

**Ispitni rok:** Septembar 1, 2009.

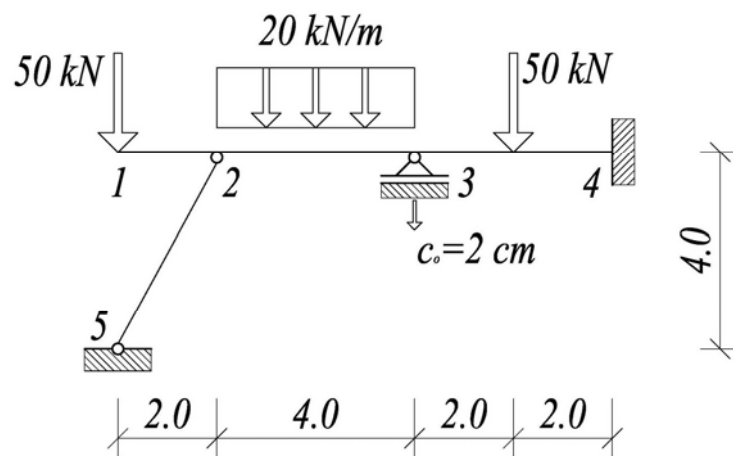
Za nosač na slici, zanemarujući uticaj normalnih sila na deformaciju grede:

- Odrediti broj nepoznatih u matričnoj analizi i formirati submatricu krutosti  $K_{nn}^*$ .
- Usled zadatog opterećenja sračunati vektore sila na krajevima štapova i nacrtati dijagrame sila u preseku.
- Usled zadatog pomeranja oslonca odrediti momenat u uklještenju.

**Napomena:** Štapovi 1-4 su gredni nosači, a 2-5 je prost štap.

Greda:  $I/F=0$ ,  $EI=2 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$

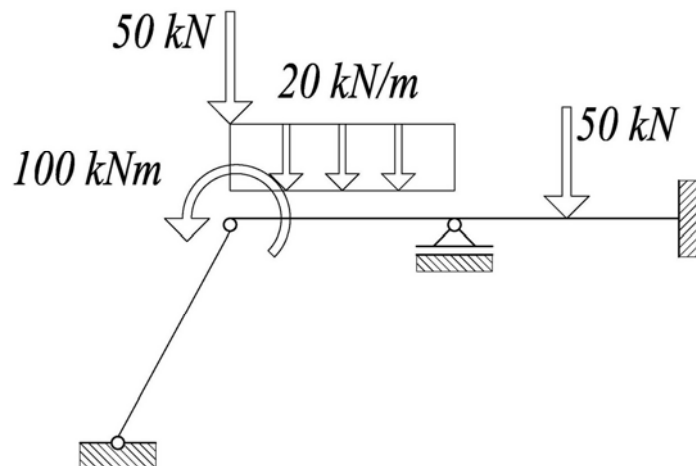
Prost štap:  $EF=2 \cdot 10^6 \text{ kN}$



**Rešenje:**

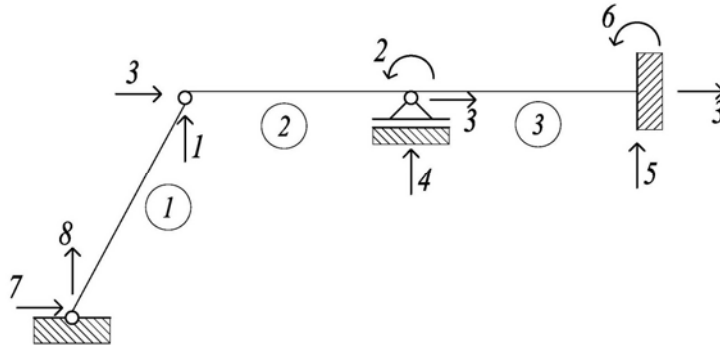
Odnos  $I/F=0,1$  ( $F/I=10$ ).

Neophodno je, pre određivanja nepoznatih pomeranja, „ukinuti“ prepust, a silu koja deluje na prepustu redukovati na čvor:



a) Odrediti broj nepoznatih pomeranja i formirati submatricu sistema uz nepoznata pomeranja.

Oznake štapova i pomeranja:



Nepoznata pomeranja: 1,2.

Matrice krutosti štapova:

Štap 1:

$$l = 4,472m$$

Geometrijske karakteristike:  $\cos \alpha = 0,4472$

$$\sin \alpha = 0,8944$$

$$K_1 = EI \begin{bmatrix} 2,236 & -2,236 \\ & 2,236 \end{bmatrix} \quad T_1 = \begin{bmatrix} 0,4472 & 0,8944 & & \\ & & 0,4472 & 0,8944 \end{bmatrix}$$

7                      8                      3                      1

$$K_1^* = T_1^T \cdot K_1 \cdot T_1 = EI \begin{bmatrix} 0,4472 & 0,8944 & 0,4472 & 0,8944 \\ & 1,7887 & -0,8944 & -1,7887 \\ & & 0,4472 & 0,8944 \\ & & & 1,7887 \end{bmatrix}$$

7                      8                      3                      1

Štap 2:

Geometrijske karakteristike:  $l = 4m$

$$K_2 = K_2^* = EI \begin{bmatrix} 0,046875 & -0,046875 & 0,1875 \\ & 0,046875 & -0,1875 \\ & & 0,75 \end{bmatrix}$$

1                      4                      2

1                      4                      2

Štap 3:

Geometrijske karakteristike:  $l = 4m$

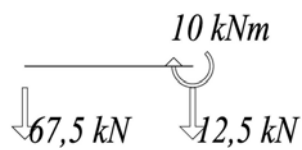
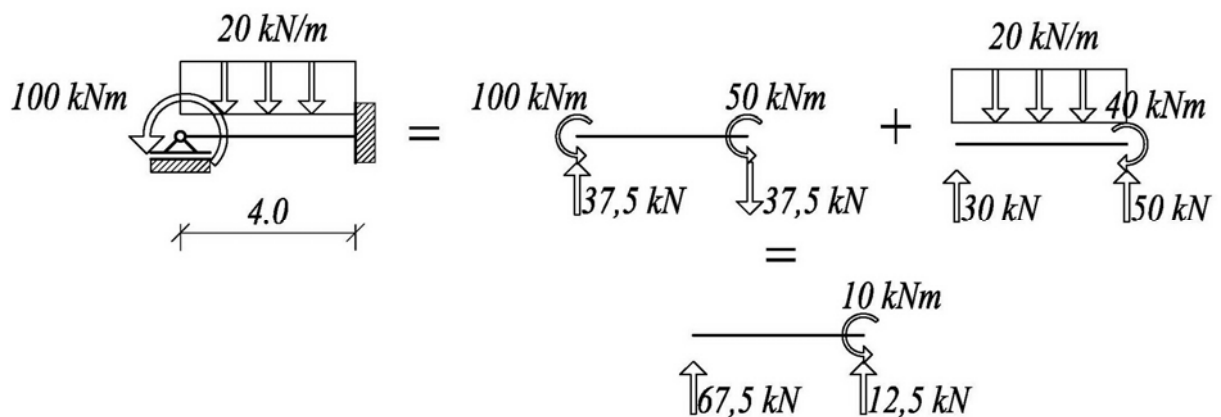
$$K_3 = K_3^* = EI \begin{matrix} & \begin{matrix} 4 & 2 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,1875 & 0,375 & -0,1875 & 0,375 \\ & 1 & -0,375 & 0,5 \\ & & 0,1875 & -0,375 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Submatrica krutosti sistema uz nepoznata pomeranja:

$$K_{nn}^* = EI \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1,8356 & 0,1875 \\ & 1,75 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

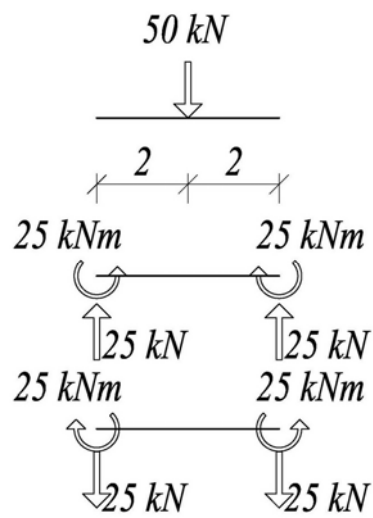
Vektor ekvivalentnog opterećenja:

Štap 2:



Vektor ekvivalentnog opterećenja:  $Q_2 = Q_2^* = \begin{bmatrix} -67,5 \\ -12,5 \\ -10 \end{bmatrix}$

Štap 3:



Vektor ekvivalentnog opterećenja:  $Q_3 = Q_3^* = \begin{bmatrix} -25 \\ -25 \\ -25 \\ 25 \end{bmatrix}$

$$Q_n^* = \begin{bmatrix} -67,5 \\ -35 \end{bmatrix}_2 \quad P_n^* = \begin{bmatrix} -50 \\ 0 \end{bmatrix}_2$$

$$\text{Vektor slobodnih članova: } S_n^* = P_n^* + Q_n^* = \begin{bmatrix} -117,5 \\ -35 \end{bmatrix}_2$$

$$\text{Vektor nepoznatih pomeranja sistema: } q_n^* = K_{nn}^{*-1} \cdot S_n^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -62,655 \\ -13,287 \end{bmatrix}_2$$

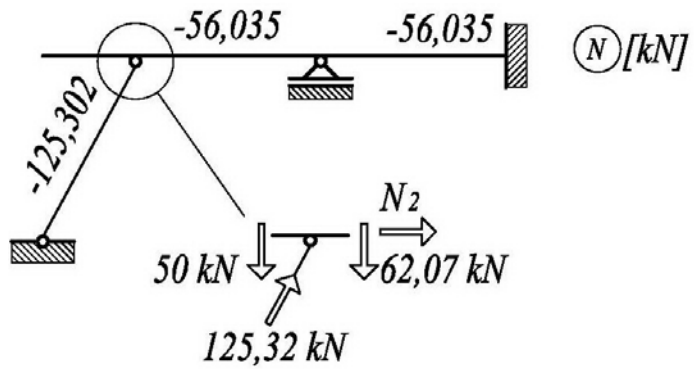
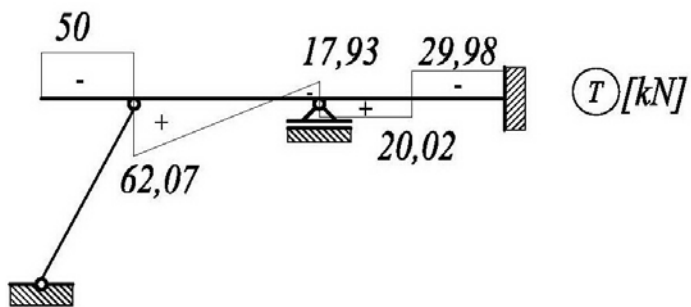
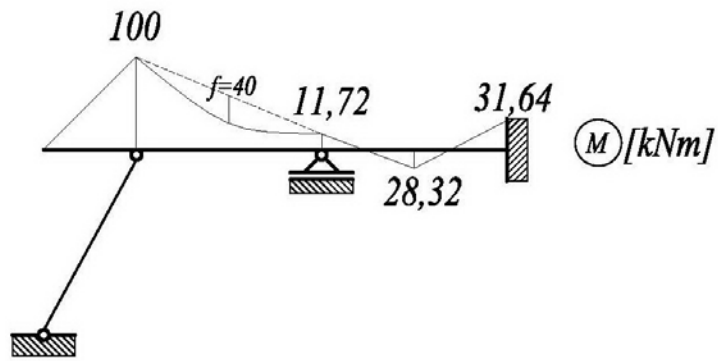
b) Odrediti sile na krajevima štapova.

$$q_1^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -62,655 \end{bmatrix} \quad q_1 = T_1 \cdot q_1^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 0 \\ -56,039 \end{bmatrix} \quad R_1 = K_1 \cdot q_1 = \begin{bmatrix} 125,302 \\ -125,302 \end{bmatrix}$$

$$q_2 = q_2^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -62,655 \\ 0 \\ -13,287 \end{bmatrix} \quad R_2 = K_2 \cdot q_2 - Q_2 = \begin{bmatrix} 62,072 \\ 17,928 \\ -11,713 \end{bmatrix}$$

$$q_3 = q_3^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 0 \\ -13,287 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad R_3 = K_3 \cdot q_3 - Q_3 = \begin{bmatrix} 20,02 \\ 11,71 \\ 29,98 \\ -31,64 \end{bmatrix}$$

Dijagrami sila u presecima:



$$\sum H = 0 \rightarrow 125,302 \cdot \cos \alpha + N_2 = 0$$

$$N_2 = -56,035 \text{ kN}$$

c) Usled zadatog pomeranja oslonca odrediti momenat u uklještenju.

$$q_p^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 0 \\ -4000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

$$K_{np}^* = \begin{bmatrix} \dots & -0,046875 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & 0,1875 & & & & \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$K_{np}^* \cdot q_p^* = \begin{bmatrix} 187,5 \\ -750 \end{bmatrix}$$

$$q_n^* = -K_{nn}^{*-1} \cdot K_{np}^* \cdot q_p^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -147,538 \\ 444,379 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \quad q_3 = q_3^* = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -4000 \\ 444,379 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3 = K_3 \cdot q_3 = \begin{bmatrix} -583,358 \\ -1055,621 \\ 583,358 \\ -1277,81 \end{bmatrix}$$

Moment u uklještenju je (vodeći računa o konvenciji)  $M_u = 1277,81 \text{ kNm}$  :

