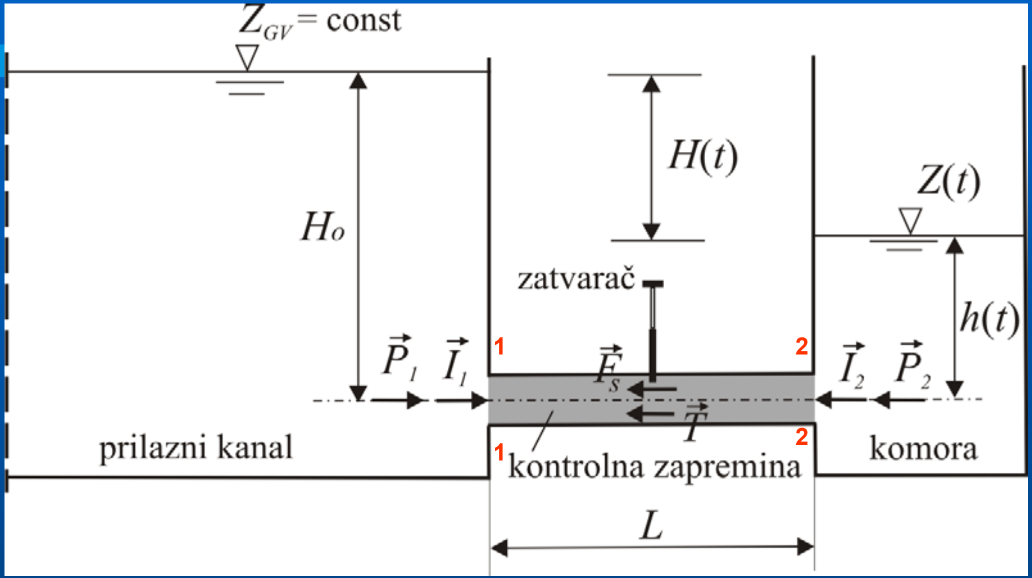
Основне једначине пуњења/пражњења бродских преводница



Претпоставка:
хидаруличке променљиве зависе само од времена !!

$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = P_1 - P_2 - T - F_s$$

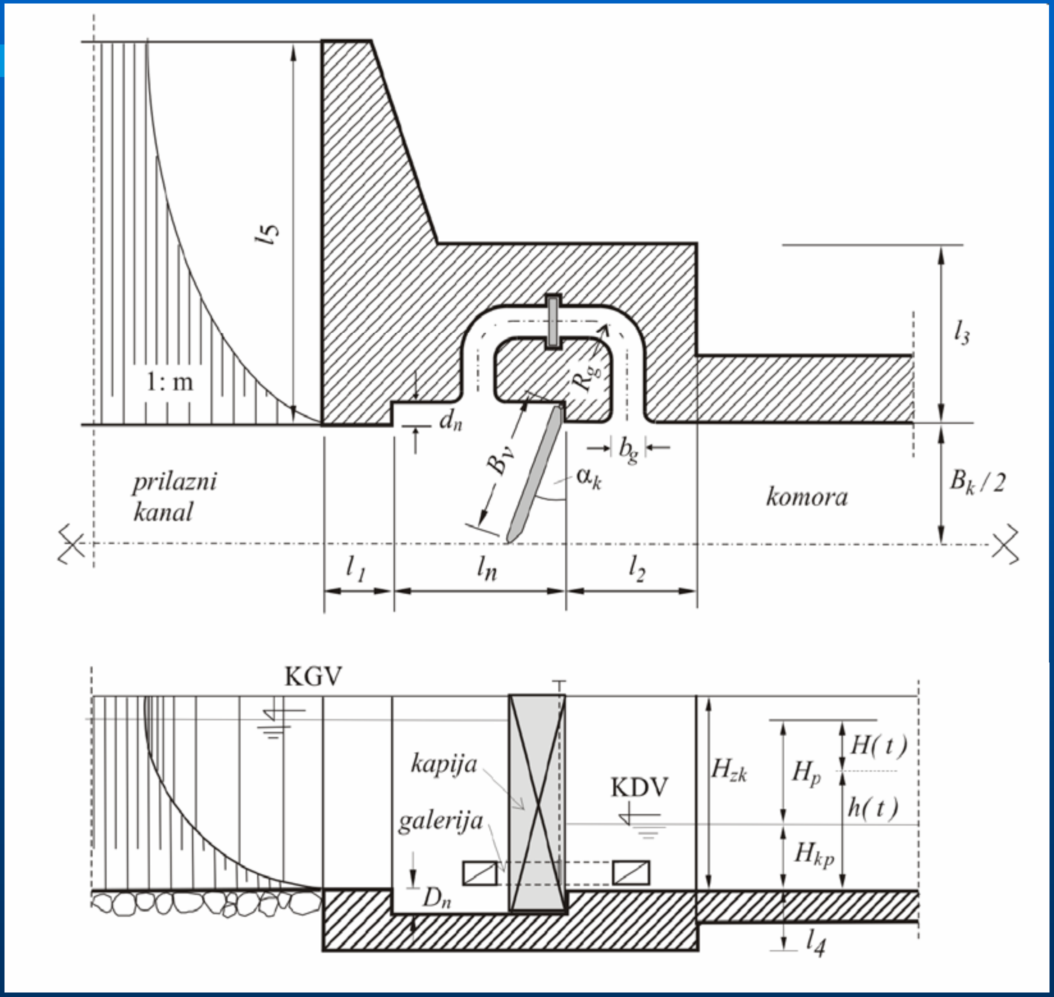
$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = H - [\xi_t + \xi_{ul} + \xi_r + \xi_k + \xi_z + \ldots + \xi_{iz}]\frac{V^2}{2g}$$

$$-\Omega_k \frac{\mathrm{d}H(t)}{\mathrm{d}t} = 2\,A_g \cdot V(t)$$

Чеони системи

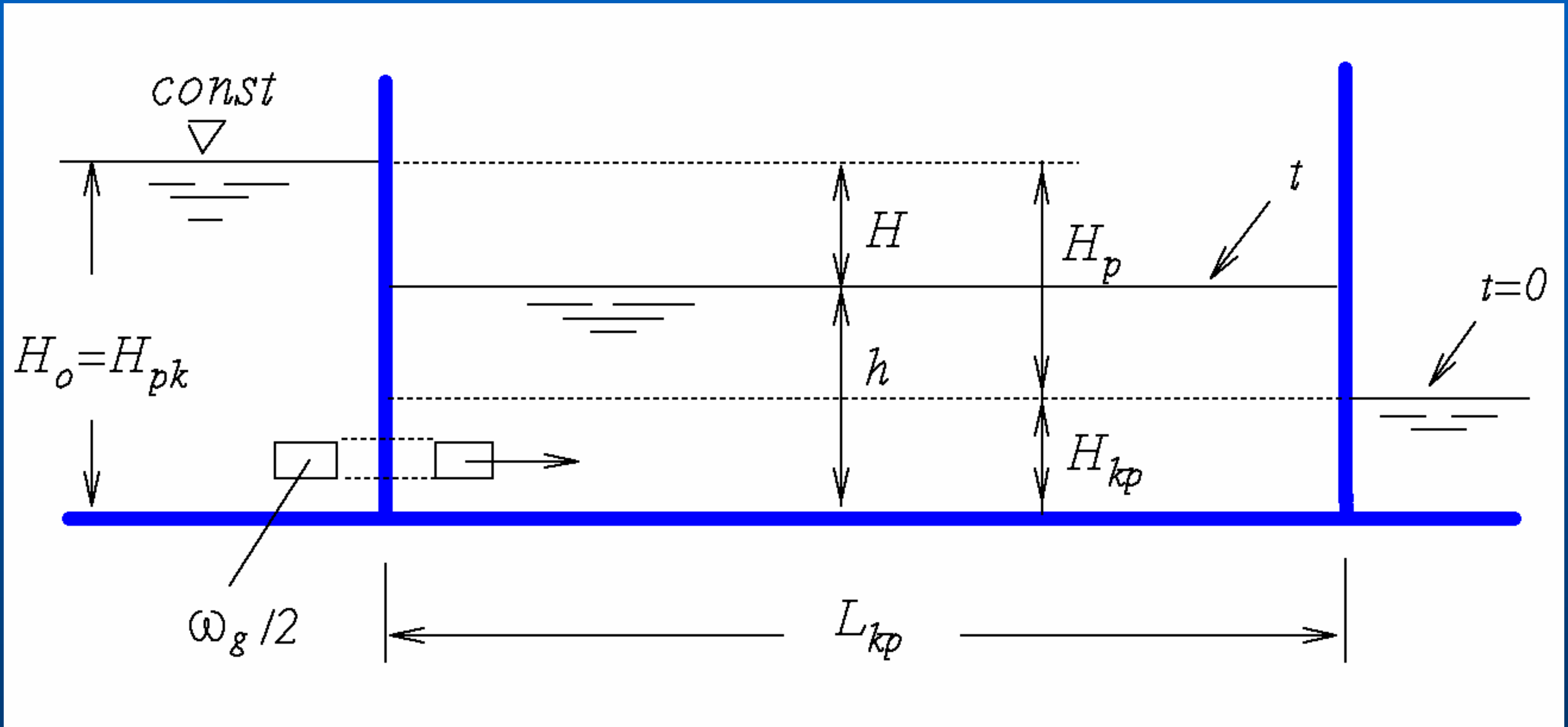
Чеоно пуњење коморе кроз кратке галерије

горња глава преводнице

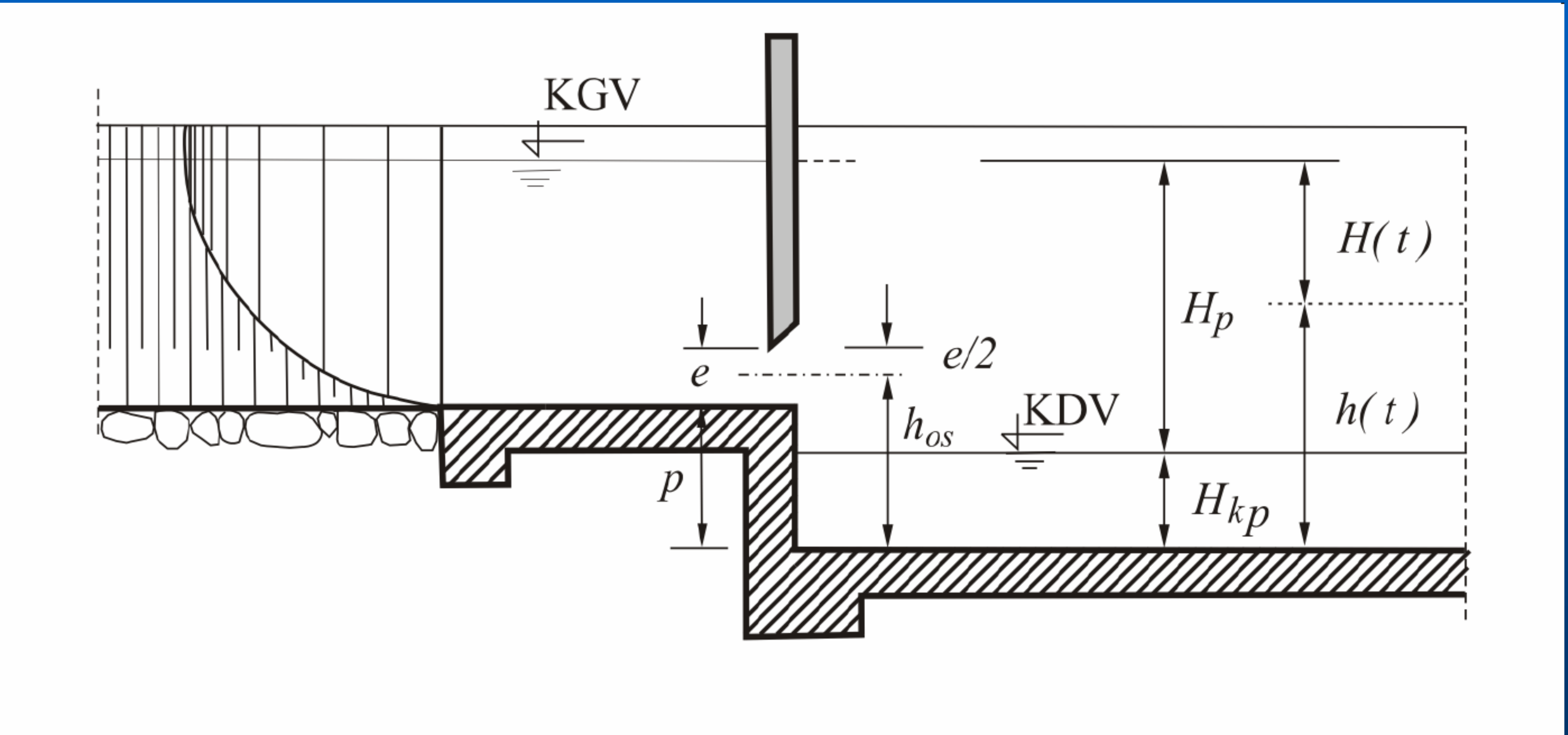


Чеоно пуњење коморе кроз кратке галерије

ознаке

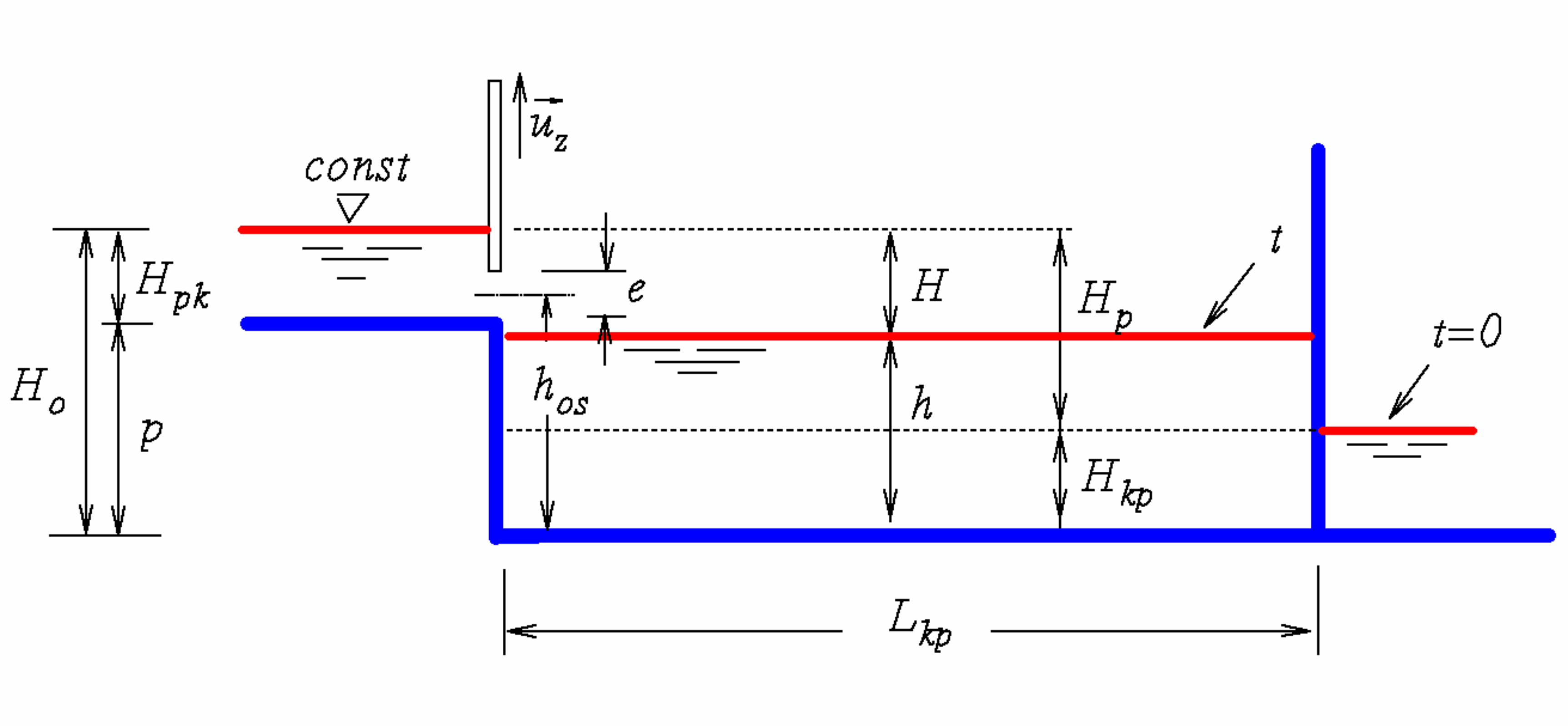


Чеоно пуњење коморе истицањем испод капије/уставе



Чеоно пуњење коморе истицањем испод капије/уставе

ознаке



Чеони системи – основне једначина пуњења/пражњења коморе

“не-инерцијални модел”

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = \frac{Q(t)}{\Omega_{kp}} = F(t)$$

i početni uslov: $h(0) = H_{kp}$.

(a) Sistem sa kratkim galerijama:

$$\begin{aligned} F &= C \cdot C_Q (H_o - h)^{1/2} \quad \text{(potopljeno isticanje)} \\ C &= 2A_g\sqrt{2g}/\Omega_{kp} \end{aligned}$$

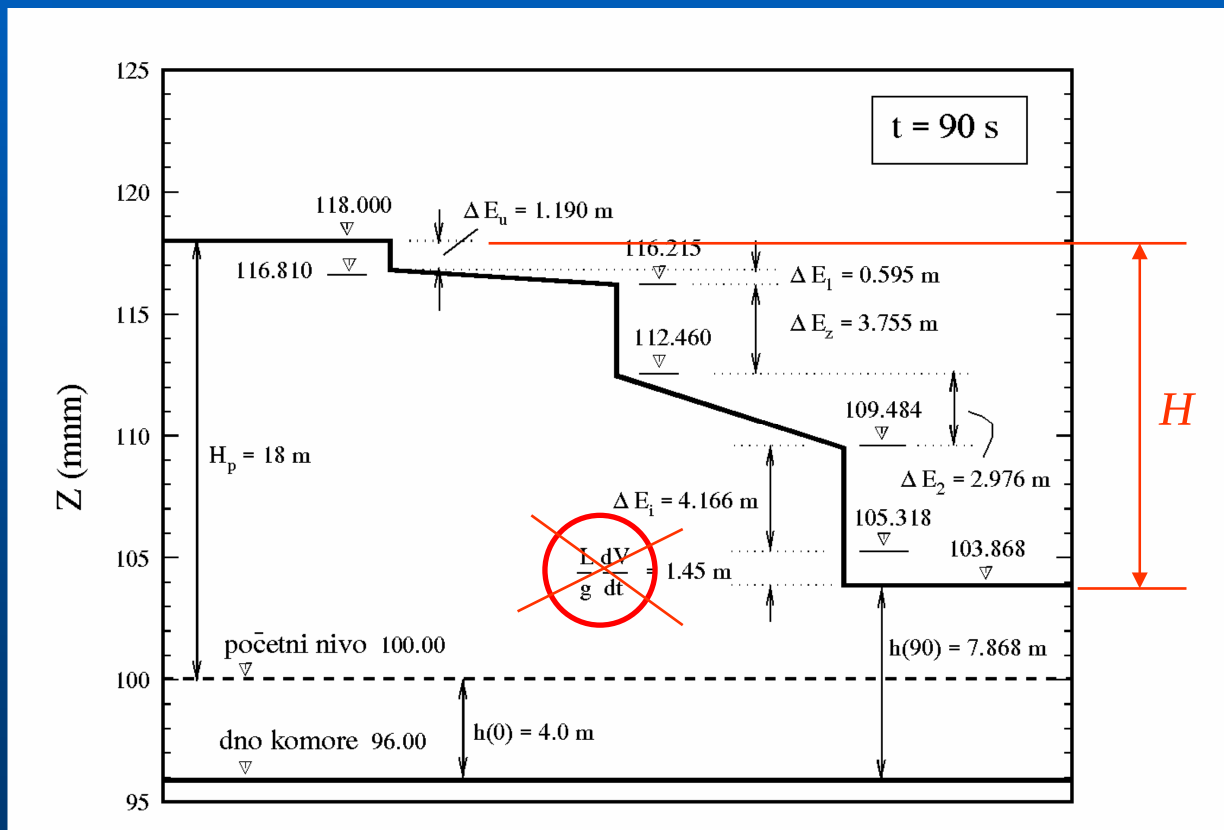
(b) Sistem sa isticanjem ispod ustave:

$$F = \begin{cases} C \cdot e \cdot (H_o - p - e/2)^{1/2} & \text{za} \quad h < h_{os} \quad \text{(nepotop. isticanje)} \\ C \cdot e \cdot (H_o - h)^{1/2} & \text{za} \quad h \geq h_{os} \quad \text{(potopljeno isticanje)} \end{cases}$$

$$C = C_Q \cdot B_{kp} \cdot \sqrt{2g}/\Omega_{kp} = C_Q \cdot \sqrt{2g}/L_{kp}$$
$$h_{os} = p + e/2,$$

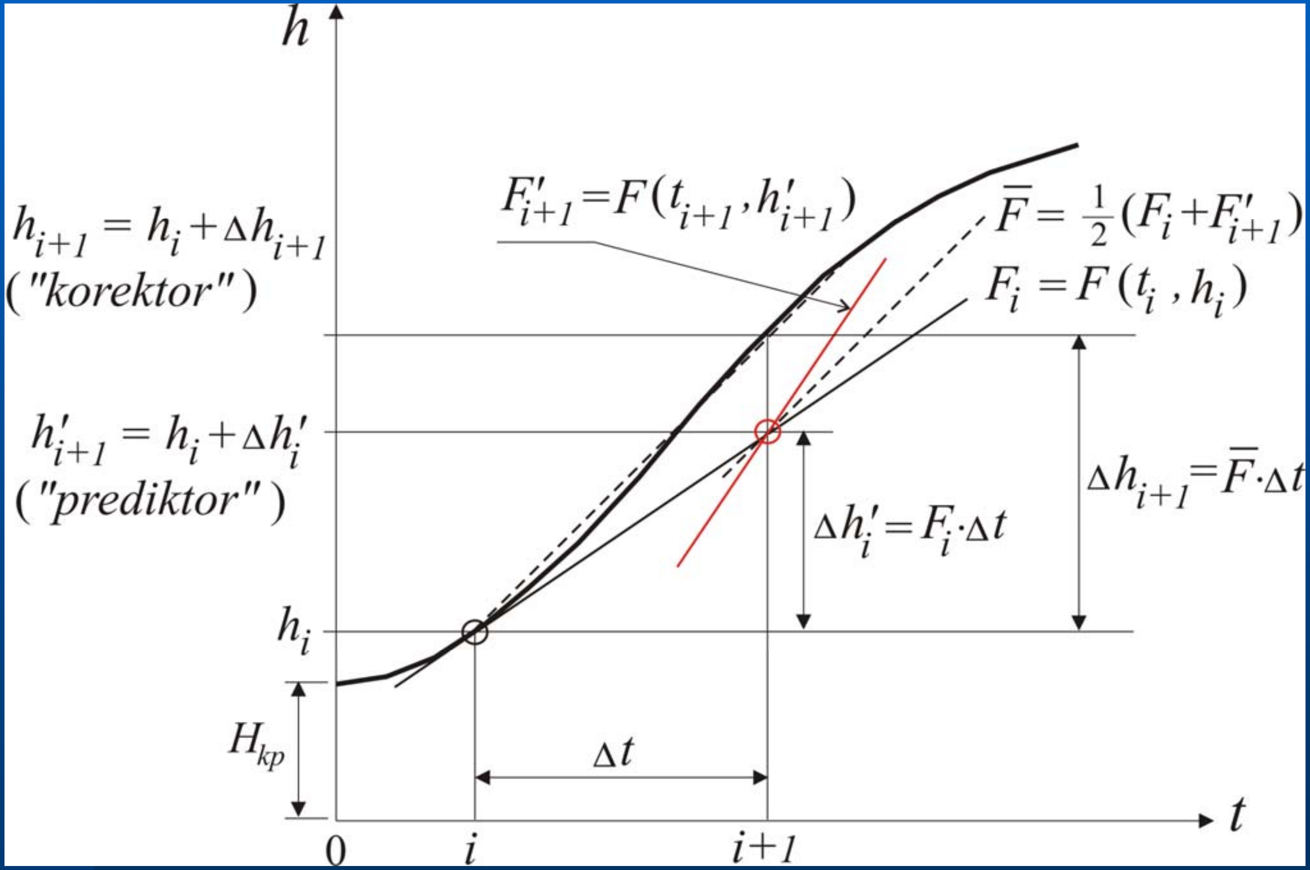
Објашњење за “неинерцијални модел”

$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = H - [\xi_t + \xi_{ul} + \xi_r + \xi_k + \xi_z + \ldots + \xi_{iz}]\,\frac{V^2}{2g}$$



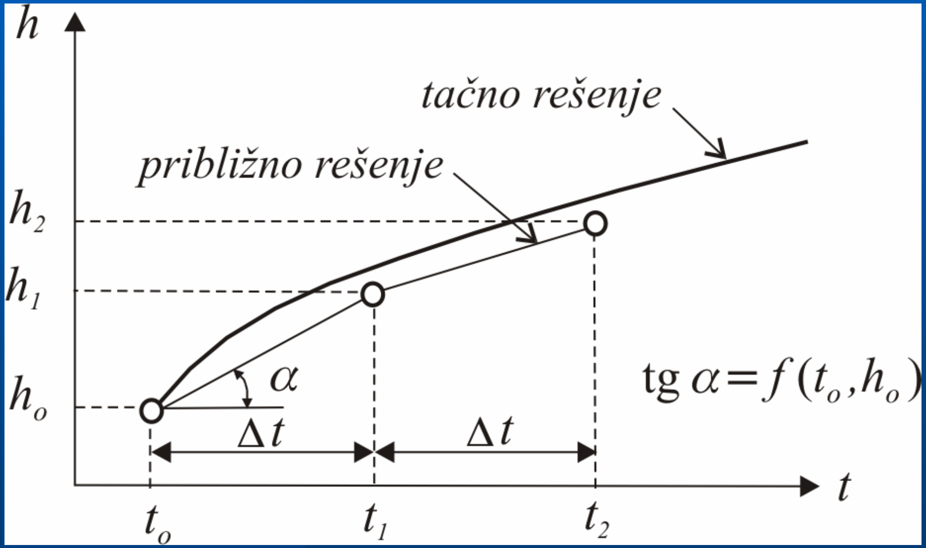
Нумеричко решење основне једначине

побољшана Ојлерова метода

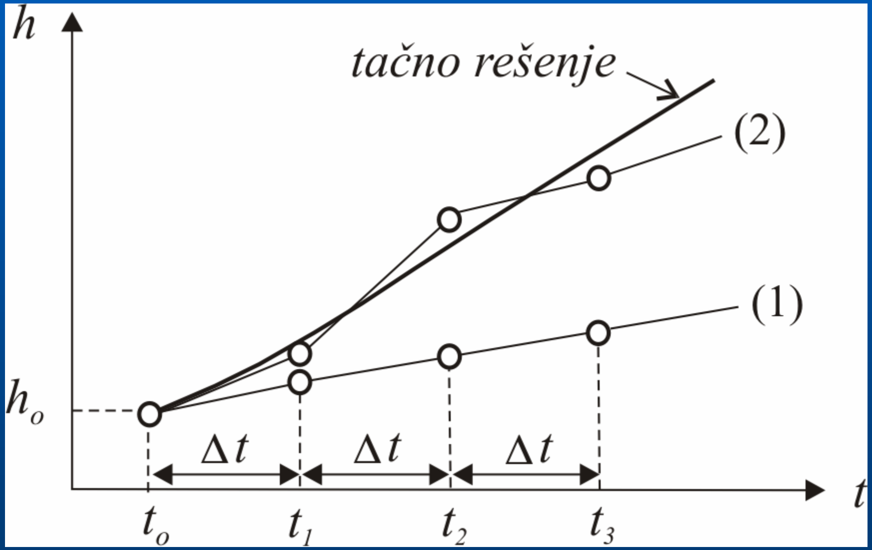


Графичка интерпретација нумеричког поступка

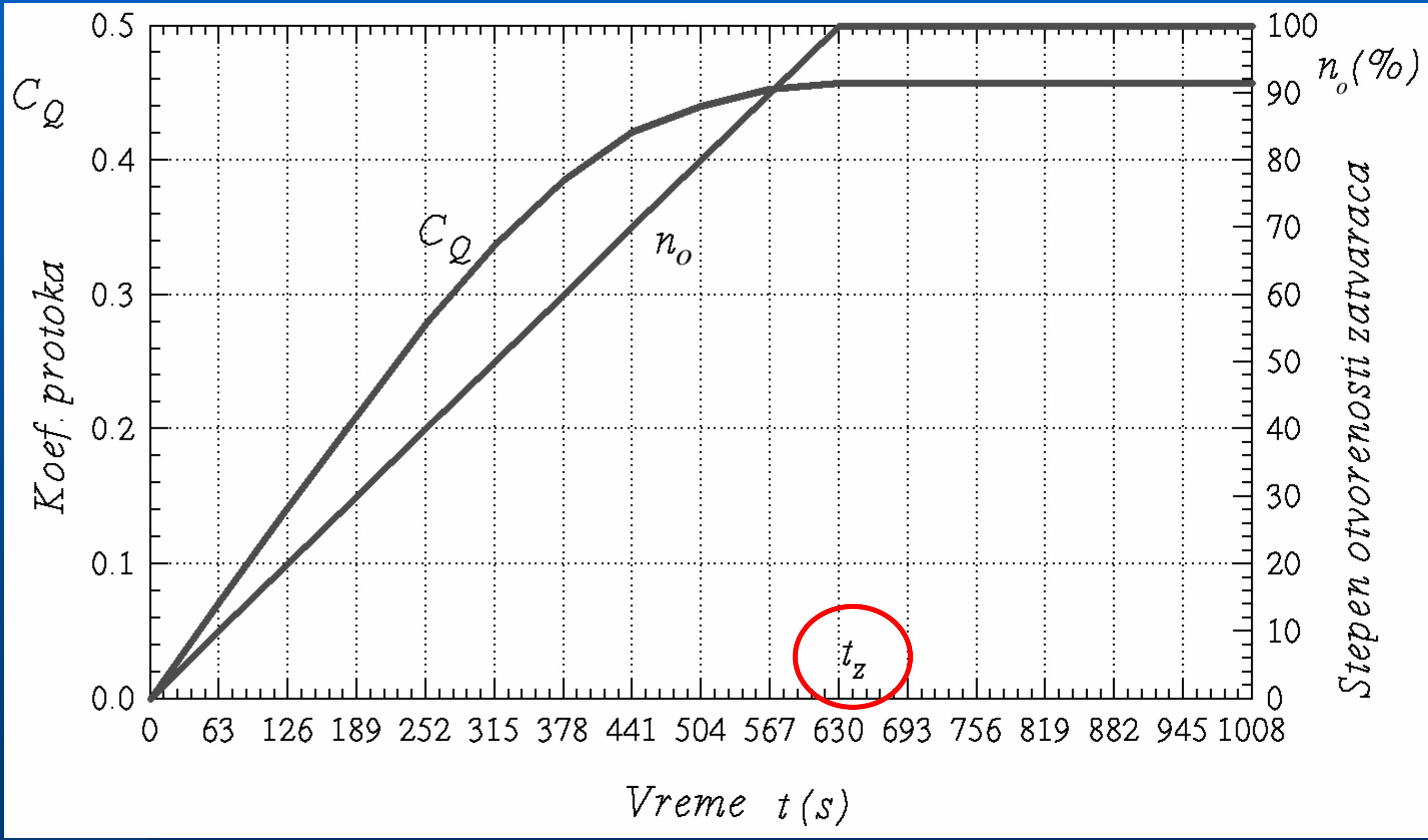
Ојлерова метода



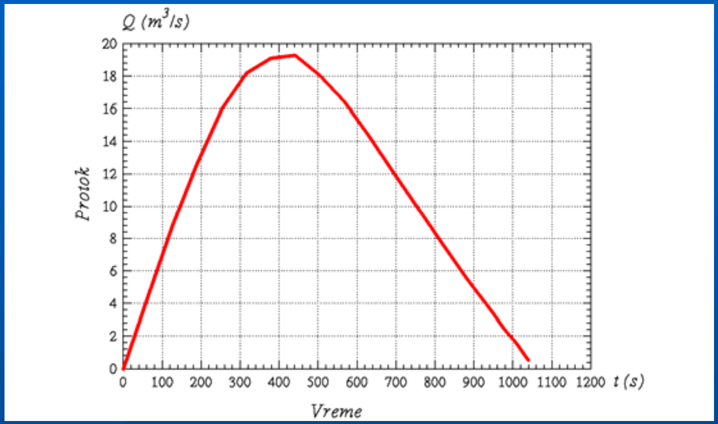
Грешка нумеричког решења
(1) – Ојлерова метода
(2) - побољшана Ојлерова метода

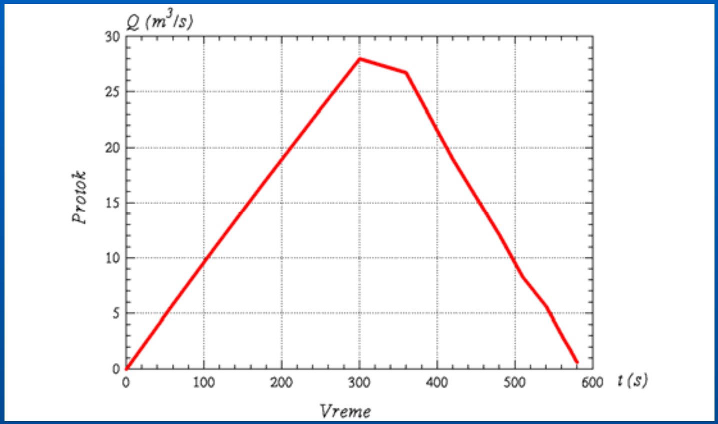


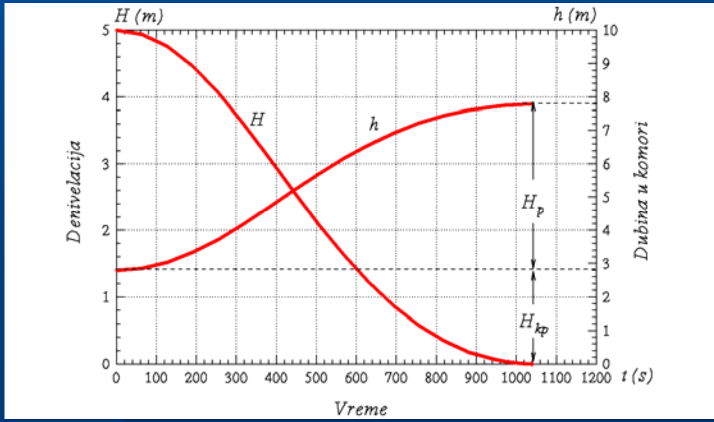
Коеф. **протока** и закон отварања затварача

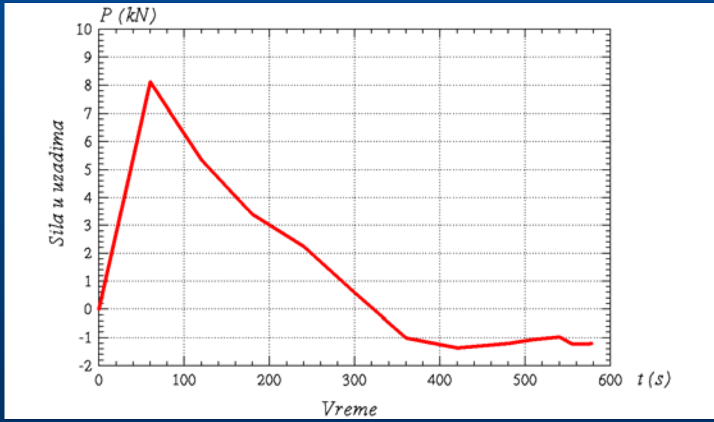


Резултати прорачуна



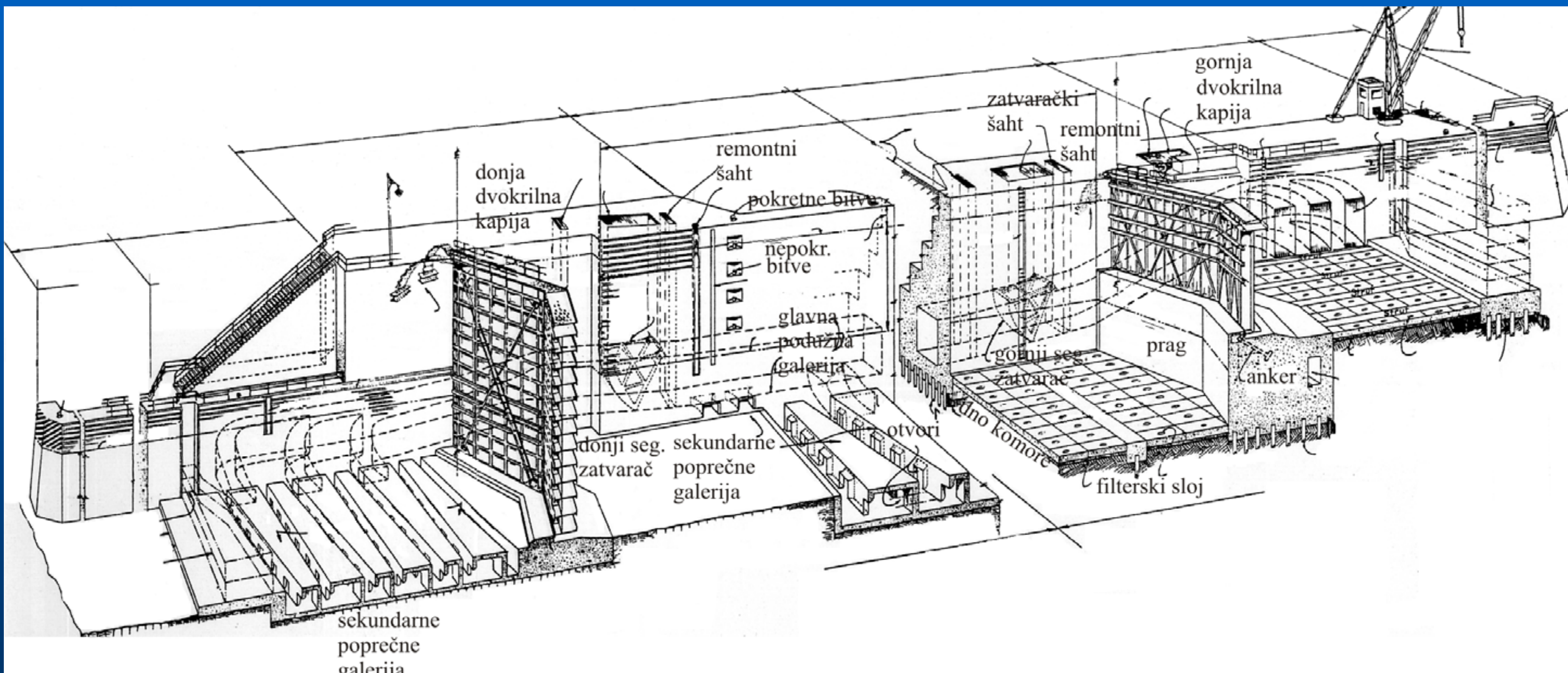






Подеони системи

Пример сложеног подеоног система



Основне једначине

сложени подеони систем

једначине одржања енергије

j=1:

$$\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} + \frac{l_1}{g}\frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} + \left[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{31})_1\right]\frac{V_1^2}{2g} + (\xi_{sg})_1\frac{U_1^2}{2g} - H = 0$$

j=2:

$$\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} + \frac{L_2}{g}\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} + \frac{l_2}{g}\frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t} + \left[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{32})_1\right]\frac{V_1^2}{2g} + + \left[(\xi_t)_2 + (\xi_{31})_2\right]\frac{V_2^2}{2g}$$

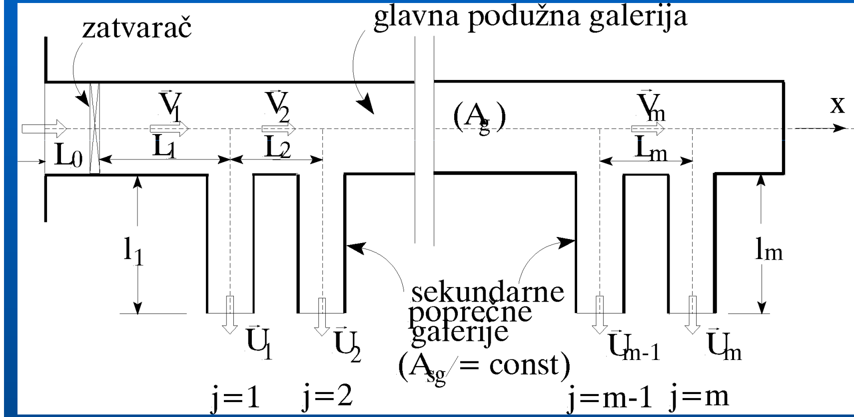
$$+(\xi_{sg})_2\frac{U_2^2}{2g} - H = 0$$

$\vdots$

ili, u opštem obliku:

$$\sum_{i=1}^{j}\frac{L_i}{g}\frac{\mathrm{d}V_i}{\mathrm{d}t} + \frac{l_j}{g}\frac{\mathrm{d}U_j}{\mathrm{d}t} + (\xi_{ul} + \xi_z)\frac{V_1^2}{2g} + \sum_{i=1}^{j}(\xi_t)_i\frac{V_i^2}{2g} + + \sum_{i=1}^{j-1}(\xi_{32})_i\frac{V_i^2}{2g} + + (\xi_{31})_j\frac{V_j^2}{2g} +$$

$$+(\xi_{sg})_j\frac{U_j^2}{2g} - H = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 2, 3, \ldots, m),$$



једначине одржања масе (континуитета)

$$q_j = Q_j - Q_{j+1} \qquad (j = 1, 2, \ldots, m-1)$$
$$q_m = Q_m$$

ili, drugačije napisano:

$$U_j = (V_j - V_{j+1})/\omega_j \qquad (j = 1, 2, \ldots, m-1)$$
$$U_m = V_m/\omega_m,$$

gde je: $\omega = A_{sg}/A_g \leq 1$ - odnos površine preseka poprečne i podužne galerije.

(галерије)

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} + \frac{2A_g}{\Omega_k}\cdot V_1 = 0$$

(комора)

укупан број непознатих: 2m+1

$(V_1, \ldots, V_m, U_1, \ldots, U_m, H)$

Решавање основних једначина - 1

трансформација система

… свака једначина “ j ’’ замењује се једначином “ j - (j -1) ”, осим прве, која остаје непромењена:

$$\frac{L_j}{g}\frac{\mathrm{d}V_j}{\mathrm{d}t} + \frac{l_j}{g}\frac{\mathrm{d}U_j}{\mathrm{d}t} - \frac{l_{j-1}}{g}\frac{\mathrm{d}U_{j-1}}{\mathrm{d}t} + \left[(\xi_{32})_{j-1} - (\xi_{31})_{j-1}\right]\frac{V_{j-1}^2}{2g} + \left[(\xi_t)_j + (\xi_{31})_j\right]\frac{V_j^2}{2g} +$$

$$+(\xi_{sg})_j\frac{U_j^2}{2g} - (\xi_{sg})_{j-1}\frac{U_{j-1}^2}{2g} = 0 \qquad (j = 2, 3, \ldots, m)$$

Решавање основних једначина - 2

j=1:

$$\left(L_1 + \frac{l_1}{\omega_1}\right)\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_1}{\omega_1}\right)\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\Big[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{31})_1\Big]V_1^2 -$$

$$-\frac{(\xi_{sg})_1}{2\omega_1^2}(V_1 - V_2)^2 - gH = 0$$

j=2,3,...,m-1:

$$\left(-\frac{l_{j-1}}{\omega_{j-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_{j-1}}{\mathrm{d}t} + \left(L_j + \frac{l_j}{\omega_j} + \frac{l_{j-1}}{\omega_{j-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_j}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_j}{\omega_j}\right)\frac{V_{j+1}}{t} =$$

$$= -\frac{1}{2}\Big[(\xi_{32})_{j-1} - (\xi_{31})_{j-1}\Big]V_{j-1}^2 - \frac{1}{2}\Big[(\xi_t)_j + (\xi_{31})_j\Big]V_j^2 +$$

$$+\frac{(\xi_{sg})_{j-1}}{2\omega_{j-1}^2}(V_{j-1} - V_j)^2 - \frac{(\xi_{sg})_j}{2\omega_j^2}(V_j - V_{j+1})^2$$

j=m:

$$\left(-\frac{l_{m-1}}{\omega_{m-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_{m-1}}{\mathrm{d}t} + \left(L_m + \frac{l_m}{\omega_m} + \frac{l_{m-1}}{\omega_{m-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}\Big[(\xi_{32})_{m-1} - (\xi_{31})_{m-1}\Big]V_{m-1}^2$$

$$-\frac{1}{2}\Big[(\xi_t)_m + (\xi_{31})_m\Big]V_m^2 + +\frac{(\xi_{sg})_{m-1}}{2\omega_{m-1}^2}(V_{m-1} - V_m)^2 - \frac{(\xi_{sg})_m}{2\omega_m^2}V_m^2.$$

... затим се из “новог” система елиминишу брзине у секундарним галеријама U_j помоћу једначина континуитета за галерије

укупан број непознатих: m+1
($V_1, \ldots, V_m, H$)

Решавање основних једначина - 3

$$\boxed{\mathbf{M}\cdot\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}+\mathbf{K}(\mathbf{v})\cdot\mathbf{v}=\mathbf{0}}$$

gde je:

$\mathbf{v}$	-	vektor zavisno promenljivih (brzina);
$\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$	-	vektor izvoda zavisno promenljivih;
$\mathbf{M}$	-	matrica koeficijenata uz izvode;
$\mathbf{K}$	-	matrica koeficijenata uz nepoznate.

пример:
$m = 4$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}=\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}V_4}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}\qquad \mathbf{v}=\begin{bmatrix}V_1\\ V_2\\ V_3\\ V_4\\ H\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}L_1+\frac{l_1}{\omega_1} & -\frac{l_1}{\omega_1} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{l_1}{\omega_1} & L_2+\frac{l_1}{\omega_1}+\frac{l_2}{\omega_2} & -\frac{l_2}{\omega_2} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{l_2}{\omega_2} & L_3+\frac{l_2}{\omega_2}+\frac{l_3}{\omega_3} & -\frac{l_3}{\omega_3} & 0\\ 0 & 0 & -\frac{l_3}{\omega_3} & L_4+\frac{l_3}{\omega_3}+\frac{l_4}{\omega_4} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Решавање основних једначина - 4

матрица коефицијената

$$
\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}
\begin{array}{c}\frac{1}{2}\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{31})_1-\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}\right]V_1+\\+\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}V_2\end{array} & -\frac{1}{2}\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}V_2 & 0 & 0 & -g\\
\begin{array}{c}\frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_1-(\xi_{31})_1-\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}\right]V_1+\\+\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}V_2\end{array} & \begin{array}{c}\frac{1}{2}\left[(\xi_t)_2+(\xi_{31})_2-\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}+\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}\right]V_2-\\-\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}V_3\end{array} & \frac{1}{2}\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}V_3 & 0 & 0\\
0 & \begin{array}{c}\frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_2-(\xi_{31})_2-\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}\right]V_2+\\+\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}V_3\end{array} & \begin{array}{c}\frac{1}{2}\left[(\xi_t)_3+(\xi_{31})_3-\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}+\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}\right]V_3-\\-\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}V_4\end{array} & \frac{1}{2}\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}V_4 & 0\\
0 & 0 & \begin{array}{c}\frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_3-(\xi_{31})_3-\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}\right]V_3+\\+\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}V_4\end{array} & \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_4+(\xi_{31})_4-\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}+\frac{(\xi_{sg})_4}{\omega_4^2}\right]V_4 & 0\\
\frac{2A_g}{\Omega_k} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

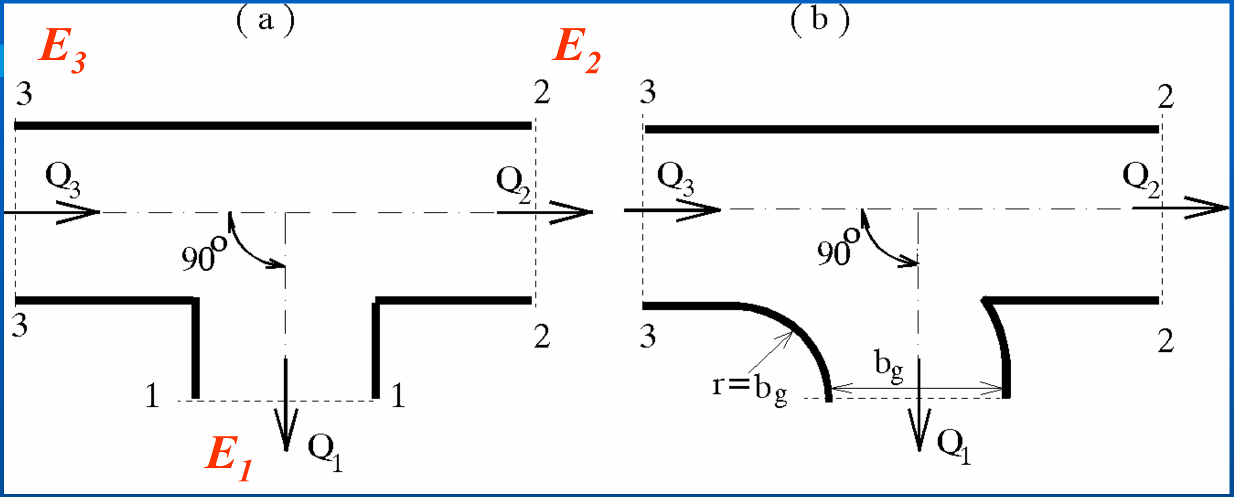
Решавање основних једначина - 5

Проблем:

- неустаљеност
- нелинеарност

... глобално решење се добија суперпозицијом решења низа стационарних стања, при чему се свако стање дефинише итеративним решавањем система алгебарских нелинеарних једначина методом Newton-Raphson

Параметри нумеричког модела -
локални губици енергије на рачвама

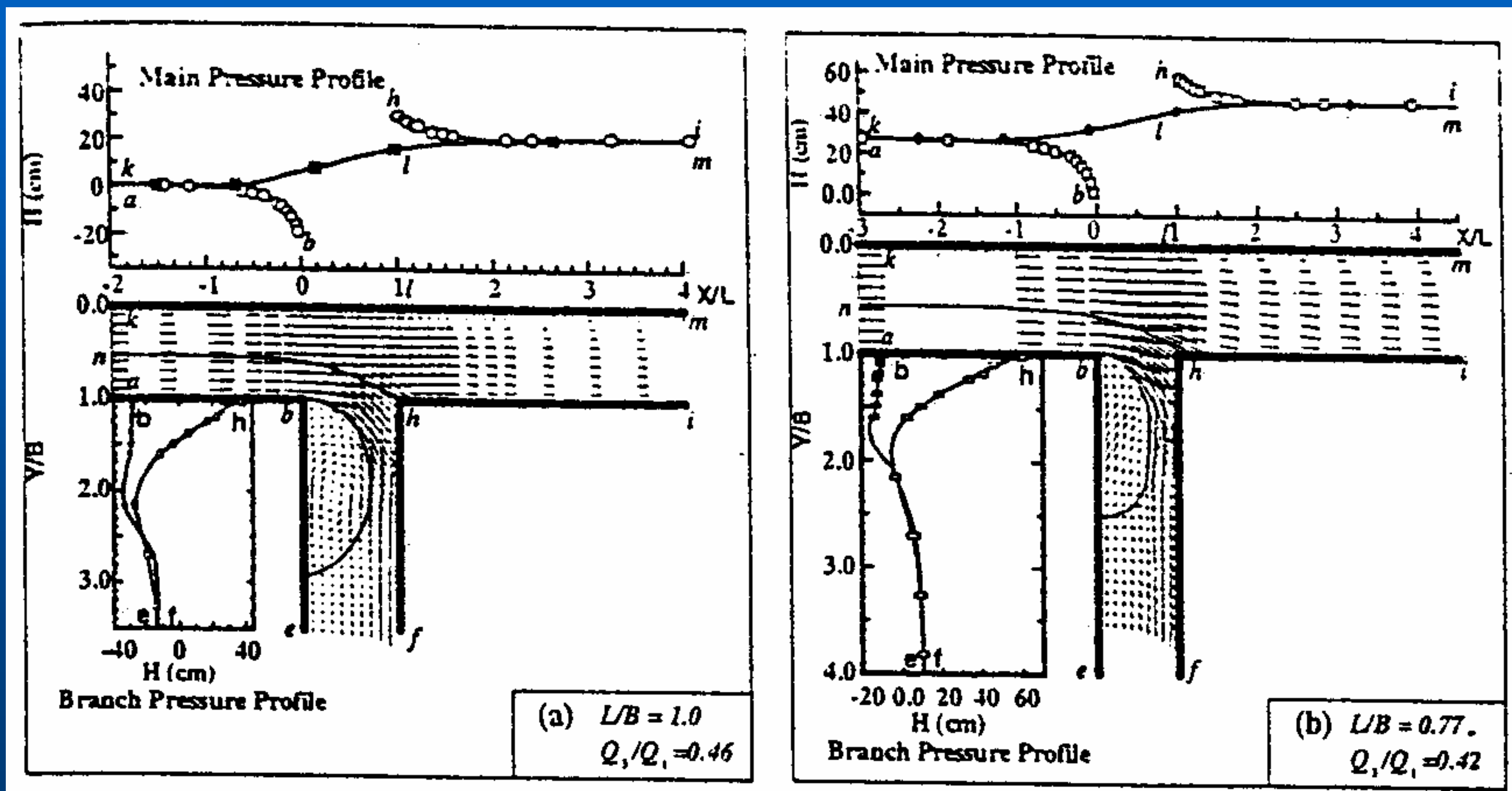


$$\xi_{31} = (E_3 - E_1)/(\frac{V_3^2}{2g}); \quad \xi_{32} = (E_3 - E_2)/(\frac{V_3^2}{2g})$$

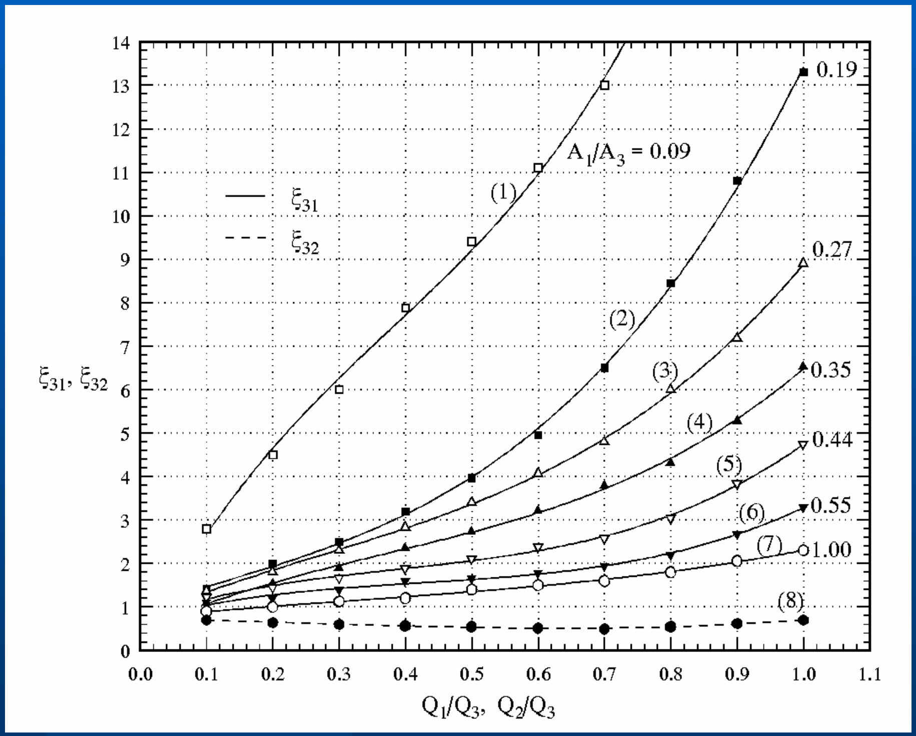
Vrednosti koeficijenata ξ_{31} i ξ_{32} zavise od više faktora:

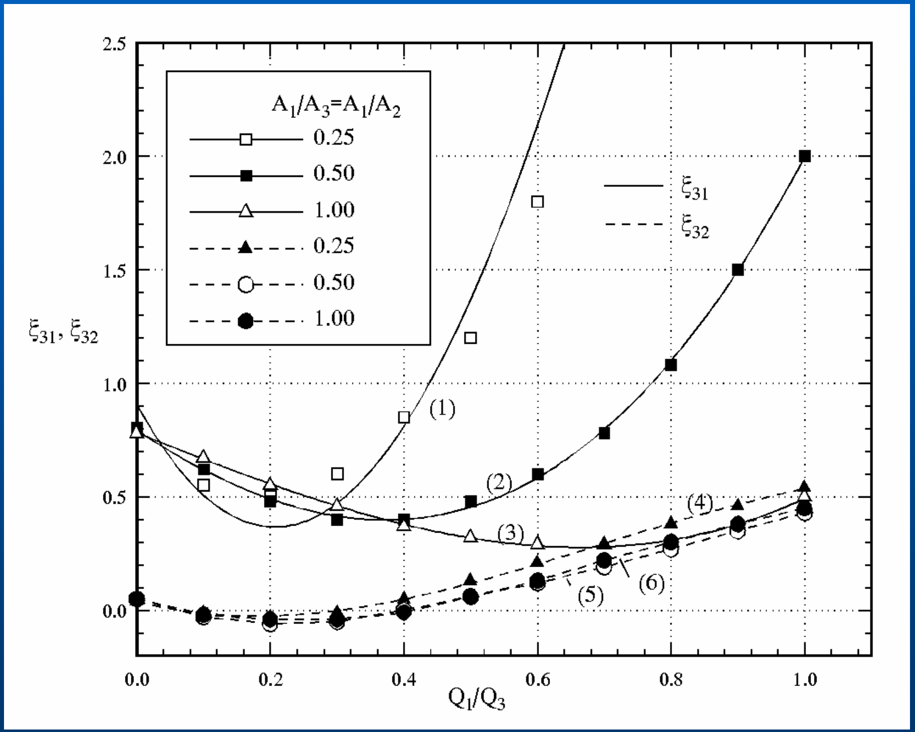
- oblika poprečnog preseka galerija (kružni, pravougaoni);
- odnosa površine poprečnog preseka sekundarne i primarne galerije (A_1/A_3);
- ugla pod kojim je sekundarna galerija izvedena u odnosu na primarnu;
- oblikovanja prelaza iz glavne u sekundarnu galeriju (oštroivični, zaobljeni);
- trenutne vrednosti odnosa protoka u sekundarnoj i glavnoj galeriji (Q_1/Q_3).

Резултати моделских испитивања - 1



Резултати моделских испитивања - 2

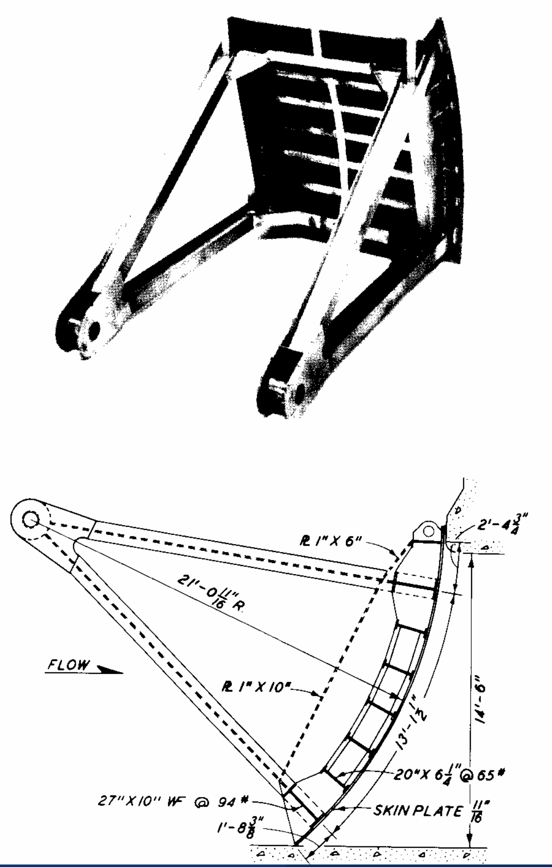


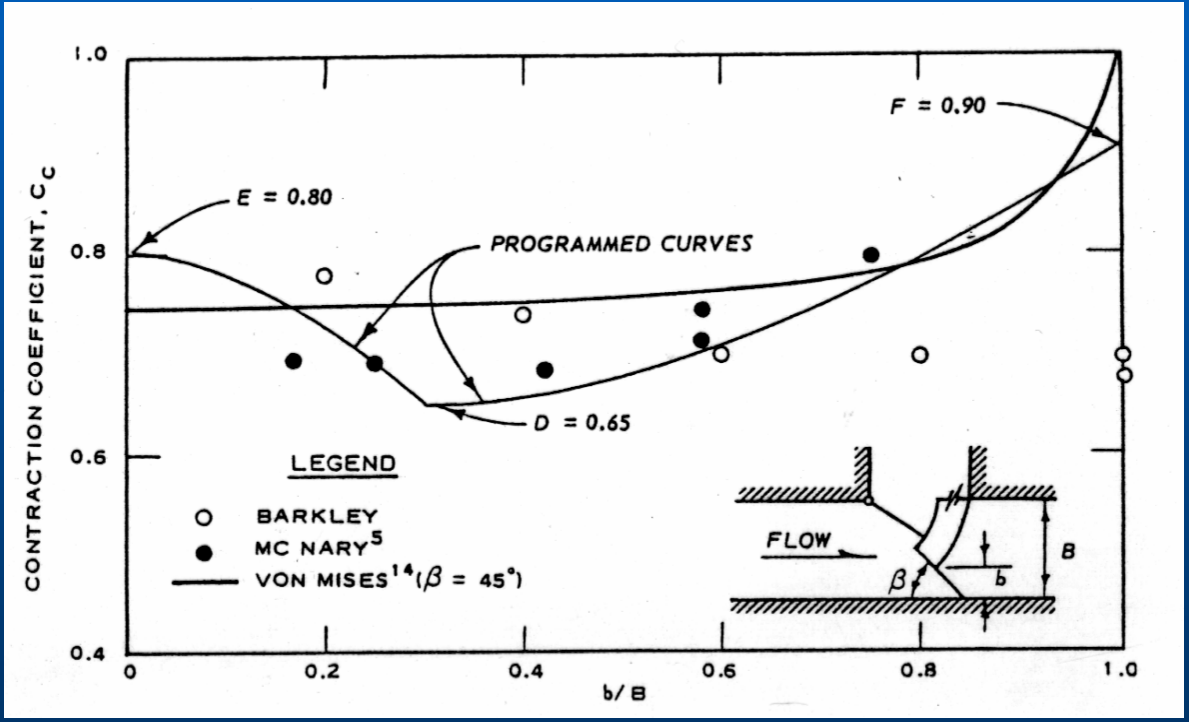


Параметри нумеричког модела -
локални губитак енергије на затварачу

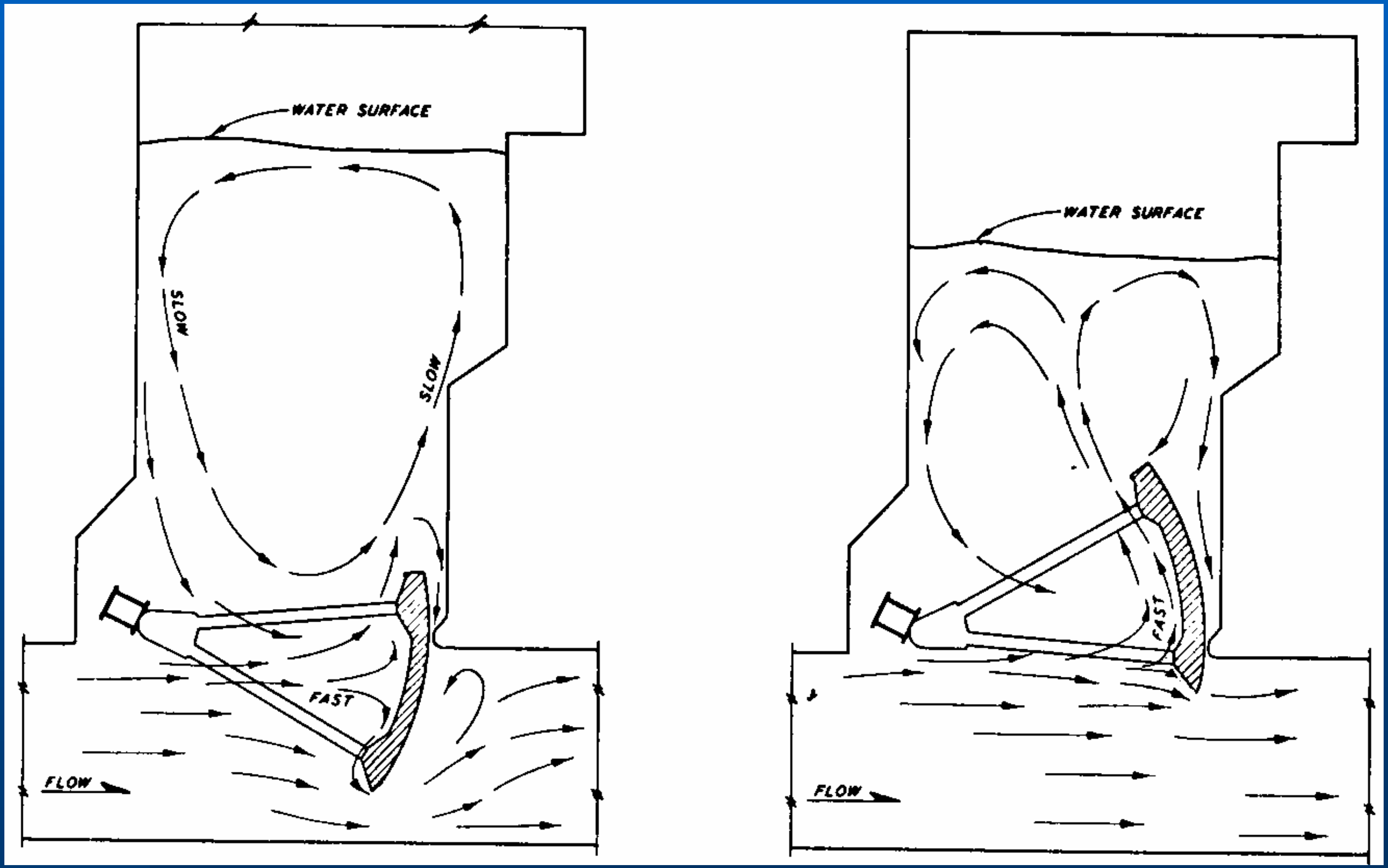
експериментална истраживања САД

“обрнути сегментни затварач”

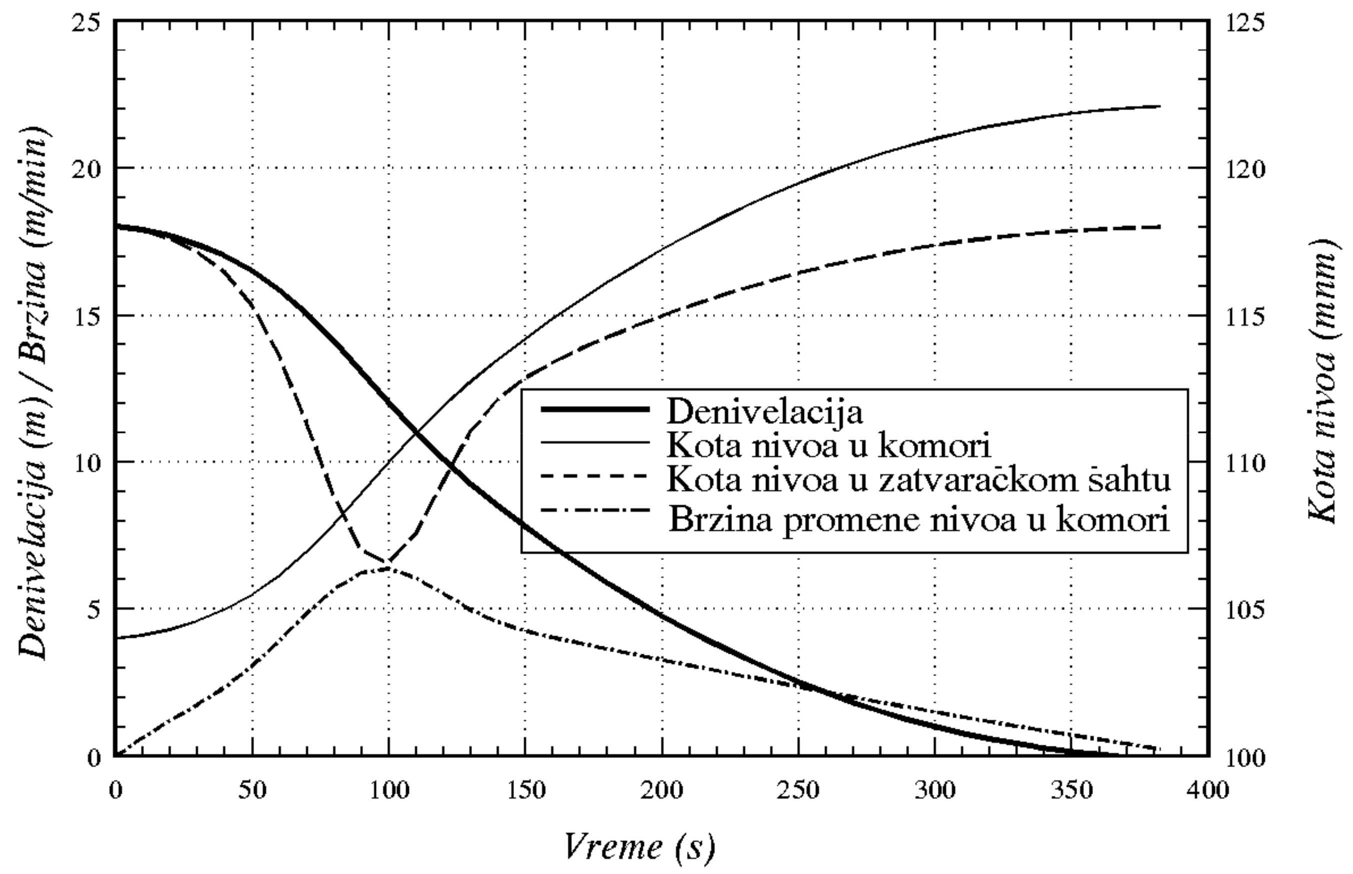




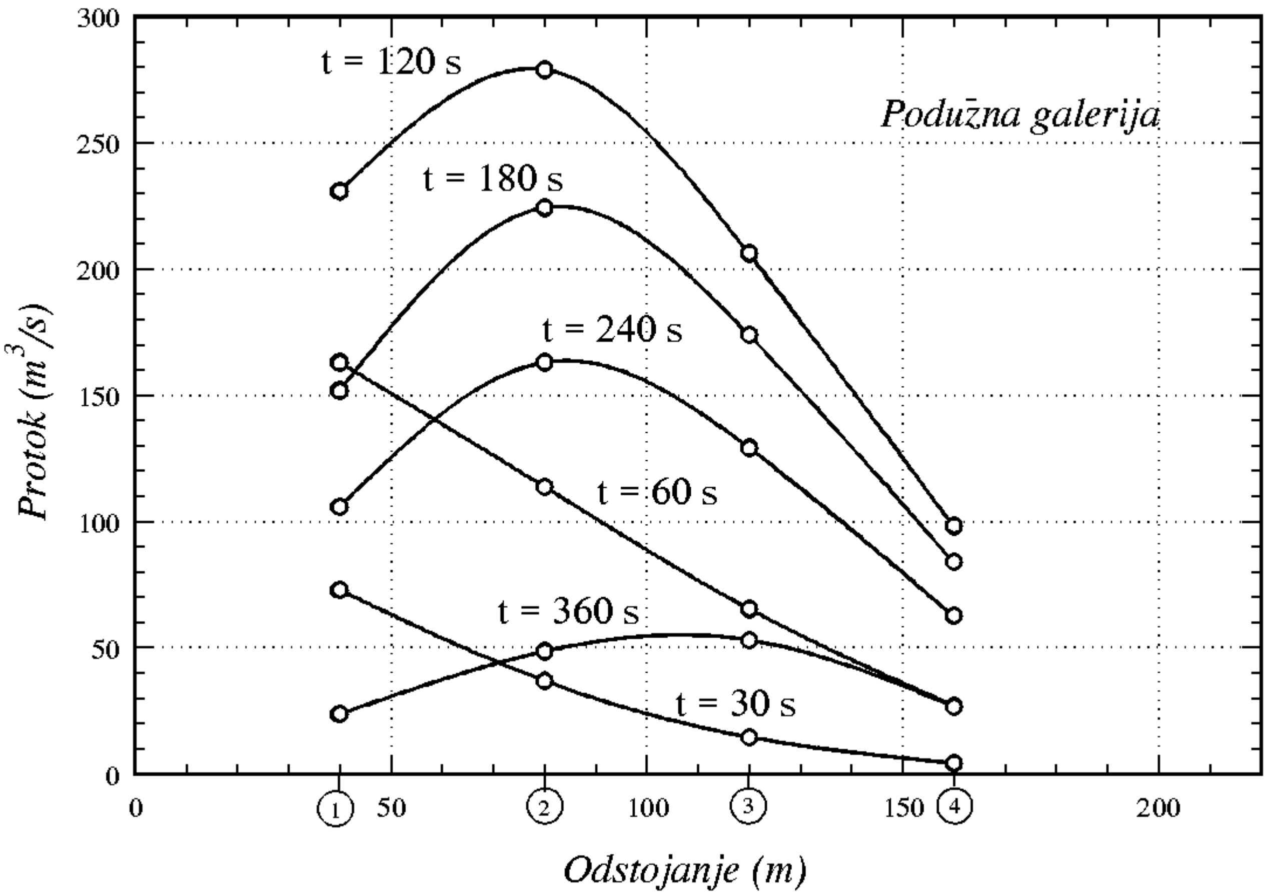
Струјна слика у затварачком шахту



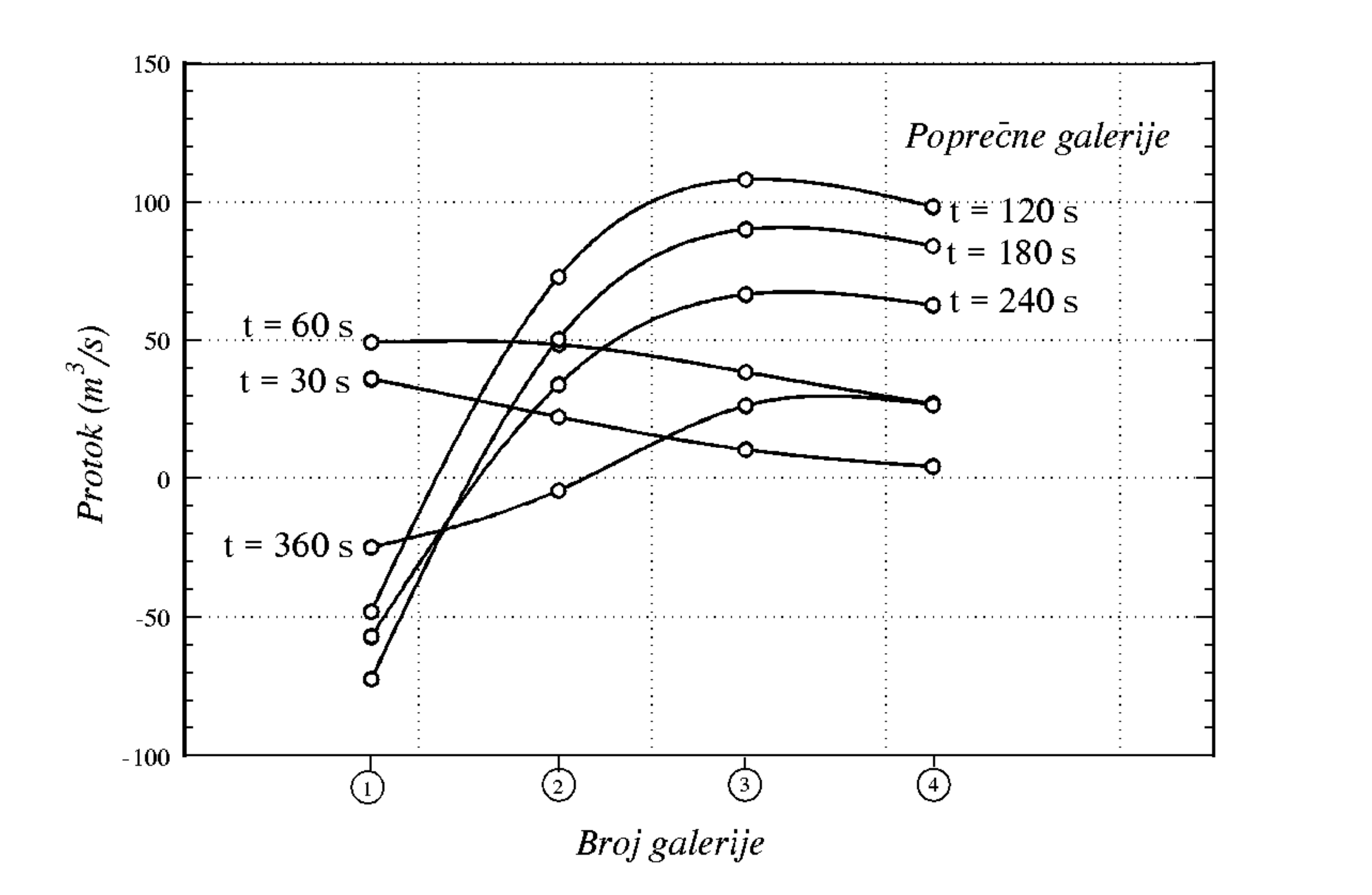
Резултати прорачуна - 1



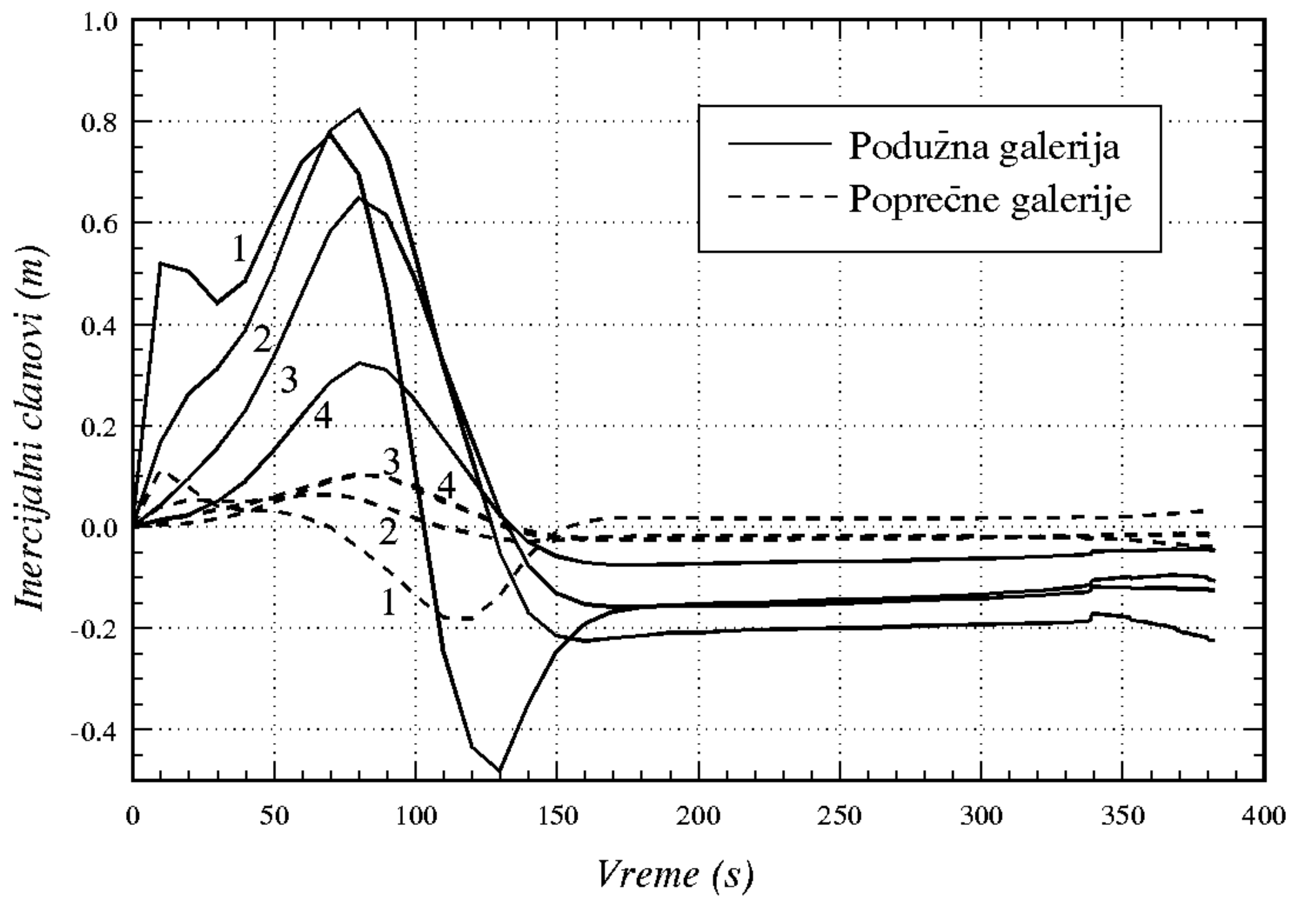
Резултати прорачуна - 2



Резултати прорачуна - 3



Резултати прорачуна - 4



Резултати прорачуна - 5