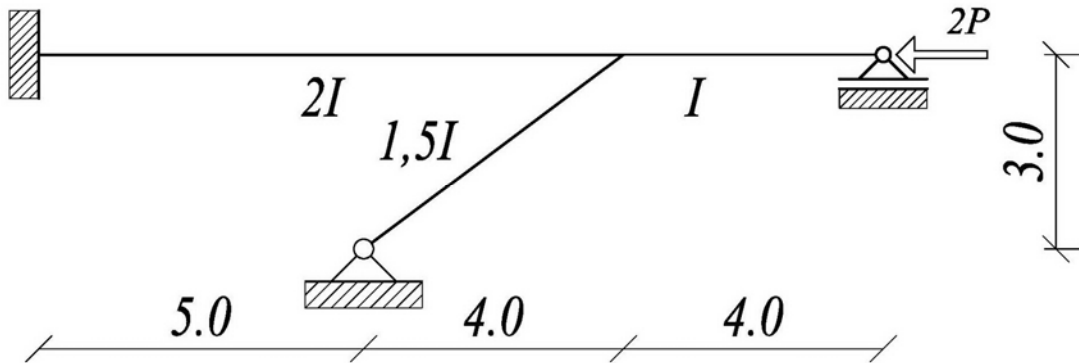


Ispitni rok: Jun 2009.

Za nosač prikazan na slici odrediti najmanju vrednost kritičnog opterećenja P_{cr} . Koristiti približan postupak linearizovane teorije II reda.

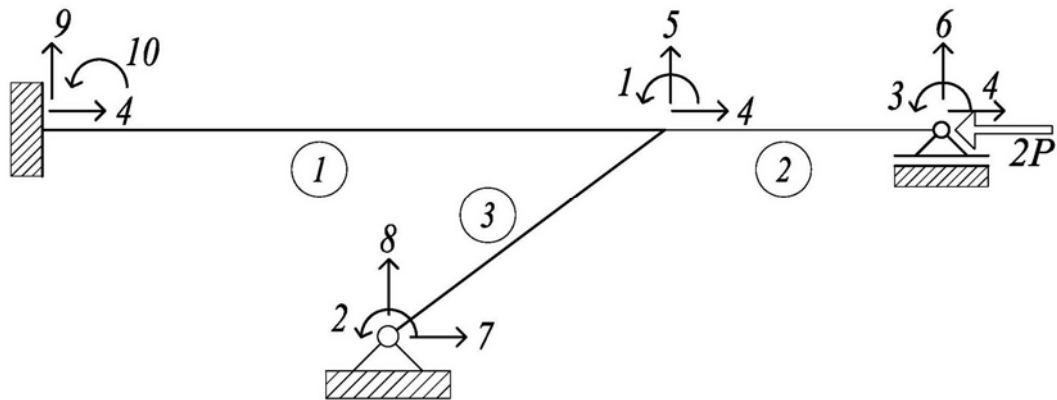
$$EI = 50000kNm^2$$

$$I / F = 0$$



Rešenje:

Oznake štapova i pomeranja:



Nepoznata pomeranja: 1, 2, 3.

Aksijalne sile u štapovima:

$$S_1 = S_2 = -2P$$

$$S_3 = 0$$

Usvojeno $I_c = I$.

Matrice krutosti štapova:

Matrice krutosti štapova po teoriji I reda:

Štap 1:

$$K_{10} = EI_c \begin{matrix} & \begin{matrix} 9 & 10 & 5 & 1 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0,03292 & 0,1481 & -0,03292 & 0,1481 \\ & 0,8 & -0,1481 & 0,4 \\ & & 0,03292 & -0,1481 \\ & & & 0,8 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 9 \\ 10 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

Štap 2:

$$K_{20} = EI_c \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 1 & 6 & 3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0,1875 & 0,375 & -0,1875 & 0,375 \\ & 1 & -0,375 & 0,5 \\ & & 0,1875 & -0,375 \\ & & & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 5 \\ 1 \\ 6 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

Štap 3:

$$K_{30} = EI_c \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0,144 & 0,36 & -0,144 & 0,36 \\ & 1,2 & -0,36 & 0,6 \\ & & 0,144 & -0,36 \\ & & & 1,2 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

Geometrijske matrice krutosti štapova:

Štap 1:

$$K_{g1} = -\frac{P}{10} \begin{matrix} & \begin{matrix} 9 & 10 & 5 & 1 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 2,6 & 2 & -2,6 & 2 \\ & 24 & -2 & -6 \\ & & 2,6 & -2 \\ & & & 24 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 9 \\ 10 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

Štap 2:

$$K_{g2} = -\frac{P}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 & -6 & 2 \\ & 10,6 & -2 & -2,6 \\ & & 6 & -2 \\ & & & 10,6 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 1 \\ 6 \\ 3 \end{matrix}$$

Štap 3:

$$K_{g3} = 0$$

Submatrica matrice krutosti sistema uz nepoznata pomeranja:

$$K_{nn0} = EI_c \begin{bmatrix} 3,08 & 0,6 & 0,5 \\ & 1,2 & 0 \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Submatrica geometrijske matrice krutosti sistema:

$$K_{nng} = -\frac{P}{10} \begin{bmatrix} 34,6 & 0 & -2,6 \\ & 0 & 0 \\ & & 10,6 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Sistem uslovnih jednačina: $(K_{nn0} - K_{nng})q = 0$

Uslov iz koga se određuje kritična sila: $\det(K_{nn0} - K_{nng}) = \det S = 0$.

Uvodi se smena: $\alpha = \frac{P}{10EI_c}$.

$$S = \begin{bmatrix} 3,08 - 34,6\alpha & 0,6 & 0,5 + 2,6\alpha \\ 0,6 & 1,2 & 0 \\ 0,5 + 2,6\alpha & 0 & 1 - 10,6\alpha \end{bmatrix}$$

$$\det S = 0$$

$$-0,6 \cdot \begin{vmatrix} 0,6 & 0,5 + 2,6\alpha \\ 0 & 1 - 10,6\alpha \end{vmatrix} + 1,2 \cdot \begin{vmatrix} 3,08 - 34,6\alpha & 0,5 + 2,6\alpha \\ 0,5 + 2,6\alpha & 1 - 10,6\alpha \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 10,6$$

$$-0,6(1-10,6\alpha) + 2 \left[(3,08-34,6\alpha)(1-10,6\alpha) - (0,5+2,6\alpha)^2 \right] = 0$$

$$-0,6 + 6,4\alpha + 6,17 - 69,3\alpha - 65,896\alpha + 739,5\alpha^2 - 0,5 - 5,3\alpha - 14,2\alpha^2 = 0$$

$$725,3\alpha^2 - 134,163\alpha + 5,07 = 0$$

$$\alpha_1 = 0,05308$$

$$\alpha_2 > \alpha_1$$

Iz smene $\alpha = \frac{P_{cr}}{10EI_c}$ može se odrediti vrednost kritične sile:

Kritična sila:

$$P_{cr} = 0,5308EI_c = 26540kN$$