

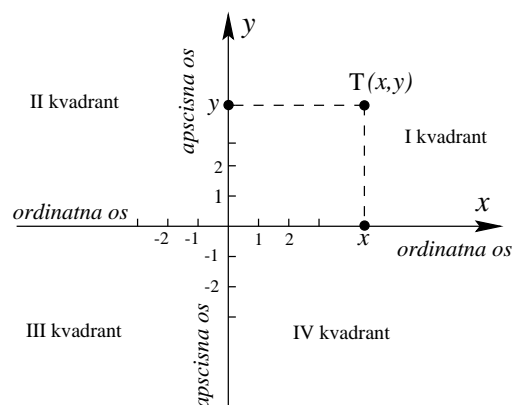
# Analitička geometrija ravnine – osnovne formule

**Udaljenost između dvije točke**  $T_1(x_1, y_1)$  i  $T_2(x_2, y_2)$ :

$$d(T_1, T_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**Dijeljenje dužine**  $\overline{T_1T_2}$  točkom  $T(x_t, y_t)$  u omjeru

$$-\lambda = \frac{|T_1T|}{|TT_2|}; \quad x_t = \frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda}; \quad y_t = \frac{y_1 - \lambda y_2}{1 - \lambda}$$



## Pravac u koordinatnom sustavu

**Eksplisitna jednadžba pravca:**  $y = k \cdot x + l$

$$\text{pravac je } \begin{cases} \text{rastući} & \text{ako je } k > 0 \\ \text{padajući} & \text{ako je } k < 0 \\ \text{vodoravan} & \text{ako je } k = 0 \end{cases}$$

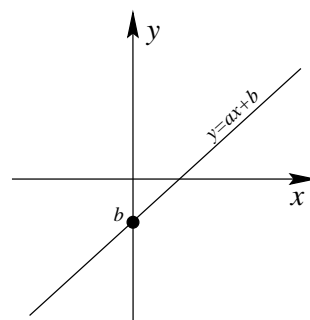
**Implicitna jednadžba pravca:**  $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$

**Segmentna jednadžba pravca;** ako pravac na osima  $O_x$  i  $O_y$

$$\text{siječe odsječke } m \text{ i } n: \quad \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$$

**Pravac zadan s točkom**  $T(x_1, y_1)$  **i koeficijentom smjera**  $k$

$$y - y_1 = k \cdot (x - x_1)$$



**Pravac zadan s dvije točke**  $T_1(x_1, y_1)$  i  $T_2(x_2, y_2)$ :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**Udaljenost  $\delta$  točke do pravca;** točka  $T(x_0, y_0)$  i pravac  $Ax + By + C = 0$ :

$$\delta = \left| \frac{A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

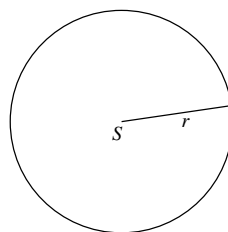
**Kut  $\varphi$  između pravca**  $y = kx + l$  **i osi**  $O_x$ :  $\text{tg} \varphi = k$

**Kut  $\varphi$  između dva pravca** s koeficijentima smjera  $k_1$  i  $k_2$ :

$$\text{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \quad (\text{ako dobijemo } \varphi > 90^\circ \text{ tada kao rezultat uzimamo } 180^\circ - \varphi)$$

**Uvjet paralelnosti i okomitosti** dvaju pravaca s koeficijentima smjera  $k_1$  i  $k_2$ :

$$\text{pravci } p_1 \text{ i } p_2 \text{ su } \begin{cases} \text{paralelni } p_1 \parallel p_2, & \text{ako je } k_1 = k_2 \\ \text{okomiti } p_1 \perp p_2, & \text{ako je } k_1 = -\frac{1}{k_2} \end{cases}$$



## Kružnica

**Jednadžba kružnice** sa središtem  $S(p, q)$  i polumjerom  $r$ :

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

**Jednadžba centralne kružnice:**  $x^2 + y^2 = r^2$

**Jednadžba tangente** na kružnicu s diralištem  $D(x_0, y_0)$ :

$$(x - p)(x_0 - p) + (y - q)(y_0 - q) = r^2$$

**Uvjet da bi pravac**  $y = kx + l$  **bio tangenta na kružnicu:**

$$r^2 \cdot (k^2 + 1) = (k \cdot p - q + l)^2$$

## Elipsa

Svojstvo proizvoljne točke  $T$  na elipsi:

$$d(T, F_1) + d(T, F_2) = 2 \cdot a = \text{const}$$

Jednadžba elipse ( $a > b$ ):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 \cdot x^2 + a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2$$

Jednadžba tangente na elipsu s diralištem  $D(x_0, y_0)$ :

$$\frac{x \cdot x_0}{a^2} + \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$$

Uvjet da bi pravac  $y = kx + l$  bio tangenta na elipsu:

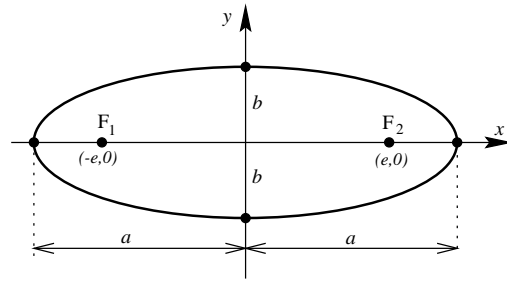
$$a^2 k^2 + b^2 = l^2$$

Linearni ekscentricitet:

$$e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Numerički ekscentricitet:

$$\varepsilon = \frac{e}{a}$$



## Hiperbola

Svojstvo proizvoljne točke  $T$  na hiperboli:

$$|d(T, F_1) - d(T, F_2)| = 2 \cdot a = \text{const}$$

Jednadžba hiperbole:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 \cdot x^2 - a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2$$

Jednadžba tangente na hiperbolu s diralištem  $D(x_0, y_0)$ :

$$\frac{x \cdot x_0}{a^2} - \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$$

Asimptote na hiperbolu:

$$p_1 \dots y = -\frac{b}{a} \cdot x$$

$$p_2 \dots y = \frac{b}{a} \cdot x$$

Uvjet da bi pravac  $y = kx + l$  bio tangenta na hiperbolu:

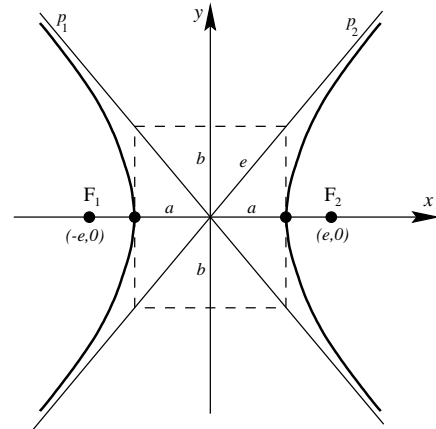
$$a^2 k^2 - b^2 = l^2$$

Linearni ekscentricitet:

$$e = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Numerički ekscentricitet:

$$\varepsilon = \frac{e}{a}$$



## Parabola

Svojstvo proizvoljne točke  $T$  na paraboli:

$$d(T, F) = d(T, r)$$

Jednadžba parabole:

$$y^2 = 2p \cdot x$$

Jednadžba tangente na parabolu s diralištem  $D(x_0, y_0)$ :

$$y \cdot y_0 = p \cdot (x + x_0)$$

Jednadžba ravnalnice parabole:

$$r \dots x = -\frac{p}{2}$$

Uvjet da bi pravac  $y = kx + l$  bio tangenta na parabolu:

$$p = 2kl$$

