7^n+5^n}$, 8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{27}-1}{\sqrt[n]{3}-1}$, 9) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4\cdot 3^{n+1}-5\cdot 2^{n+1}}{3\cdot 2^n-2\cdot 3^n}$,

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{\frac{n}{2}}+(n+1)!}{n(3^n+n!)}$, 11)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n}-\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}}$,

12)* $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+101n}}\right)$.

МАТЕМАТИКА 2 II домаћи (2.група)

1.За низ (a_n) одредити : тачке нагомилавања , $\overline{\lim_{n\to\infty}}(a_n)$ и $\underline{\lim_{n\to\infty}}(a_n)$.

а) $a_n = \dfrac{(-1)^n n}{2-5n} + \dfrac{2-(-1)^{n-1}}{3}$,б) $a_n = (-1)^n \left(\dfrac{2n+1}{2n-1}\right)^{3n} - \cos n\pi$, в) $a_n = \dfrac{2-n}{5n-1} \sin \dfrac{n\pi}{4}$.

2.Дат је низ (a_n) ,где је $a_n = \left(\dfrac{3n+1}{3n-1}\right)^n + A\cos\dfrac{n\pi}{2}$, $A \in R$.

а)Одредити све тачке нагомилавања датог низа.

б)Одредити вредност параметра A тако да низ (a_n) буде конвергентан.

3.*Дат је низ (a_n) ,где је $a_n = A\dfrac{(-1)^n n}{n+1} + B\sin\dfrac{n\pi}{2}$, $A, B \in R$.

а)Одредити све тачке нагомилавања датог низа.

б)Одредити вредности параметара A и B тако да низ (a_n) буде конвергентан.

Доказати да је низ (a_n) ,дефинисан са :

4. $a_1 = \dfrac{1}{2}$, $a_{n+1} = a_n^3 - 2a_n^2 + a_n$, $n \in N$, 5. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{a_n^2}{2a_n - 1}$, $n \in N$,

6. $a_1 = \sqrt{5}$, $a_{n+1} = \sqrt{5 + a_n}$, $n \in N$,

конвергентан и наћи $\lim_{n\to\infty}(a_n)$.

7.* Дат је низ (a_n) ,дефинисан са : $a_1 = 6$, $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(a_n + \dfrac{6}{a_n}\right)$, $n \in N$.

а)Доказати да је дати низ конвергентан и наћи $\lim_{n\to\infty}(a_n)$.

б)Одредити тачке нагомилавања низа $b_n = \cos\dfrac{n\pi}{3} \cdot a_n$, $n \in N$.

МАТЕМАТИКА 2 VII домаћи (1.група)

1.Апроксимирати функцију $f(x)=x\sqrt{1+x}$ Маклореновим полиномом четвртог степена и проценити грешку за $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$.

2.Функцију $f(x)=\sin 2x\sin x$ апроксимирати Маклореновим полиномом четвртог степена и проценити грешку за $|x|\leq\frac{1}{10}$.

3.Функцију $f(x)=\frac{x^2+2x+4}{x+1}+\ln(x+1)^2$ апроксимирати Маклореновим полиномом другог степена и показати да се за $|x|\leq\frac{1}{10}$ прави грешка мања од $4\cdot10^{-3}$.

4.Апроксимирати функцију $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ Тејлоровим полиномом трећег степена у околини тачке $x_0=2$ и проценити грешку за $x\in[1{,}8;2{,}2]$.

5.Функцију $f(x)=\frac{\ln x}{x\sqrt{x}}$ апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x_0=1$,па показати да је за $x\in\left[1,\frac{11}{10}\right]$, $|R_2(x)|<3\cdot10^{-3}$.

6.Апроксимирати функцију $f(x)=\sqrt[3]{1+x}$ Маклореновим полиномом тако да за $x\in\left[0,\frac{1}{5}\right]$ грешка апроксимације буде мања од 10^{-4} .

МАТЕМАТИКА 2 VI домаћи (3.група)

1.* Одредити параметре $a, b \in R$,тако да функција $f(x)$ буде диференцијабилна на R :

а) $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & , \quad x \le 1 \\ a(x-1)(x-2)(x-b) & , \quad 1 < x < 2 \\ \frac{x}{2} - 1 & , \quad x \ge 2 \end{cases}$, б) $f(x) = \begin{cases} ax+b & , \quad x < 0 \\ a\cos x + b\sin x & , \quad x \ge 0 \end{cases}$.

* Израчунати $f'(x)$ датих функција (средити израз) :

2. $f(x) = tg^2 x + \ln\cos^2 x$, 3. $f(x) = \frac{1}{2} arctg\frac{x}{2} - \frac{1}{3} arctg\frac{x}{3}$,

4. $f(x) = \ln tg\frac{x}{2} - \cos x \ln tgx$, 5. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln\left(\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{4}{\sqrt{3}} arctg\frac{x}{\sqrt{3}}$,

6. $f(x) = x - \ln\sqrt{1+e^{2x}} + e^{-x} arctge^{x}$, 7. $f(x) = \ln\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$, 8. $f(x) = x^{x^2}$.

* Израчунати $f'(x)$ и $f''(x)$ датих функција (средити израз) :

12. $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x-1}}$, 13. $f(x) = (2x - \frac{5}{6})e^{\frac{3}{x}}$, 14. $f(x) = x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$,

15. $f(x) = \frac{x^2-4}{\sqrt{x^2-1}}$, 16. $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3-4}}$, 17. $f(x) = \ln\frac{x-1}{x^2+3}$,

18. $f(x) = \frac{\ln^2 x}{\ln x - 1}$, 19. $f(x) = arctg\frac{x^2+1}{x^2-1}$.

* Израчунати граничне вредности,користећи Лопиталово правило:

21. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tgx - x}{\arcsin x - \ln(1+x)}$, 22. $\lim\limits_{x\to 0+} \frac{\ln(1-\cos x)}{\ln tgx}$, 23. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{xarctgx} - \frac{1}{x^2}\right)$,

24. $\lim\limits_{x\to 0+}\left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$, 25. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2}{\pi}\arccos x\right)^{\frac{1}{x}}$.

МАТЕМАТИКА 2 VI домаћи (1.група)

1.* Одредити параметре $a,b \in R$,тако да функција $f(x)$ буде диференцијабилна на R:

а) $f(x)=\begin{cases} ax+b & , \ x\le 1 \\ x^2 & , \ x>1 \end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2^{\frac{1}{x-1}}+a}{2^{\frac{1}{x-1}}+3}(x-1) & , \quad x\ne 1 \\ b & , \quad x=1 \end{cases}$.

* Израчунати $f'(x)$ датих функција (средити израз) :

2. $f(x)=\sqrt{2x^2+\sqrt{x^2+1}}$, 3. $f(x)=ctgx^2-\frac{1}{3}tg^3 2x$, 4. $f(x)=(\cos x)^{\sin x}$,

5. $f(x)=\ln\left(\frac{x+3}{x+2}\right)^2-\frac{2x+5}{(x+2)(x+3)}$, 6. $f(x)=\ln\ln\ln x^2$,

7. $f(x)=\ln\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}\cos x}{\sqrt{3}+\sqrt{2}\cos x}$, 8. $f(x)=x+ctgx\ln(1+\sin x)-\ln tg\frac{x}{2}$.

* Израчунати $f'(x)$ и $f''(x)$ датих функција (средити израз) :

9. $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x+1}}$, 10. $f(x)=xe^{\frac{1-x}{x^2}}$, 11. $f(x)=\sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$,

12. $f(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-x-2}}$, 13. $f(x)=\sqrt[3]{x^2-x^3}$, 14. $f(x)=\ln\frac{x+1}{x^2+x+1}$,

15. $f(x)=\ln(e^{2x}-3e^x+3)$, 16. $f(x)=arctg\frac{x-2}{x+1}$.

* Израчунати граничне вредности,користећи Лопиталово правило:

17. $\lim\limits_{x\to 0+}\frac{\ln x}{\ln\sin x}$, 18. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\arcsin x}\right)$, 19. $\lim\limits_{x\to 0+}(1+x)^{\ln x}$,

20. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\arcsin x^2}{x\cos x-\sin x}$, 21. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(tgx)^{tg 2x}$.

МАТЕМАТИКА 2 V домаћи (2.група)

1.Наћи област дефинисаности дате функције:

а) $f(x)=\sqrt{x^2-|x|-2}$, б) $f(x)=\sqrt{\log_3\dfrac{2x-3}{x-1}}$, в) $f(x)=\arcsin(2\cos x)$.

* Израчунати (без коришћења Лопиталовог правила) :

2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-2x+1}{x^8-2x+1}$, 3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^4+2x^2-1}-\sqrt{x^4-2x^2-1}\right)$, 4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$,

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{8+2x}-\sqrt[3]{8-2x}}{x}$, 6. $\lim\limits_{x\to0}x\,\mathrm{ctg}\,5x$, 7. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{2}{\sin 2x\sin x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)$,

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos 4x}-\sqrt[3]{\cos 5x}}{1-\cos 3x}$, 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x-4}\right)^{\frac{x+1}{3}}$, 10. $\lim\limits_{x\to0}(\cos x+\sin x)^{\frac{1}{x^2}}$,

11. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-\cos x}{\sin^2 x}$, 12. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{10^x-1}{2^x-1}$, 13. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[5]{1+x^2}-1}{\ln(1+3x^2)}$,

14. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\mathrm{tg}^2 x}$, 15. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 3x^3-1}{\sin^6 2x}$.

16*.Коришћењем еквивалентних бесконачно малих израчунати :

а) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[16]{1+\sin x}-1}{\mathrm{tg}x}$, б) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$.

17*.Одредити $a,b\in R$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна на R :

а) $f(x)=\begin{cases}\cos x\,, & x\le 0\\ a(x-2), & x>0\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1+x}}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-1)^2}{x^2-1}, & |x|\neq 1\\ a, & x=-1\\ b, & x=1\end{cases}$.