I kolokvijum, 30.10.2006.

III grupa

1. a) Rešiti matričnu jednačinu $D^T(A^T(X^T)^{-1}+B^T)=D^T(X^{-1})^T+B$.

   b) Odrediti matricu X ako je $A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & \cancel{2}\,1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $D=-E$.

2. a) Izračunati $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & c^2 & b^2 \\ 1 & c^2 & 0 & a^2 \\ 1 & b^2 & a^2 & 0 \end{vmatrix}$ (I rastaviti dobijeni izraz).

   b) Odrediti rang matrice $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & -5 & 0 \\ 0 & -5 & 2 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

I kolokvijum, 30.10.2006.

II grupa

1. a) Rešiti matričnu jednačinu $(XA+B)^{-1}(XD+B)=D$.

   b) Odrediti matricu X ako je $A=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$, $D=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

2. a) Izračunati $\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}$ (I rastaviti dobijeni izraz).

   b) Odrediti rang matrice $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

24.11.2006.

МАТЕМАТИКА 1
Други колоквијум
Група Б

1. Наћи сопствене вредности и сопствене векторе матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, а затим израчунати A^n, где је $n \in \mathbb{N}$. (25 + 15 *поена*)

2. Израчунати вредност израза $\left[(3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} - 4\vec{c})\right] \cdot (-\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c})$, ако је $(\vec{b} \times \vec{a}) \cdot \vec{c} = -1$. (25 *поена*)

3. Дати су вектори $\overrightarrow{OA} = (0, 1, 2)$, $\overrightarrow{OB} = (-1, -2, 1)$ и $\overrightarrow{OC} = (1, 1, 1)$. Наћи вектор $\overrightarrow{CD}$, где је D подножје нормале из тачке C на раван OAB. (35 *поена*)

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

23.12.2005.

МАТЕМАТИКА 1
Трећи колоквијум
Група Б

1. Наћи координате тачке симетричне тачки $A(1, -3, 4)$ у односу на праву
$$\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{0}.$$

2. Наћи полупречник круга $x^2 + y^2 + z^2 = 25,\ 2x + y + 2z - 9 = 0$

3. Свести на канонски облик пројекцију пресечног круга сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ и равни $2x + y + 2z - 9 = 0$, на раван xOz.

Предметни наставници
dr М. Обрадовић, dr Љ. Чукић

Грађевински факултет, Универзитет у Београду *4.12.2006.*

МАТЕМАТИКА 1

Други колоквијум

1. Решити систем у зависности од реалног параметра b:

$$\begin{aligned}
&\left(b^2+1\right)x+y+(b-2)t=-7\\
&2y+z+2(b-3)t=-17\\
&-2x-y+2t=7\\
&\left(3b^2+1\right)x+\left(b^2+1\right)y+(b-1)z+4bt=-4
\end{aligned}$$

2. Дата је матрица $A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1\\ 0 & -2 & 0\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$. Одредити A^n.

Грађевински факултет, Универзитет у Београду *4.12.2006.*

МАТЕМАТИКА 1

Други колоквијум

1. Решити систем у зависности од реалног параметра q:

$$\begin{aligned}
&\left(4q^2+2\right)x+\left(q^2+2\right)y+(5q-2)z+(q-1)t=-11\\
&2x+3y-6z+t=-10\\
&\left(3q^2+1\right)x+\left(q^2+1\right)y+4qz+(q-1)t=-4\\
&\left(q^2+1\right)x+3y+(3q-8)z+t=-24
\end{aligned}$$

2. Дата је матрица $A=\begin{bmatrix}4 & 0 & 4\\ 0 & 2 & 0\\ 4 & 0 & 4\end{bmatrix}$. Одредити A^n.

Gradjevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

MATEMATIKA I

1. Rešiti i diskutovati sistem u zavisnosti od realnih parametara a i b:

$$\begin{aligned} x+y-z&=1\\ 2x-y-2z&=3\\ x+4y+z&=b\\ 4x+y+az&=5. \end{aligned}$$ (20 poena)

2. Data je matrica $A=\begin{bmatrix}1&-3&1\\-3&1&1\\1&1&-3\end{bmatrix}$. a) Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice A. b) Naći A^n, gde $n\in N$. (15+15)

3. Data je prava $p: x+y-z=0,\ 2x-y-z-3=0$.
   a) Odrediti kanonsku jednačinu prave; b) Na pravoj p odrediti tačku (tačke) jednako udaljenu od ravni $\alpha: x-y+2z-1=0$ i $\beta: 2x+y+z=0$. (10+15)

4. Data je kriva $L: x^2+2xy+\lambda y^2+2x+2y+1=0$. Odrediti kanonsku jednačinu krive za: a) $\lambda=1$; b) $\lambda=-\frac{1}{2}$. (10+15)

Predmetni nastavnici
Dr Ljubomir Čukić i Dr Milutin Obradović

18. april 2006. (I grupa)

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

20.1.2006.

МАТЕМАТИКА 1

Група А

1. Решити матричну једначину $(X-B)^{-1}=2(B+X)^{-1}A^{-1}B$, ако је

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\0&0&3\end{bmatrix}.\quad (30)$$

2. Наћи сопствене вредности и сопствене векторе матрице A, а затим израчунати A^n ($n\in N$), ако је $A=\begin{bmatrix}3&5&-5\\2&0&1\\2&2&-1\end{bmatrix}$. (30)

3. Наћи једначине заједничке нормале правих $p: x-z+2=0, 4x-y-11=0$ и $q: \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-2}{-1}$. (20)

4. Дати су права $p: x-y-1=0,\ 4x-z+8=0$ и раван $\alpha: x+y+z+5=0$. Наћи једначине ортогоналне пројекције праве p на раван α. (20)

Предметни наставници
Проф. dr M. Обрадовић
Проф. dr Љ. Чукић

Грађевински факултет, Универзитет у Београду 22.12. 2006.

ТРЕЋИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

(1)

1. Дата је права $p : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$ и раван $\alpha : x - 2y + z - 3 = 0$.
   а) Одредити тачку P_1 симетричну тачки $P(1,2,-1)$ у односу на раван α.
   б) Одредити једначину (канонски облик) нормалне пројекције праве p на раван α.
   в) На правој p одредити тачку (тачке) чије је растојање од равни α једнако $\dfrac{7}{\sqrt{5}}$. (2+2+2)
2. Одредити канонску једначину криве $L : 2x^2 + 4xy - y^2 + 4x - 8y - 13 = 0$. (4)

Gradjevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

MATEMATIKA 1

1. Rešiti i diskutovati sistem u zavisnosti od realnog parametara b :

$$x + y + bz = 1 - b$$
$$x - by - z = 2$$
$$bx - y + z = 2b \quad (25 \text{ poena})$$

2. Data je matrica $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$. a) Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice A. b) Naći A^n, gde $n \in N$. (15+15)
3. Data je prava $p : x + y - z = 0,\ 2x - y - z - 3 = 0$.
   a) Odrediti kanonska jednačinu prave ; b) Na pravoj p odrediti tačku (tačke) jednako udaljenu od ravni $\alpha : x - y + 2z - 1 = 0$ i $\beta : 2x + y + z = 0$ (10+15)
4. Svesti na kanonski oblik projekciju presečnog kruga sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ i ravni $2x + 2y + z - 9 = 0$ na ravan xOy. (20)

oktobar 2006.

Gradjevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

MATEMATIKA 1

1. Rešiti i diskutovati sistem u zavisnosti od realnog parametara b :

$$x + y + bz = 1 - b$$
$$bx - y + z = 2b$$
$$x - by - z = 2.$$ (20 poena)

2. Data je matrica $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. a) Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice A. b) Naći A^n, gde $n \in N$. (15+10)

3. Date su tačke $A(1,2,3), B(3,2,1), C(3,4,3)$.
   a) Odrediti dužinu visine AH u trouglu ABC i koordinate tačke H
   b) Odrediti tačku P simetričnu tački $O(0,0,0)$ u odnosu na ravan ABC.
   c) Izračunati zapreminu tetraedra $ABCP$. (10+10+5)

4. Svesti na kanonski oblik projekciju presečnog kruga sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ i ravni $2x + 2y + z - 9 = 0$ na ravan xOy. (20)

23. avgust 2006. (I grupa)

Грађевински факултет Универзитета у Београду 14.6.2006.

МАТЕМАТИКА 1

1. Наћи сопствене вредности и сопствене векторе матрице $E + B^T C$, где је E јединична матрица трећег реда и $B = [1 \quad 2 \quad 3]$, $C = [1 \quad -1 \quad 1]$. (20 *поена*)

2. Решити матричну једначину $AX = (X^{-1} + B^{-1})^{-1}$, ако је

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(20 *поена*)

3. Упростити израз $\big((\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}) \times (\bar{a} - \bar{b})\big) \cdot (\bar{a} - \bar{b} - \bar{c})$. (20 *поена*)

4. Дати су раван α : $x + y + z - 3 = 0$ и права p : $2x + y + z - 1 = 0$, $2x - 3y - z - 7 = 0$
(а) Наћи једначине праве q, симетричне правој p у односу на раван α.
(б) Нека је P' нормална пројекција тачке $P(1, -2, 1)$ на раван α. Наћи једначину сфере са центром у тачки P' и полупречником $|\overline{PP'}|$.
(в) Свести на канонски облик нормалну пројекцију на раван xOy пресечне криве равни α и сфере из (б). (15 + 10 + 15 *поена*)