Грађевински факултет | 19.2.2014.
Универзитета у Београду

ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

1. Дефинисати граничну вредност (лимес) функције две променљиве. (*3 поена*)

2. Дата је функција $f(x, y) = xy^3$. Наћи по дефиницији $\frac{\partial f}{\partial y}(-1, 2)$. (*4 поена*)

3. Локални екстремуми функције две променљиве (дефиниције и формулације основних теорема). (*6 поена*)

4. Дефинисати полупречник конвергенције степеног реда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Дати пример степеног реда који конвергира: а) у свакој тачки $x \in \mathbb{R}$, б) само у тачки $x = 0$, в) на интервалу $(-1, 1)$. (*5 поена*)

5. Формулисати теорему о диференцирању степеног реда. Да ли се ред $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n$ може диференцирати члан по члан на интервалу $(-1, 1)$? (*4 поена*)

6. Нека је $S(x)$ сума Фуријеовог реда функције $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x \le 0 \\ \frac{1}{x+2}, & 0 < x \le \pi \end{cases}$ на интервалу $[-\pi, \pi]$. Чему је једнако $S(0) + S(\pi)$? Образложити одговор. (*6 поена*)

7. Дефинисати решење диференцијалне једначине $y' = f(x, y)$. Да ли је функција $y = x^2$ опште решење диференцијалне једначине $xy' - 2y = 0$? (*3 поена*)

8. Дефинисати појам линеарне независности функција и детерминанту Вронског. Формулисати теорему која повезује ова два појма. Дати пример две линеарно зависне и две линеарно независне функције. (*5 поена*)

9. Дефинисати површински интеграл друге врсте, као и појмове и ознаке које се појављују у тој дефиницији. (*7 поена*)

10. Гринова формула–формулација теореме и доказ. (*7 поена*)

Грађевински факултет 15.7.2014.
Универзитета у Београду

ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

$\boxed{1.}$ Хајнеова дефиниција граничне вредности (лимеса) функције две променљиве. Да ли постоји $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2}{x^2+y^2}$? Образложити одговор. (*5 поена*)

$\boxed{2.}$ Да ли је егзистенција парцијалних извода функције $f(x,y)$ у тачки M довољан услов за диференцијабилност функције у тој тачки? Образложити. (*3 поена*)

$\boxed{3.}$ Формула за диференцијал n-тог реда $\mathrm{d}^n z$ функције две променљиве $z = z(x,y)$. Извођење формуле за случај $n = 3$. (*5 поена*)

$\boxed{4.}$ Друга Абелова теорема (формулација). Да ли је функција $s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ непрекидна слева у тачки $x = 1$? (*5 поена*)

$\boxed{5.}$ Формулисати теорему о интеграцији степеног реда. Да ли се ред $\sum_{n=0}^{\infty} 4^n x^{2n}$ може интегралити члан по члан на интервалу $(-1/2, 1/2)$? (*4 поена*)

$\boxed{6.}$ Нека је $S(x)$ сума Фуријеовог реда функције $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x \le 0 \\ e^{x^2}, & 0 < x \le \pi \end{cases}$ на интервалу $[-\pi, \pi]$. Чему је једнако $S(0) + S(\pi)$? Образложити одговор. (*6 поена*)

$\boxed{7.}$ Линеарна диференцијална једначина првог реда. Извођење формуле за њено опште решење. (*5 поена*)

$\boxed{8.}$ Нека је $L[y] = y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y$ и нека су $y_1(x)$ и $y_2(x)$ линеарно независна решења хомогене линеарне диференцијалне једначине $L[y] = 0$. Описати поступак решавања диференцијалне једначине $L[y] = \operatorname{arctg} x$. (*3 поена*)

$\boxed{9.}$ Дефинисати површински интеграл прве врсте, као и појмове и ознаке које се појављују у тој дефиницији. (*7 поена*)

$\boxed{10.}$ Формула Гауса - Остроградског (формулација). Илустровати на примеру $\iint_S x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, где је S спољна страна сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$. (*7 поена*)