

## Ispitna pitanja iz Metalnih konstrukcija 2 i odgovori

### 1. Zavrtnjevi (vrste, oblik i dimenzijske podela prema tačnosti izrade, metrički navoj)

#### Vrste zavrtnjeva

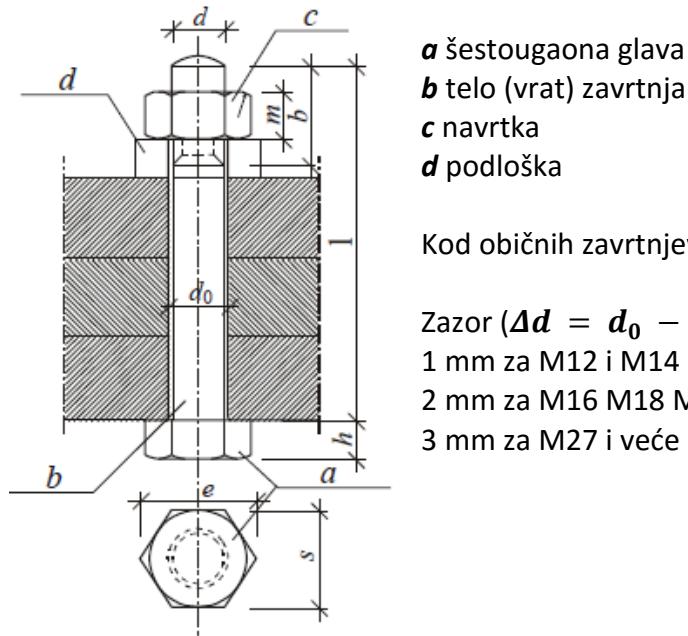
Prema kvalitetu materijala od koga se izvode mogu biti:

- obični zavrtnjevi
- visokovredni zavrtnjevi

Visokovredni zavrtnjevi mogu da budu:

- prednapregnuti
- neprednapregnuti

#### Oblik i dimenzijske običnih zavrtnjeva

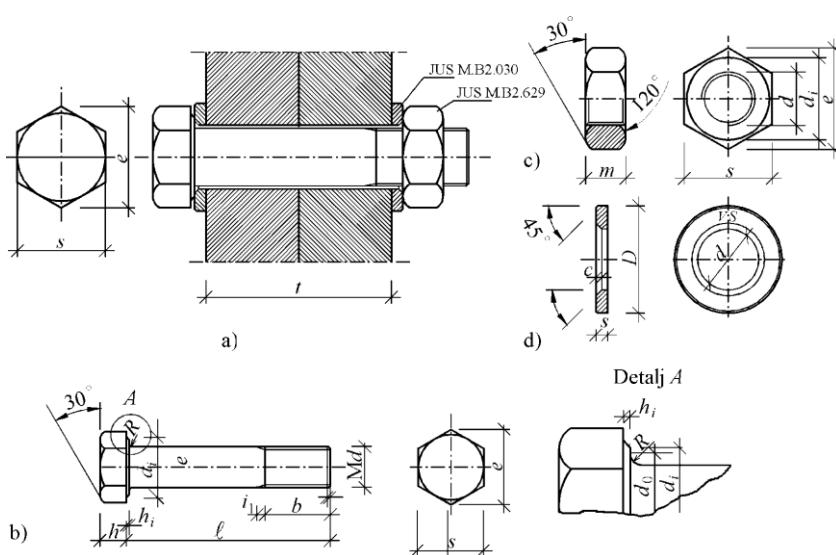


Kod običnih zavrtnjeva podloška nije obavezna!

Zazor ( $\Delta d = d_0 - d$ ) treba da bude:

- 1 mm za M12 i M14
- 2 mm za M16 M18 M 20 M22 i M24
- 3 mm za M27 i veće

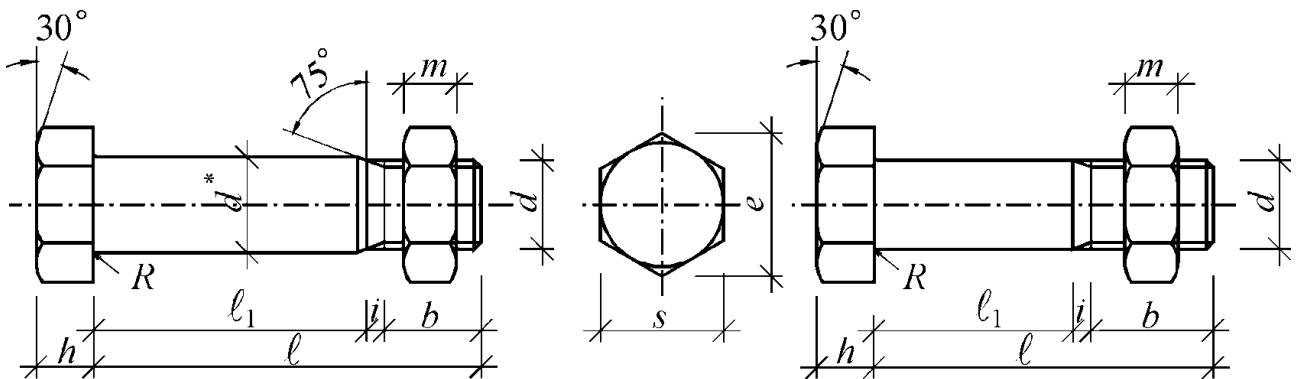
#### Oblik i dimenzijske visokovrednih zavrtnjeva :



Gradjevinski zavrtnjevi nemaju navoj po celoj duzini jer to smanjuje nosivost. Kod zavrtnjeva klase čvrstoće 10.9 podloške su obavezne i ispod glave i ispod navrtke, dok kod klase 8.8 mora da se koristi podloška samo sa strane sa koje se vrši pritezanje (okretanje).

#### Podela prema tačnosti izrade

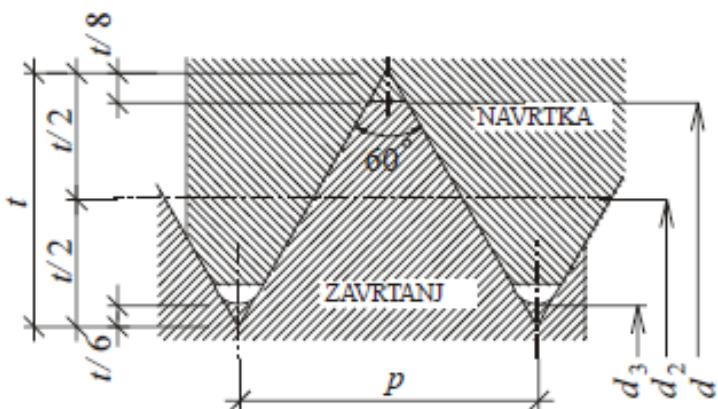
- **neobrađeni** (neupasovani) ili zavrtnjevi bez tačnog naleganja kod kojih je razlika između prečnika rupe i tela zavrtnja  $\Delta d = d_0 - d \geq 1.0\text{mm}$
- **obrađeni** (upasovani) ili zavrtnjevi sa tačnim naleganjem, kod kojih se obradom na strugu postiže razlika između prečnika rupe i tela zavrtnja  $\Delta d = d_0 - d \leq 0.3\text{mm}$



Kod obrađenih zavrtnjeva nominalni (nazivni) prečnik rupe mora da bude jednak prečniku zavrtnja!

Kod obrađenih zavrtnjeva nominalni prečnik tela (vrata) zavrtnja je veći od nominalnog prečnika dela sa navojem!

### Metrički navoj i površina ispitnog preseka



**d** nominalni prečnik zavrtnja,

**d<sub>2</sub>** srednji prečnik navoja,  $d_2 = d - 3/4t$

**d<sub>3</sub>** prečnik jezgra zavrtnja,  $d_3 = d - 17/12t$

**p** korak navoja koji zavisi od prečnika zavrtnja (npr. za M12 p=1,75 mm),

**t** visina navoja koja zavisi od koraka navoja.  $t = p/(2\tan 30)$

$$As = \frac{\pi}{4} * \left(\frac{d_2 + d_3}{2}\right)^2 \text{ povrsina ispitnog preseka}$$

Pored metrickog postoji i colovni navoj, ali kod nas nije zastupljen

### 2. Zavrtnjevi (označavanje, klase čvrstoće, prikazivanje na crtežima, ispitni presek)

#### Označavanje zavrtnjeva

Oznaka treba da sadrži informacije o:

- vrsti navoja (M ili "), (" - colovni navoj)
- prečniku zavrtnja (**d**),
- dužini zavrtnja (**l**),
- kvalitetu materijala od koga je izrađen (klasi čvrstoće)
- standardu po kome je zavrtanj izrađen.

**Mdx...k.č – (SRPS EN ISO 4017 ili SRPS EN 14399)**

Primer: M20x100...5.6 – (SRPS EN ISO 4017)

## Klase čvrstoće zavrnjeva

Klase čvrstoće definiše kvalitet čelika od kog su zavrtnjevi izrađeni, odnosno njegove mehaničke karakteristike:

- $f_{ub}$  čvrstoća pri zatezanju
- $f_{yb}$  granica razvlačenja.

**Klase čvrstoće se označava sa dva arapska broja razdvojena tačkom!**

## Značenje oznake klase čvrstoće

Broj na prvom mestu predstavlja stoti deo čvrstoće na zatezanje u MPa:

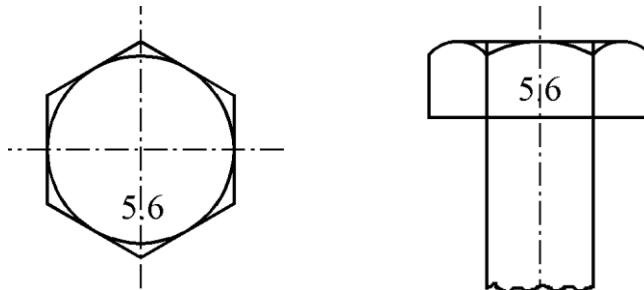
$$f_u / 100$$

Broj na drugom mestu predstavlja desetostruki odnos granice razvlačenja i čvrstoće na zatezanje:

$$10 (f_y / f_u)$$

Zavrtnjevi se izrađuju u sledećim klasama čvrstoće:

4.6 4.8 5.6 5.8 6.8 8.8 i 10.9.



Klase čvrstoće	4.6	4.8	5.6	5.8	6.6	8.8	10.9
$f_{yb}$ (N/mm <sup>2</sup> )	240	320	300	480	480	640	900
$f_{ub}$ (N/mm <sup>2</sup> )	400	400	500	500	600	800	1000

## Prikazivanje zavrtnjeva na crtežima

### Obični zavrtnjevi:

Nazivni prečnik	M12	M16	M20	M22	M24	M27	M30
Osnovne oznake za zavrtnjeve	●	●	●	●	●	28 ●	31 ●
Obrađeni zavrtnjevi	●	●	●	●	●	28 ●	31 ●
Montažni zavrtnjevi	●	●	●	●	●	28 ●	31 ●
Montažne rupe i zavrtnjevi	●	●	●	●	●	28 ●	31 ●

### Prednapregnuti visokovredni zavrtnjevi

Vrsta zavrtnja	Zazor	M12	M16	M20	M22	M24	M27	M30
Zavrtnjevi bez tačnog naleganja	$\Delta d \leq 1,0$ mm	○	+	+	+	※	※	※ <sup>30</sup>
Zavrtnjevi sa tačnim naleganjem	$\Delta d \leq 0,3$ mm	○	+	+	+	※	※	※ <sup>30</sup>
Dodatne oznake								
Montažni zavrtnjevi		○	+	+	+	※	※	※ <sup>30</sup>
Montažne i rupe i zavrtnjevi		○	+	+	+	※	※	※ <sup>30</sup>

### 3. Kategorije spojeva sa zavrtnjevima

#### Kategorije spojeva sa zavrtnjevima prema EC3:

##### Smičući spojevi

- **Kategorija A:** Spojevi kod kojih se opterećenje prenosi pritiskom po omotaču rupe i smicanjem zavrtnjeva
- **Kategorija B:** Spojevi otporni na proklizavanje pri graničnom stanju upotrebljivosti
- **Kategorija C:** Spojevi otporni na proklizavanje pri graničnom stanju nosivosti

##### Spojevi opterećeni na zatezanje

- **Kategorija D:** Spojevi sa neprednapregnutim zavrtnjevima
- **Kategorija E:** Spojevi sa prednapregnutim zavrtnjevima

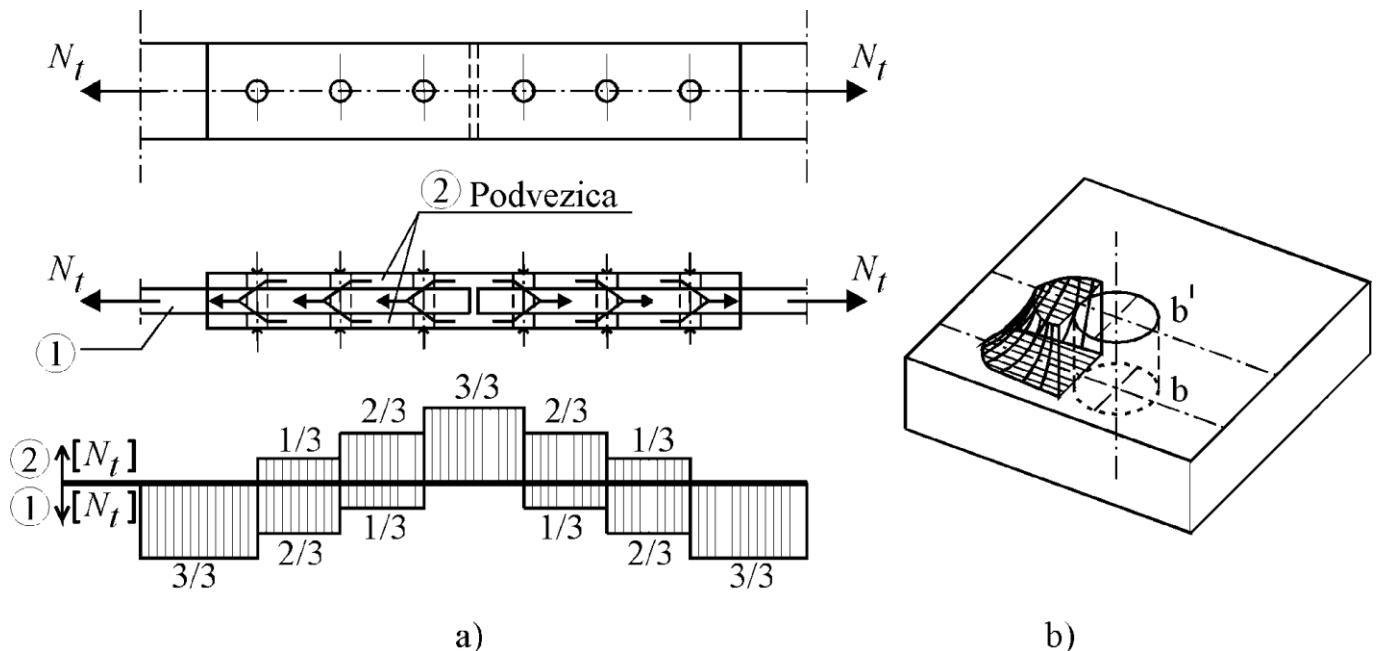
### 4. Ponašanje zavrtnjeva u smičućim spojevima

Kod veza sa zavrtnjima ostvaruje se diskontinualno spajanje elemenata konstrukcije preko određenog broja tacaka. U takvim vezama sila se iz jednog elementa prenosi u drugi pomocu zavrtnjeva. Ravnoteza sila u elementima veze se uspostavlja naprezanjem zavrtnjeva na pritisak po omotacu rupe. Kako su naprezanja usled pritiska po omotacu rupe uspravna na osu zavrtnjeva i suprotnih smerova, ona na mestu promene smera naprezanja, odnosno u ravni spoja (smicanja) izazivaju smicanje tela zavrtnja.

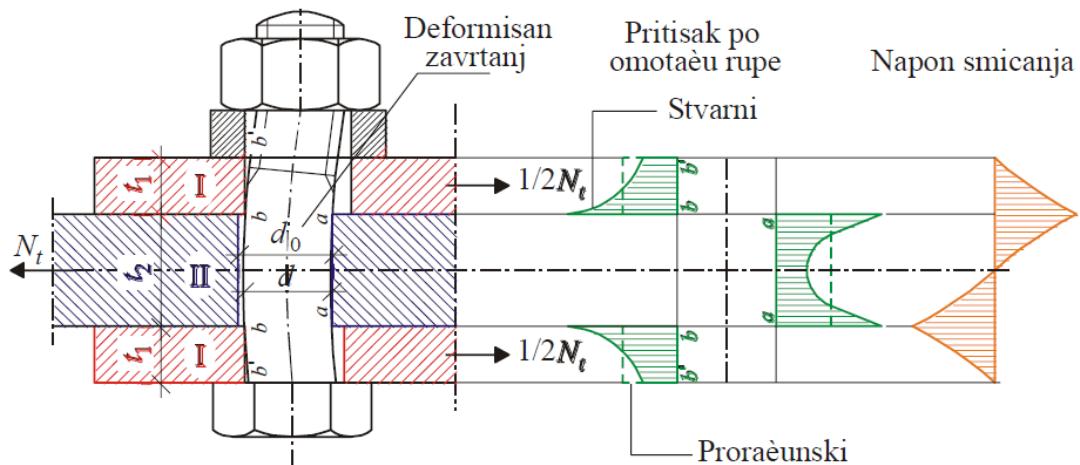
Sila deluje u tezistu elementa koji se povezuje (slika a). Na mestima zavrtnjeva, ona skreće ka tezistu drugog elementa u koji se prenosi smicanjem tela zavrtnja. Usled skretanja sile, neposredno uz ravan spoja, dolazi do povecanog napona pritiska po omotacu rupe, koji je zbog toga promenljiv po debljini lima. Osim toga, intenzitet ovog napona je promenljiv i u radijalnom pravcu, pa stvarni dijagram napona ima oblik prikazan na slici b.

Ako se posmatra jedan zavrtanj može se uociti da se prenosenje sile vrši na sledeći nacin:

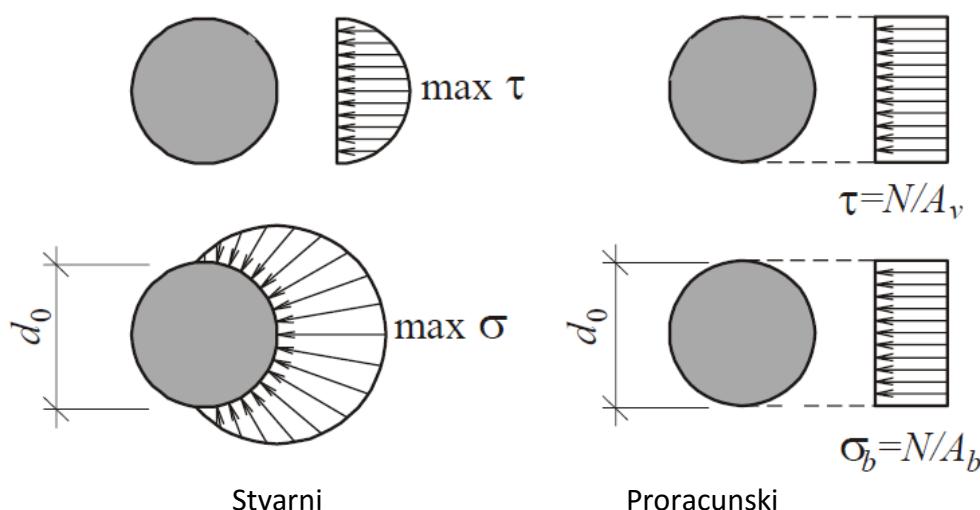
- Srednji element II vrši pritisak po omotacu rupe na desnom delu tela zavrtnja preko površine a-a. Napon pritiska je promenljivog inteziteta duž zavrtnja.
- Sila prelazi u element I i vrši pritisak po omotacu rupe na levoj strani tela zavrtnja preko površina b-b



Pri proracunu zavrtnjeva se, kao i u slučaju zakivaka usvaja konstantan raspored napona pritiska po omotacu rupe, kao i konstantan napon smicanja tela zavrtnja u ravni smicanja. Na taj način se znacajno pojednostavljuje proračun, bez bitnih posledica na njegovu tacnost, a samim tim i na pouzdanost veze.



Stvarni i proračunski dijagram napona

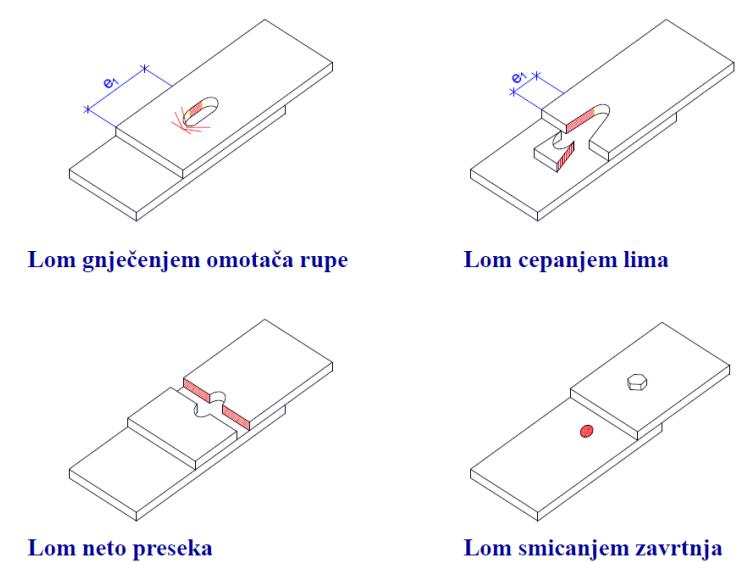


Kod veza izvedenih neobradjenim zavrtnjima, rupa je 1 ili 2 mm veća od tela zavrtnja. Zbog zazora između rupe i tela zavrtnja, svi zavrtnjevi ne mogu u isto vreme da ostvare kontakt sa limovima, usled cega se javlja savijanje zavrtnjeva u vezi.

### Vidovi loma kod smičućih spojeva

Postoje četiri potencijalna oblika loma:

- Lom smicanjem tela zavrtnja;
- Lom gnječenjem omotača rupe;
- Lom neto preseka;
- Lom cepanjem lima.



## Kontrole nosivost zavrtnjeva u smičućim spojevima

Kategorija	Kriterijumi	Napomene
A –Spojevi kod kojih se opterecenje prenosi pritiskom po omotacu rupe	$F_{v,Ed} \leq F_{v,Rd}$ $F_{v,Ed} \leq F_{b,Rd}$	Ne zahteva se prednaprezanje. Koriste se zavrtnjevi klase cvrstoca 4.6 do 10.9
B –Spojevi otporni na proklizavanje pri granicnom stanju upotrebljivosti	$F_{v,Ed,ser} \leq F_{s,Rd,ser}$ $F_{v,Ed} \leq F_{v,Rd}$ $F_{v,Ed} \leq F_{b,Rd}$	Korsite se prednapregnuti zavrtnjevi klase cvrstoca 8.8 i 10.9
C –Spojevi otporni na proklizavanje pri granicnom stanju nosivosti	$F_{v,Ed} \leq F_{s,Rd}$ $F_{v,Ed} \leq F_{b,Rd}$ $\sum F_{v,Ed} \leq N_{net.Rd}$	Koriste se prednapregnuti zavrtnjevi klase cvrstoca 8.8 i 10.9

$F_{v,Rd}$  – Proracunska nosivost na smicanje

$F_{b,Rd}$  – Proracunska nosivost na pritisak po omotacu rupe

$F_{s,Rd,ser}$  – Nosivost na trenje (proklizavasnje) pri SLS

$\sum F_{v,Ed} \leq N_{net.Rd}$  – Zbir sila u spaju mora da bude manji od nosivosti na zatezanje.

$F_{s,Rd}$  – Proracunska nosivost na proklizavanje pri ULS

$F_{v,Rd}$  – Proracunska sila smicanja u zavrtnju

## 5. Nosivost zavrtnjeva na smicanje

### Nosivost zavrtnjeva na smicanje - $F_{v,Rd}$

$$F_{v,Rd} = m \frac{\alpha_v f_{ub} A}{\gamma_{m2}}$$

- kada ravan smicanja **prolazi** kroz deo zavrtnja sa navojem:

$A$  je površina ispitnog preseka zavrtnja  $As$ :

$\alpha_v = 0,6$  za klase čvrstoće 4.6, 5.6 i 8.8

$\alpha_v = 0,5$  za klase čvrstoće 4.8, 5.8, 6.8 i 10.9

- kada ravan smicanja **ne prolazi** kroz deo zavrtnja sa navojem:

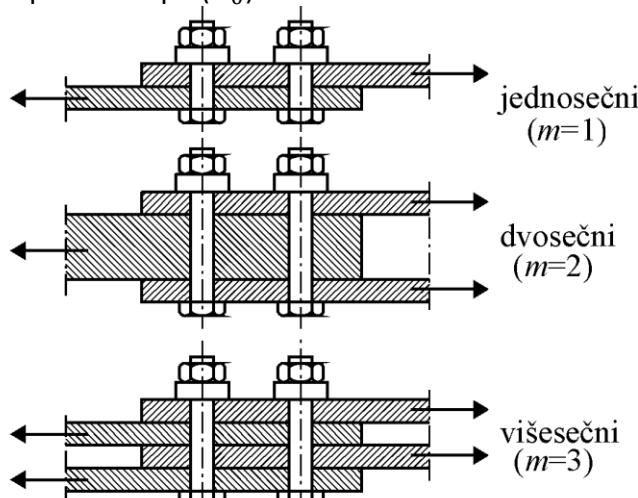
$A$  je površina bruto preseka zavrtnja ( $A = d^2\pi/4$ )

$\alpha_v = 0,6$  za sve klase čvrstoće

$f_{ub}$  čvrstoća pri zatezjanju zavrtnja;

$\gamma_{m2}$  parcijalni koeficijent sigurnosti ( $\gamma_{m2} = 1,25$ );

Kod obrađenih zavrtnjeva, pri određivanju površine  $A$ , umesto prečnika zavrtnja ( $d$ ) treba uzeti prečnik rupe ( $d_0$ )!



## 6. Nosivost zavrtnjeva na pritisak po omotaču rupe

### Nosivost na pritisak po omotaču rupe - $F_{b.Rd}$

$$F_{b.Rd} = \frac{k_1 \alpha_b f_u dt}{\gamma_{m2}}$$

$t$  debljina lima

$d$  prečnik zavrtnja

$f_u$  čvrstoća pri zatezanju (osnovnog materijala)

$\gamma_{m2}$  parcijalni koeficijent sigurnosti ( $\gamma_{m2}=1,25$ )

$$\alpha_b = \min(\alpha_d, \frac{f_{ub}}{f_u}; 1)$$

#### U pravcu prenosa opterecenja:

$\alpha_d = e_1/3d_0$  za zavrtnjeve u krajnjim redovima

$\alpha_d = \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}$  za zavrtnjeve u unutrasnjim redovima

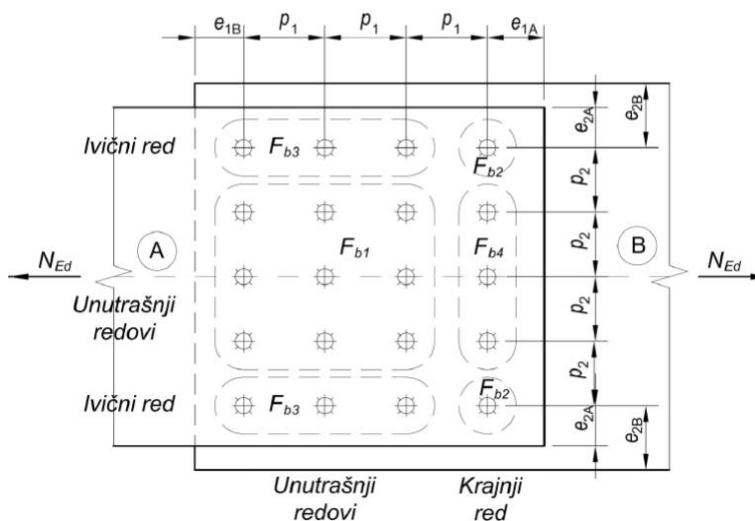
#### Upravno na pravac prenosa sile:

$k_1 = \min(2.8 \frac{e_2}{d_0} - 1.7; 2.5)$  za zavrtnjeve u ivičnim redovima (za  $e_2 \geq 1.5d_0 \rightarrow k_1 = 2.5$ )

$k_1 = \min(1.4 \frac{p_2}{d_0} - 1.7; 2.5)$  za zavrtnjeve u unutrasnjim redovima (za  $p_2 \geq 3d_0 \rightarrow k_1 = 2.5$ )

### Nosivost grupe zavrtnjeva na pritisak po omotaču rupe

- Zbog geometrije veze nosivost na pritisak po omotaču rupe nije ista za sve zavrtnjeve u spoju!
- Nosivost na pritisak po omotaču rupe treba posebno da se proveri za svaki lim koji se nalazi u smičućem spaju!
- Ako je nosivost zavrtnja na smicanje  $F_{v.Rd}$  veća ili jednaka od nosivosti na pritisak po omotaču rupe svakog pojedinačnog zavrtnja ( $F_{b1.Rd}$ ), nosivost grupe zavrtnjeva na pritisak po omotaču rupe može da se odredi kao zbir proračunskih nosivosti pojedinačnih zavrtnjeva ( $\sum F_{b1.Rd}$ ). U suprotnom, nosivost grupe zavrtnjeva (zakivaka) na pritisak po omotaču rupe treba da se odredi kao broj zavrtnjeva ( $n$ ) pomnožen najmanjom nosivošću pojedinačnog zavrtnja ( $\min F_{b1.Rd}$ ).



**Grupa 1:** Unutrašnji zavrtnjevi  $F_{b1}$  ( $\alpha_{d,1}, k_{1,1}$ )

**Grupa 2:** Ugaoni zavrtnjevi  $F_{b2}$  ( $\alpha_{d,2}, k_{1,2}$ )

**Grupa 3:** Unutrašnji ivični zavrtnjevi  $F_{b3}$  ( $\alpha_{d,1}, k_{1,2}$ )

**Grupa 4:** Krajnji unutrašnji zavrtnjevi  $F_{b4}$  ( $\alpha_{d,2}, k_{1,1}$ )

### Proračun nosivosti grupe zavrtnjeva na pritisak po omotaču rupe:

$$F_{v.Rd} \geq \max(F_{b1}, F_{b2}, F_{b3}, F_{b4}) \rightarrow F_{b.Rd} = n_1 F_{b1} + n_2 F_{b2} + n_3 F_{b3} + n_4 F_{b4}$$

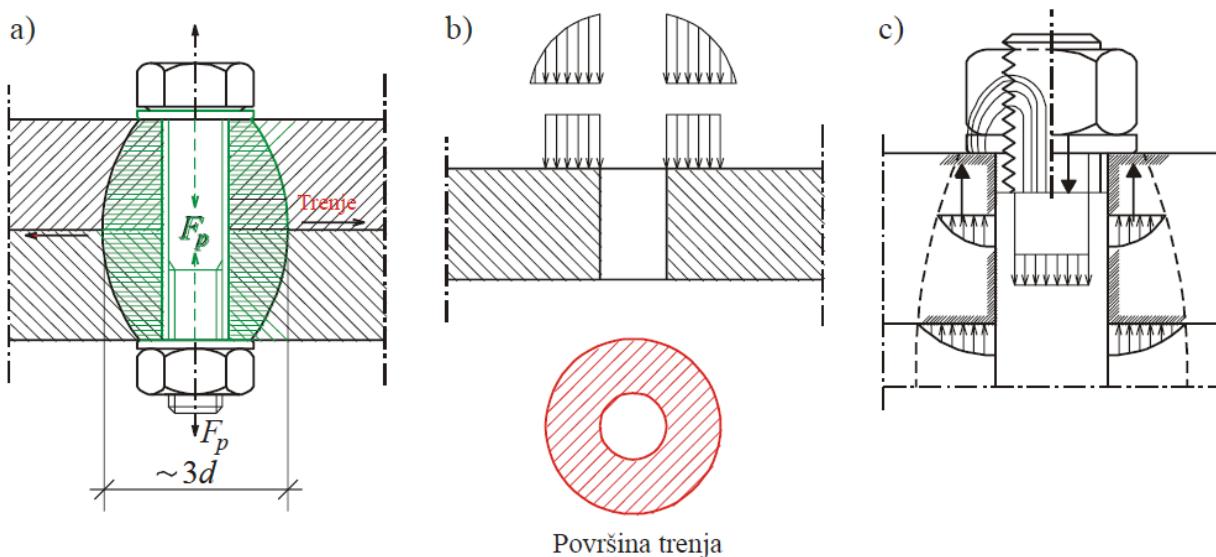
$$F_{v.Rd} < \max(F_{b1}, F_{b2}, F_{b3}, F_{b4}) \rightarrow F_{b.Rd} = n \min(F_{b1}, F_{b2}, F_{b3}, F_{b4})$$

## 7. Ponašanje prednapregnutih zavrtnjeva u smičućim spojevima

- Osnovni problem kod veza sa običnim zavrtnjevima je zazor između tela zavrtnja i rupe.
- Deformacije veza sa običnim zavrtnjevima su reaktivno velike zbog poništenja zazora.
- Obični zavrtnjevi nisu pogodni za veze u dinamički opterećenim konstrukcijama.
- Prednaprezanjem se u zavrtnjevima javlja sila zatezanja, a u kontaktnom spolu napon pritiska;
- Prenošenje sila se ostvaruje trenjem;
- Sila trenja između limova zavisi od napona pritiska i hrapavosti (trenja) kontaktnih površi;
- Koncentracija napona u neto preseku je manja nego kod veza sa neprednapregnutim zavrnjevima;

### Tok sila kod prednapregnutih zavrtnjeva:

Sila zatezanja koja se unosi u zavrtanj prednaprezanjem, izaziva pritisak u elemetima izmedju glave i navrtke zavrtnja (slika a). Na povrsinama elemenata, ispod podloznih plocica, javljaju se veliki kontaktni naponi pritiska (slika b). Ovaj napon se rasprostire kroz elemente spoja i siri se pod odredjenim uglom, tako da u sredini debljine paketa veze deluje na kružnoj povrsi ciji je prečnik priblizno jedna 3d. Intenzitet ovog napona pritiska se menja i radikalno u odnosu na zavrtanje, a svoj maksimum doseže neposredno uz zavrtanje (slika c). Na kontaktu izmedju dva elementa usled napona pritiska javlja se sila trenja, koja prihvata smicu sile i sprecava medjusobno pomeranje elemenata u spolu. Na taj nacin se, aktiviranjem sile trenja, smicu sile iz jednog elementa prenosi u drugi. To je sustinska razlika u radu tarnih u odnosu na smicu spojeve kod kojih se sila smicanja prihvata smicanjem zavrnjeva i pritiskom po omotacu rupe.



## 8. Nosivost prednapregnutih zavrtnjeva na proklizavanje

### Nosivost zavrtnjeva na proklizavanje - $F_{s.Rd}$

$$F_{s.Rd} = \frac{k_s n \mu}{\gamma_{m3}} F_{p.c}$$

$n$  – broj tarnih ravni

$\mu$  – koef. Trenja za tarne povrsi

$F_{p.c}$  – sila pritezanja zavrtnja

$\gamma_{m3}$  – parcijalni koef. sigurnosi

$k_s$  – koef. koji zavisi od velicine i tipa rupa za zavrtnjeve

### Sila pritezanja zavrtnja - $F_{p.c}$

$$F_{p.c} = 0.7 f_{ub} A_s$$

Vrednosti sile pritezanja standardnih zavrtnja klase čvrstoće 8.8 i 10.9  $F_{p.c}$  [kN] su prikazane u tabeli:

		Precnik zavrtnja							
		M12	M16	M20	M22	M24	M27	M30	M36
As mm <sup>2</sup>		84.3	157	245	303	353	459	561	817
Fp.C	8.8	47	88	137	170	198	257	314	458
	10.9	59	110	172	212	247	321	393	572

Kontrolisano unošenje sile pritezanja (prednaprezanja) zavrtnja se ostvaruje pomoću: momentnog ključa, momentnog impulsa, indikatorske podloške, merenja ugla obrtanja...

### Merenje momenta uvrtanja momentnim ključem

$$Mu = F_{p.c} * d * k$$

**Mu** moment uvrtanja

**F<sub>p.c</sub>** sila prednaprezanja

**d** prečik zavrtnja

**k** koeficijent trenja između navrtke i navoja zavrtnja (0,13-0,17)

### 9. Nosivost zavrtnjeva na zatezanje

#### Nosivost zavrtnjeva na zatezanje

Zavisi od kvaliteta materijala ( $f_{ub}$ ) i dimenzije zavrtnja, odnosno površine ispitnog preseka ( $A_s$ ).

$$F_{t.Rd} = \frac{k_2 f_{ub} A_s}{\gamma_{m2}}$$

**k<sub>2</sub> = 0.63** za zavrtnjeve sa uspustenom glavom

**k<sub>2</sub> = 0.9** u ostalim slucajevima

$$F_{t.Rd} = \frac{0.9 f_{ub} A_s}{\gamma_{m2}}$$

Nosivost na zatezanje je ista za kategorije D i E!

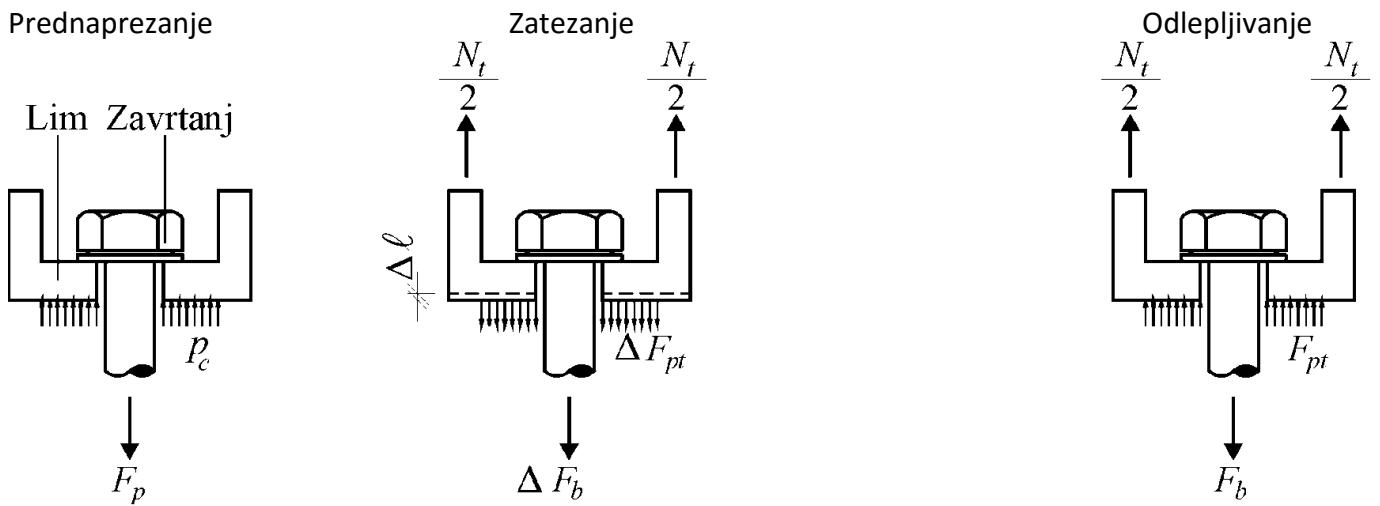
Nosivost na zatezanje je ista za obrađene i neobrađene zavrtnjeve!

#### Prednosti spojeva kategorije E

- Spojevi kategorije E sa prednapregnutim zavrtnjevima se koriste kod dinamički opterećenih konstrukcija.
- Deformabilnost veze je znatno manja.
- Smanjuju se naponske razlike u zavrtnjevima, što je povoljno sa stanovišta zamora materijala.
- Sprečava se nekontrolisano odvrtanje zavrtnjeva.
- Kod zategnutih spojeva nije potrebna obrada površina!

## 10. Ponašanje prednapregnutih zavrtnjeva u zatežućim spojevima

Prednapregnuti visokovredni zavrtnjevi su zbog velike nosivosti, a naročito zbog male deformabilnosti spoja, najpovoljnija spojna mehanička sredstva za prijem sile zatezanja.



Prednaprezzanjem se u zavrtnju javlja sila zatezanja ( $F_p$ ), a u spoju kontaktni napon pritiska ( $p_c$ ). Iz uslova ravnoteze sila može se napisati da je :  $F_p = p_c = \int_A p_c dA$ , gde je  $A$  deo kontaktne površine na kojoj se javlja pritisak. Kad spoljsna sila zatezanja ( $N_t$ ) deluje na prednapregnuti spoj (slika b) ona nastoji da "odlepi" elemente spoja i izaziva istovremeno smanjenje kontaktne sile pritiska u limu ( $\Delta F_{pt}$ ) i povecanje sile zatezanja u zavrtnju ( $\Delta F_b$ ). Iz uslova ravnoteze i kompatibilnosti pomeranja može da se odredi dodatne sile zatezanja koja se javlja u zavrtnju:

$$\Delta F_b = N_t / (1 - \frac{K_{pt}}{K_b}), \text{ gde su :}$$

**K<sub>pt</sub>** –krutost lima na pritisak

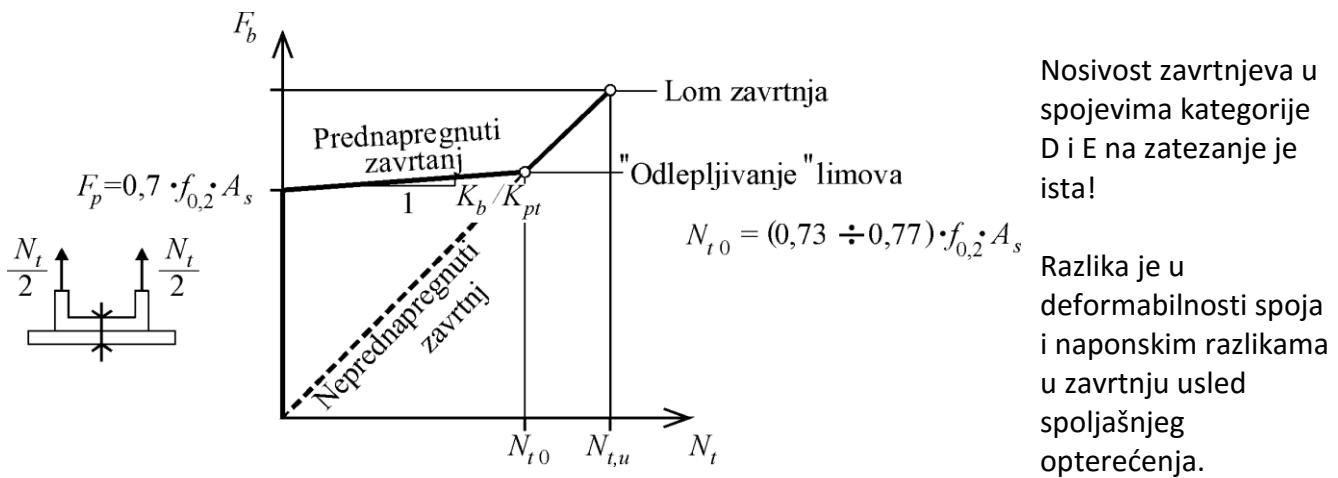
**K<sub>b</sub>** –krutost zavrtnja na zatezanje

$$N_t = N_{t,0} \approx (0.73 - 0.77) f_{ub} A_s$$

$$\frac{K_{pt}}{K_b} \approx 15 - 20$$

Nakon odlepljivanja dodatnu silu zatezanja prihvataju samo visokovredni zavrtnji, jer je potpuno ponisten kontaktni pritisak između limova u spoju. Prema tome, za sile zatezanja koje su veće od sile "odlepljivanja" ( $N_t > N_{t,0}$ ) prednapregnuti zavrtnjevi se ponašaju isto kao i neprednapregnuti, pa im je i granica nosivosti ista, naravno pod uslovom da su izrađeni od materijala istog kvaliteta.

### Poređenje prednapregnutih i neprednapregnutih zavrtnjeva u spojevima opterećenim na zatezanje (kategorije spojeva D i E)



(umesto  $f_{0,2}$  treba da стоји  $f_{ub}$ )

## 11. Nosivost na probijanje lima ispod glave ili navrtnje zavrtnja u zatežućem spolu

**Nosivost na probijanje smicanjem lima ispod glave ili navrtke zavrtnja –  $B_{p,Rd}$**

$$B_{p,Rd} = \frac{0.6\pi d_m t_p f_u}{\gamma_{m2}}$$

$t_p$  debljina lima ispod glave zavrtnja ili navrtke (usvaja se manja vrednost)

$d_m$  srednja vrednost prečnika opisanog i upisanog kruga glave zavrtnja ili navrtke (usvaja se manja vrednost)

$f_u$  čvrstoća pri zatezanju, osnovnog materijala;

$\gamma_{m2}$  parcijalni koeficijent sigurnosti ( $\gamma_{m2}=1,25$ )

Može da bude merodavna kod spoljašnjih limova male debljine!

## 12. Kombinovano naprezanje zavrtnjeva

Kod zavrtnjeva koji su istovremeno opterećeni na smicanje i zatezanje pored pojedinačnih kontrola nosivosti na smicanje i zatezanje potrebno je proveriti i interaktivno dejstvo smicanja i zatezanja!

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1.4F_{t,Rd}} \leq 1.0$$

$F_{v,Ed}$  proračunska vrednost sile smicananja u zavrtnju;

$F_{t,Ed}$  proračunska vrednost sile zatezanja u zavrtnju;

$F_{v,Rd}$  proračunska nosivost zavrtnja na smicanje;

$F_{t,Rd}$  proračunska nosivost zavrtnja na zatezanje;

**Kombinovano naprezanje prednapregnutih zavrtnjeva**

**Spojevi kategorije B:**

$$F_{s,Rd,ser} = \frac{k_s n \mu (F_{p,C} - 0.8 F_{t,Ed,ser})}{\gamma_{m3,ser}}$$

**Spojevi kategorije C:**

$$F_{s,Rd} = \frac{k_s n \mu (F_{p,C} - 0.8 F_{t,Ed})}{\gamma_{m3}}$$

$F_{t,Ed}$  proračunska vrednost sile zatezanja u zavrtnju za ULS

$F_{t,Ed,ser}$  proračunska vrednost sile zatezanja u zavrtnju za SLS

$F_{s,Rd}$  proračunska nosivost zavrtnja na proklizavanje pri ULS

$F_{s,Rd,ser}$  proračunska nosivost zavrtnja na proklizavanje pri SLS

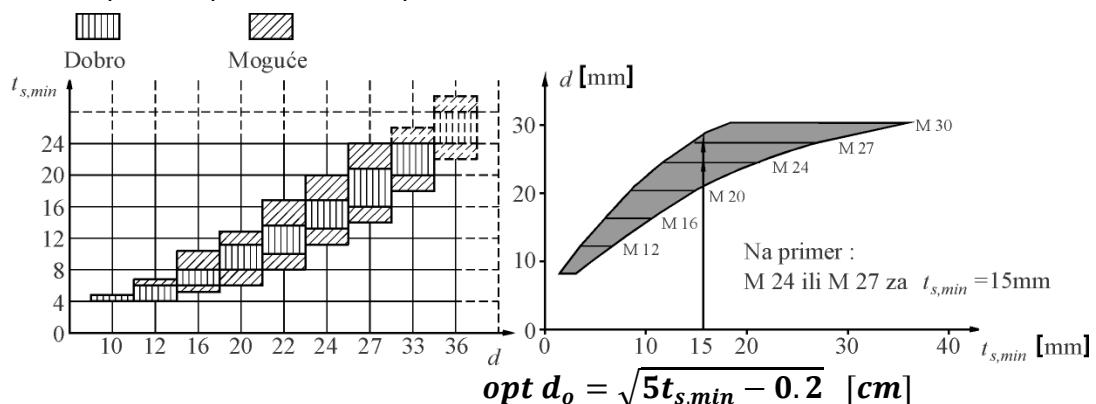
$F_{p,C}$  sila pritezanja

$\gamma_{m3}=1,25$  parcijalni koeficijent za ULS

$\gamma_{m3,ser}=1,10$  parcijalni koeficijent za SLS

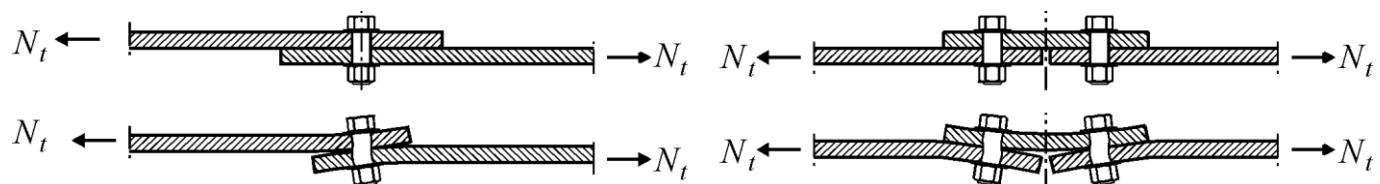
### 13. Konstruisanje veza sa zavrtnjevima

- Veze treba da budu simetrične;
- Na jednom delu poprečnog preseka (nožica ili rebro) se koriste zavrtnjevi istog prečnika;
- Preporučuje se da rastojanje između prvog i poslednjeg zavrtnja u preavcu delovanja sile ne bude veće od  $15d$  (maksimum 6 zavrtnjeva u jednom redu); U suprotnom se redukuje nosivost!
- Krajnja i ivična rastojanja, kao i međusobni razmaci zavrtnjeva treba da budu u okviru propisanih granica;
- Minimalan zavrtanj je M12 (Kod tankozidnih HOP min M6);
- Veze na preklop sa jednim zakivkom nisu dopuštene;
- Kod veza na preklop sa jednim redom zavrtnjeva obavezne su podloške i ispod glave i ispod navrte, a nosivost na pritisak po omotaču rupe se redukuje ( $F_{b,Rd} = 1,5 t d f_u / \gamma_m 2$ )!
- Pravilnim izborom prečnika zavrtnja dobija se uravnotezen odnos nosivosti na smicanje i pritisak po omotacu rupe.



$$6.324 \sqrt{\frac{t_{s,min}}{1 + 0.3} - 1} \leq d \leq 6.324 \sqrt{\frac{t_{s,min}}{1 - 0.3} - 1}$$

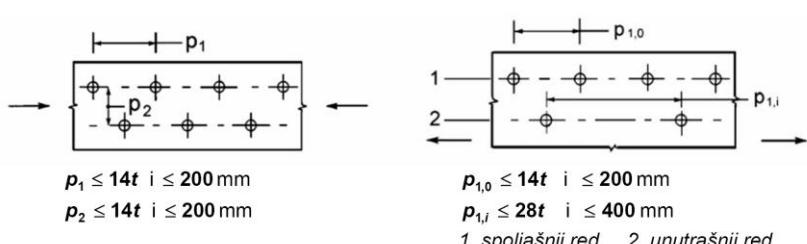
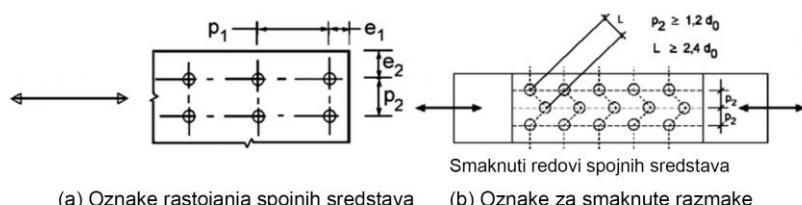
#### Veze na preklop sa jednim zavrtnjem



Usled ekscentričnosti dolazi do savijanja spojnjog sredstva!

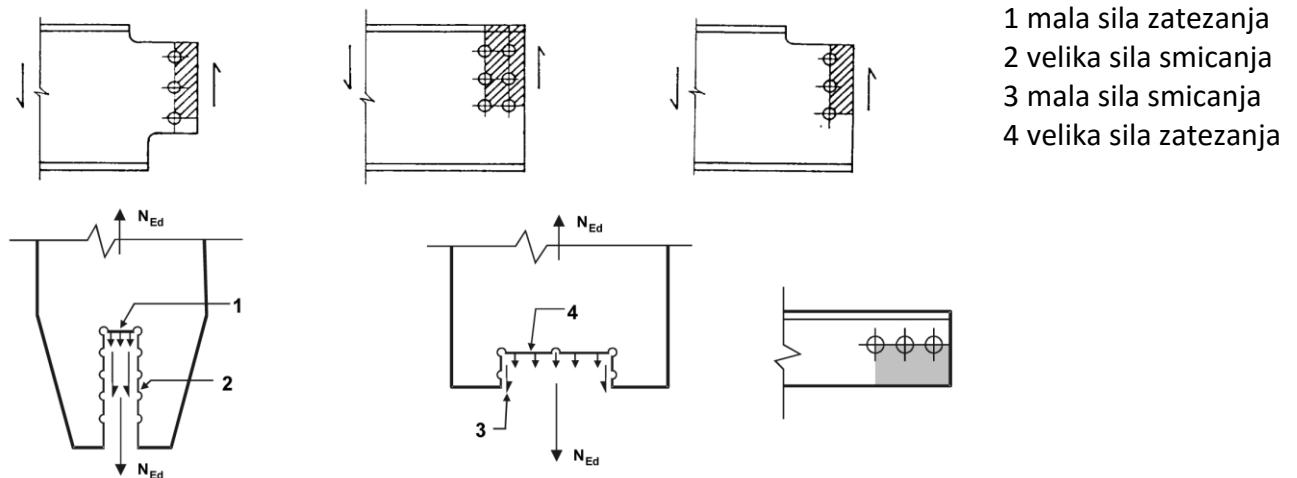
Pored smicanja i savijanja u zavrtnju se javlja i zatezanje!

#### Raspored zavrtnjeva u vezi – označavanje



## 14. Nosivost na cepanje bloka

Cepanje (kidanje) osnovnog materijala se javlja na mestu veze ostvarene pomoću grupe zavrtnjeva, koja se nalazi uz ivicu elementa opterećenog smicanjem i/ili zatezanjem! Karakteristično je za zglobne veze nosača, kao i za veze zategnutih elemenata.



### Nosivost na cepanje bloka

Za simetrične grupe zavrtnjeva izložene centričnom opterećenju:

$$V_{eff,1,Rd} = \frac{f_u A_{nt}}{\gamma_{m2}} + \frac{\left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right) A_{nv}}{\gamma_{m0}}$$

Za grupe zavrtnjeva izložene ekscentričnom opterećenju:

$$V_{eff,2,Rd} = \frac{0.5 f_u A_{nt}}{\gamma_{m2}} + \frac{\left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right) A_{nv}}{\gamma_{m0}}$$

$A_{nt}$  neto površina izložena zatezaju,

$A_{nv}$  neto površina izložena smicanju,

$f_y$  granica razvlačenja osnovnog materijala,

$f_u$  čvrstoća pri zatezaju, osnovnog materijala.

## 15. Zavarivanje (definicija, primena, prednosti i nedostaci, osnovni pojmovi)

### Šta je zavarivanje?

- Tehnološki postupak spajanja istih ili sličnih metala;
- Na visokim temperaturama tope se osnovni i dodatni materijal, dolazi do njihovog mešanja i sjedinjavanja (fizičkog i hemijskog);
- Hladjenjem ove mešavine dolazi do očvršćavanja i nastaje šav kao materijalni kontinuitet;
- Zavarivanjem nastaje kontinualan spoj;

### Primena zavarivanja u gradjevinskim konstrukcijama

- Izrada osnovnih elemenata konstrukcije (I, U, L-profili, sandučasti profili, kruzni profili...);
- Izrada sklopova specifičnih konstrukcija (ortotropne ploče kod mostova,...);
- Izrada veza izmedju elemenata konstrukcije; (samostalno ili u kombinaciji sa zavrtnjevima)
- Ojačanje elemenata konstrukcije (adaptacije i sanacije);

## Prednosti zavarivanja

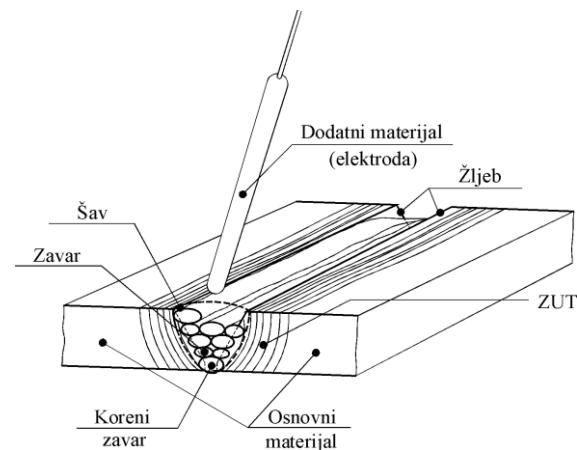
- Materijalan kontinuitet (pravilan tok sila);
- Smanjenje ukupne tezine konstrukcije (lakše veze, mogućnost variranja debljine elemenata);
- Brza izrada u radionici (nema bušenja);
- Nema slabljenja elemenata rupama za spojna sredstva;
- Manja deformabilnost veza, a samim tim i konstrukcije;
- Velike mogućnosti konstrukcijskog oblikovanja;
- Vodonepropusnost spojeva
- Estetski aspekt;

## Nedostaci

- Kvalifikovana radna snaga;
- Kontrola kvaliteta spojeva u radionici i na gradilištu;
- Osetljivost na klimatske uslove na gradilištu (temperatura, vетар);
- Veća osetljivost na dejstvo pozara;
- Zavarene veze nisu montazno-demontazne;

## Osnovni pojmovi

- Osnovni materijal;
- Dodatni materijal (elektroda ili zica);
- Spoj – medjusobni položaj delova koji se spajaju;
- Šav – materijalizovano mesto spajanja;
- ZUT – Zona Uticaja Toplote;
- Žljebovi – prostor u koji se deponuje dodatni materijal;
- Zavar – deo sava dobijen topnjem dodatnog materijala u jednom prolazu



## 16. Zavarivanje (osnovni principi pri projektovanju, vrste spojeva i vrste šavova)

### Osnovni principi pri projektovanju

- Veze i nastavci jednostavnji za izvodjenje (pre svega izvodljivi!);
- Izbegavati teške položaje zavarivanja (manja efikasnost, lošiji kvalitet);
- Racionalan izbor kontrole kvaliteta zavarenih spojeva;

### Vrste spojeva:

- sučevi spojevi;
- ugaovi ili T spojevi;
- preklopni spojevi

### Vrste šavova

- **Sučevi šavovi** sa punom penetracijom;
- Sučevi šavovi sa delimičnom penetracijom;
- **Ugaovi šavovi**;
- Šavovi u rupama;
- Čep šavovi;
- Uzljebljeni šavovi;

## 17. Osnovni elementi sučeonog šava – funkcija i oblik žljeba

### Sučevni spojevi

Elementi koji se spajaju leze u istoj ravni!



a)



a)

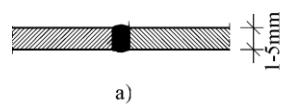


b)

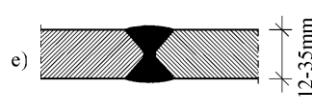
Elementi iste debljine  
Elementi različite debljine

### Vrste sučevnih šavova

- I šavovi – bez obrade ivica,  $t = 1-5 \text{ mm}$ ,
- V i  $\frac{1}{2}V$  šavovi,  $t = 5-15 \text{ mm}$ ,
- X šavovi – dvostruki V šavovi,  $t = 12-35 \text{ mm}$ ,
- K šavovi – ugaoni spojevi,  $t > 10 \text{ mm}$ ,
- U šavovi – posebna obrada,  $t > 25 \text{ mm}$ ,
- J šavovi – ugaoni spojevi,  $t > 15 \text{ mm}$ .

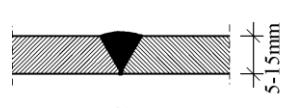


a)

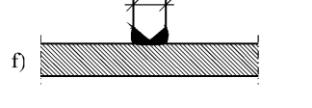


I šav

V šav



b)



$\frac{1}{2}V$  šav

$\frac{1}{2}V$  šav

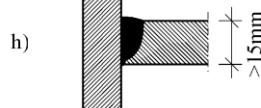
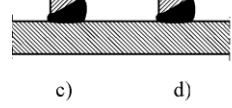


c)



X šav

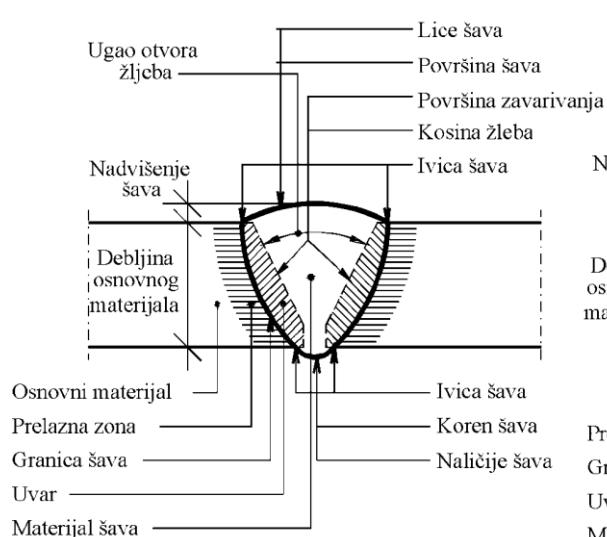
K šav



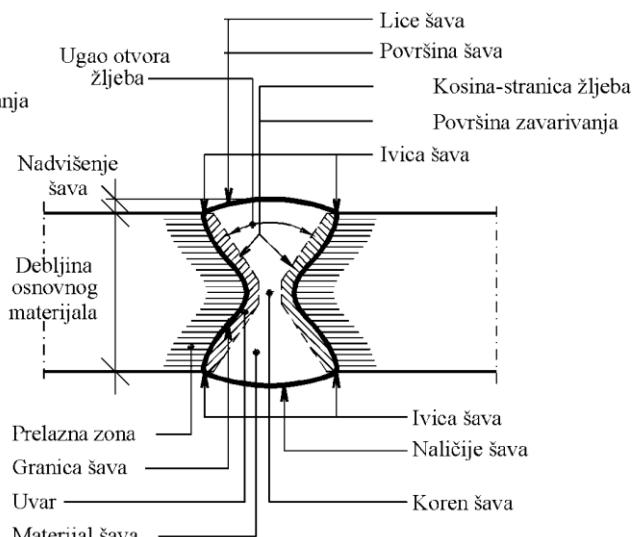
U šav

J šav

### Osnovni elementi sučevnog šava



V šavovi



X šavovi

## Funkcija žljeba kod sučeonih šavova

- Da omogući pristup elektrodi po čitavoj debljini lima;
- Da omogući topljenje osnovnog materijala u zoni šava;
- Da formira korito za deponovanje mešavine osnovnog i dodatnog materijala;

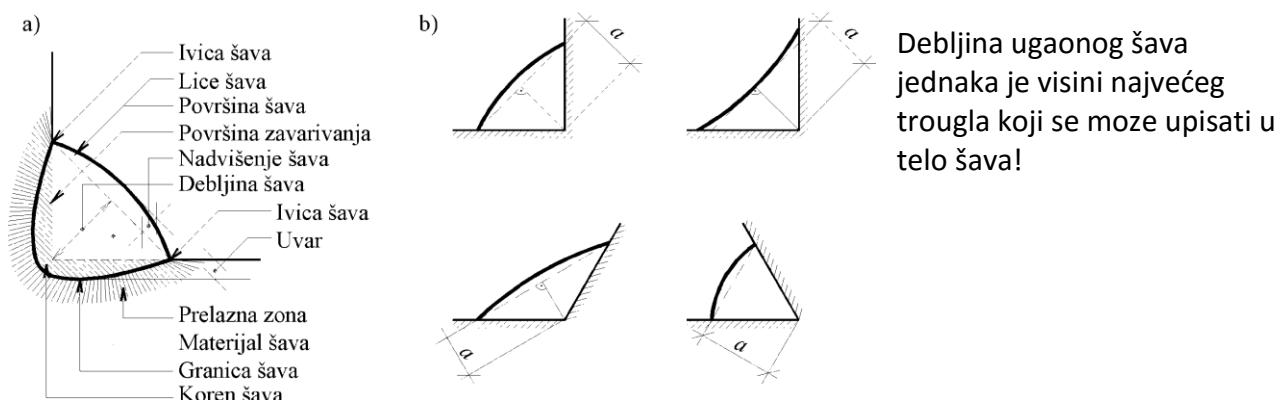
## Oblik i dimenzijske zavisnosti:

- vrte savu
- postupka zavarivanja
- položaja zavarivanja

## 18. Osnovni elementi ugaonog šava – minimalne i maksimalne dimenzijske

### Ugaoni šavovi

- Nije potrebna posebna obrada ivica → jeftiniji su od sučeonih;
- Primjenjuju se kod ugaonih i preklopnih spojeva;
- Ugao izmedju elemenata koji se spajaju treba da bude izmedju  $60^\circ$  i  $120^\circ$ .
- Dodatni materijal se deponuje u koritu koje obrazuju elementi (limovi) koji se spajaju;
- Tok sila je drugačiji nego kod sučeonih šavova;
- Drugačiji postupak proračuna;
- Mogu biti kontinualni ili isprekidani;



### Debljina ugaonih šavova

Minimalna debljina ugaonog šava je:  $a_{min} = 3 \text{ mm}$

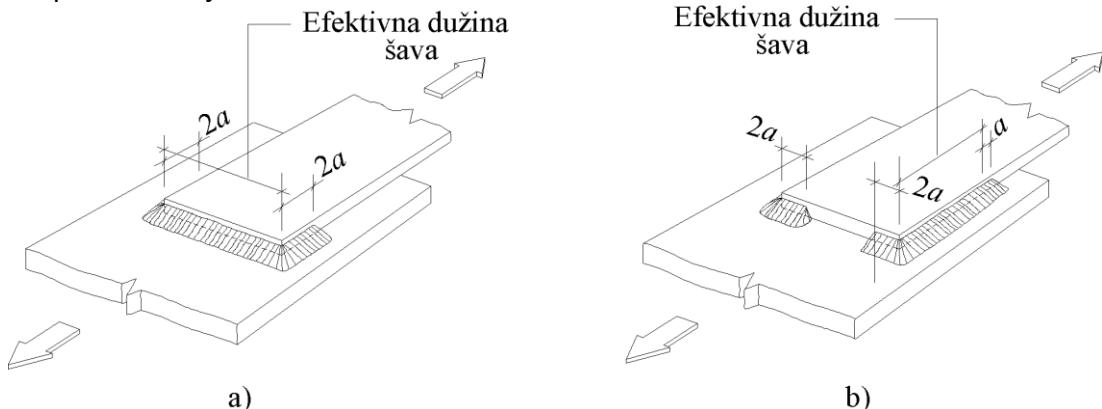
Debljina ugaonog šava ne treba da bude veća od  $0,7t_{min}$ . U izvesnim slučajevima kod spojeva čelika veće čvrstoće (S420 i S460) od kojih se zahteva nosivost veća ili jednaka od nosivosti elementa koji se spaja može se usvojiti veća debljina ugaonih šavova;

Kod veza šupljih profila debljina ugaonog šava može da bude jednaka debljini zida profila  $a = t_{min}$ .



## Efektivna dužina ugaonih šavova

U opštem slučaju:  $l'w = b - 2a$



Minimalna duzina šava je:  $l_{w,min} = \max(6a, 30\text{mm})$

Maksimalna duzina sava je:  $l_{w,max} = 150a$

Efektivna povrsina savova je:  $A_w = \sum a_{leff}$

### 19. Postupci zavarivanja, označavanje šavova u tehničkoj dokumentaciji

Prema izvoru toplotne energije dele se na:

- elektrotermičke,
- termohemijeske,
- mehaničke i
- ostale

Obeležavanje šavova u tehničkoj dokumentaciji

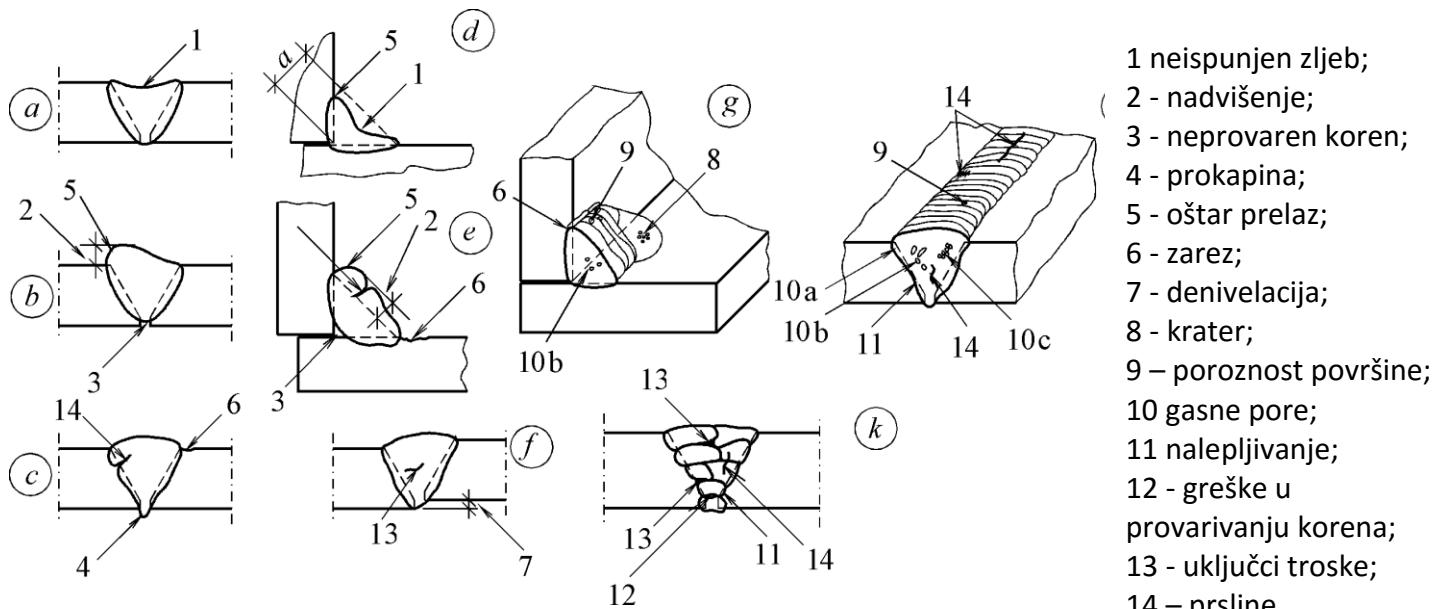
Naziv šava	Izgled	Oznaka
I - šav		
V - šav		
V - šav sa provarenim korenom		
1/2V - šav		
K - šav		
X - šav		
U - šav		
Ugaoni šav		

## 20. Greške u šavovima

Greške se prema svojoj prirodi mogu podeliti na:

- **Dimenzionalne** greške ili greške oblika;
- **Strukturne** greške ili greške kompaktnosti;

### Tipične greške u šavovima



- 1 neispunjen zljev;
- 2 - nadvišenje;
- 3 - neprovaren koren;
- 4 - prokapina;
- 5 - oštar prelaz;
- 6 - zarez;
- 7 - denivelacija;
- 8 - krater;
- 9 – poroznost površine;
- 10 gasne pore;
- 11 nalepljivanje;
- 12 - greške u provarivanju korena;
- 13 - uključci troske;
- 14 – prsline

- Greške predstavljaju materijalni diskontinuitet;
- Dolazi do koncentracija napona u zoni šava;
- Nisu sve greške istog značaja, odnosno iste opasnosti;
- Stepen rizika zavisi od: vrste greške, načina naprezanja i karaktera opterećenja;
- Dimenzionalne greške su vidljive golim okom i neke od njih se mogu korigovati;

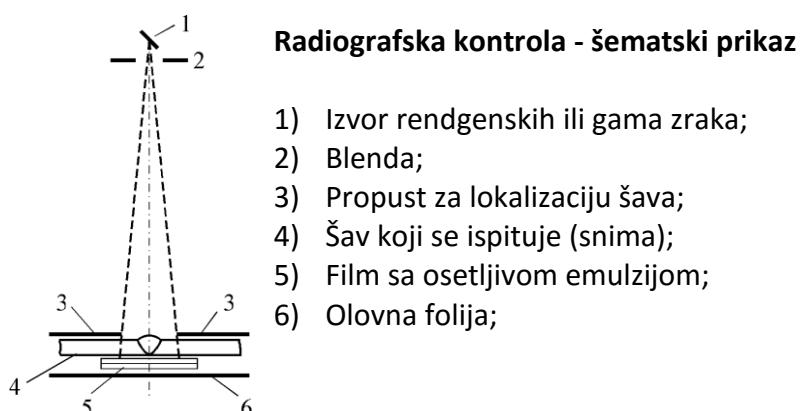
## 21. Kontrole kvaliteta šavova

### Vrste kontrole kvaliteta šavova

- **Vizuelna kontrola;**
- **Radiografska kontrola;**
- Ultrazvučna kontrola;
- Magnetska kontrola;
- Penetracijska kontrola;

### Vizuelna kontrola kvaliteta

- Vrše je kvalifikovana lica;
- Mogu se otkriti samo dimenzionalne greške;
- Koriste se pomoćna sredstva - šabloni;



### Radiografska kontrola - šematski prikaz

- 1) Izvor rendgenskih ili gama zraka;
- 2) Blenda;
- 3) Propust za lokalizaciju šava;
- 4) Šav koji se ispituje (snima);
- 5) Film sa osetljivom emulzijom;
- 6) Olovna folija;

## Ultrazvučne metode

- Primenjuju se dve ultrazvučne metode:
- Metoda prozvučavanja;
  - Echo metoda

## 22. Kvaliteti šavova - veza sa klasama izvođenja (EXC)

### Kvalitet šavova

Obim i vrsta kontrole šavova zavise od klase izvodjenja konstrukcije (EXC1, EXC2, EXC3 i EXC4), odnosno od propisanog kvaliteta šavova

Razlikuju se sledeći kvaliteti šavova:

- B+ (za EXC4) – najviši
- B (za EXC3)
- C (za EXC2)
- D (za EXC1) - najnizi

Svaki kvalitet šava podrazumeva određen nivo kontrole kvaliteta;

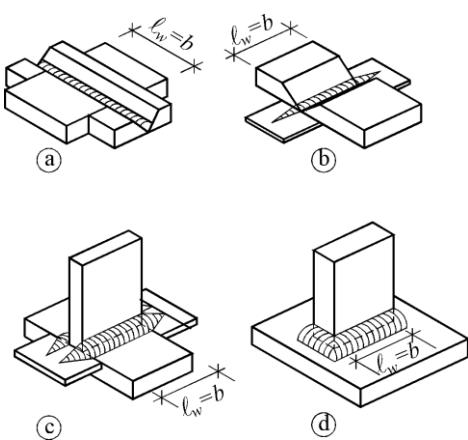
EN 1090-2 tačno definiše procedure kontrole kvaliteta koje odgovaraju zahtevanim klasama izvodjenja, odnosno kvalitetima šavova.

## 23. Proračun sučeonih šavova

### Osnovne pretpostavke:

- zanemaruju se koncentracije napona;
- zanemaruju se sopstveni (zaostali) naponi;
- uticaji u šavovima se određuju kao u osnovnom materijalu;

dimenzije sučeonih šavova su jednake dimenzijama osnovnog materijala ( $a = t_{min}$ )



- racunska duzina sava  $l_w$  je jednaka duzini na kojoj je postignuta projektovana visina sava pod uslovom da izvodjenje sava zapocinje i završava polaznim, odnosno završnim plocicama. Sirina ovih plocica treba da bude veca od dvostuke debljine sava koji se zavaruje. Na ovim plocicama se uspostavlja i završava električni luk i postize stabilizacija luka i formiranje normalnog zavara. Na taj nacin se eliminisu krateri na pocetku i kraju sava. Nakon zavarivanja ove plocice se odstranjuju. Primenom ovih plocica se znatno smanjuju zaostali naponi u spoju. Ukoliko se suceoni spoj izvodi bez ovih plocica, tada treba uzeti u obzir postojanje kratera na pocetku i na kraju sava. To se obuhvata na taj nacin sto se racunska duzina sava dobija kada se od sirine spoja b odbiju dve debljine sava a, na pocetku i na kraju sava.

$$l'_w = b - 2a$$

## 24. Proračun ugaonih šavova - direktna metoda

### Proračun nosivosti ugaonih šavova

Evrokod predviđa dve metode proračuna:

- **Direktna metoda;** Zasniva se na kontroli pojedinačnih (komponentalnih) i uporednih napona u merodavnoj ravni šava;
- **Pojednostavljena metoda;** Zasniva se na kontroli rezultujućih sila po jedinici duzine šava;

## Direktna metoda

Oba sledeća uslova moraju da budu ispunjena:  $\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{II}^2 + \tau_{\perp}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_m \gamma_{m2}}$  i  $\sigma_{\perp} \leq \frac{0.9 f_u}{\gamma_{m2}}$

$f_u$  čvrstoća na zatezanje slabijeg spojenog dela;

$\gamma_{m2}$  parcijalni koeficijent sigurnosti ( $\gamma_{m2} = 1.25$ )

$\beta_m$  korelacioni faktor (0,8-1,0); zavisi od kvaliteta celika

## 25. Proračun ugaonih šavova - pojednostavljena metoda

U svakoj tački duz šava rezultujuća sila po jedinici duzine  $F_{w,Ed}$  mora da zadovolji sledeći uslov:

$$F_{w,Ed} \leq F_{w,Rd} = f_{vw,d} a$$

Proračunska čvrstoća šava na smicanje  $f_{vw,d}$  se određuje prema izrazu:

$$f_{vw,d} = \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{m2}}$$

## 26. Redukcije nosivosti kod dugih veza ostvarenih zavrtnjevima i zavarivanjem

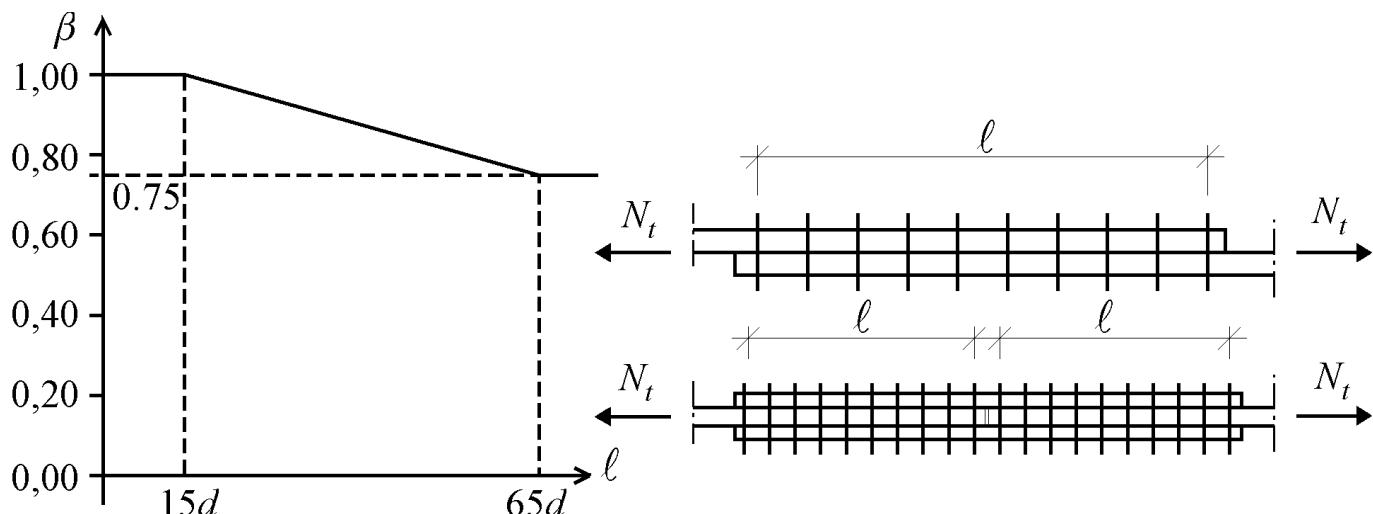
### Redukcija nosivosti kod dugih veza (zavrtnji)

$$F_{v,red} = \beta F_v$$

Koeficijent redukcije:

$$\beta = 1 - \frac{l - 15d}{200d}$$

$$1 \leq \beta \leq 0.75$$



### Redukcija nosivosti dugih ugaonih šavova

Kod dugih ugaonih šavova na preklop ( $l_w > 150a$ ) neravnomerna raspodela napona duz šava se uzima u obzir tako što se redukuje nosivost ugaonog šava mnozenjem koeficijentom redukcije  $\beta_{Lw,1}$ :

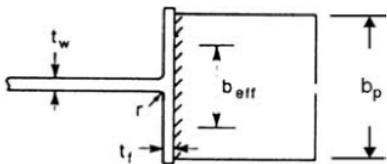
$$\beta_{Lw,1} = 1.2 - \frac{0.2 L_j}{150a} \leq 1$$

gde je  $L_j$  duzina ugaonog šava, odnosno preklopa.

## 27. Efektivna širina šavova kod neukrućenog T-spoja

Kod ugonih spojeva bez ukručenja, kao što su na primer veze limova za neukručene nozice I, H, U ili sanducastih preseka, efektivnu sirinu šavova treba redukovati usled razlike u krutosti spojnih elemenata.

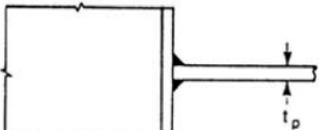
### Za valjane i zavareni I i H profile



$$b_{\text{eff}} = t_w + 2s + 7k t_f$$

$$k = \frac{t_f}{t_p} \frac{f_{y,f}}{f_{y,p}} \leq 1 \quad s = \sqrt{2} a \quad \text{zavareni profili}$$

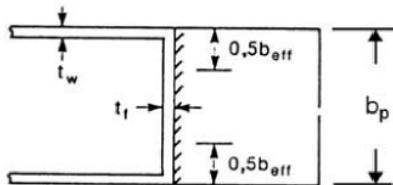
$$s = r \quad \text{valjani profili}$$



$$b_{\text{eff}} \geq \frac{f_{y,p}}{f_{u,p}} b_p$$

U suprotnom veza treba da bude ukrućena!

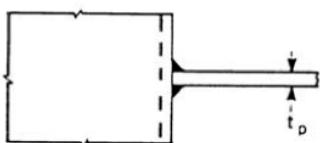
### Za sandučaste ili U profile



$$b_{\text{eff}} = 2t_w + 5t_f$$

ali

$$b_{\text{eff}} \leq 2t_w + 5kt_f$$



## 28. Pravila za projektovanje i konstruisanje zavarenih spojeva

### Opšti principi:

- Lako izvodjenje (spoj pristupačan, položaj zavarivanja što jednostavniji);
- Primena uobičajenih postupaka zavarivanja. Na izbor postupka zavarivanja utice kvalitet materijala, debljina limova, mesto spoja, zahtevani kvalitet spoja, mesto izvodjenja zavarivackih radova itd.
- Šavovi sa što manjim debljinama. Na taj nacin se stedi dodatni materijal i izbegava veliko unosenje toplote u zut.
- Ravnomeran tok sila. Cime se izbegava koncentracija napona.
- Pravilan izbor vrste i kvaliteta šava.
- Male deformacije usled zavarivanja.

### Treba izbegavati:

- Debele limove i debele šavove;
- Nagomilavanje šavova na jednom mestu;
- Oštре prelaze i nagle diskontinitete kod dinamički opterećenih konstrukcija;
- Montazne nastavke u zavarenoj izradi;
- Teške položaje zavarivanja;
- Komplikovane detalje;

## 29. Kompatibilnost različitih spojnih sredstava

Krutost spojnih sredstava je najvažniji parametar od koga zavisi ponasanje veze pod opterecenjem, pa kod veza sa kombinovanim spojnim sredstvima posebnu paznju treba obratiti na kompatibilnost krutosti spojnih sredstava, kako bi se obezbedio njihov pravilan zajednicki rad, odnosno ravnomerna raspodela opterecenja. Najveću krutost imaju veze u zavarenoj izradi, a sučevi savovi imaju nesto vecu krutost od ugaonih. Kod veza sa zavrtnjima, najveću krutost imaju veze sa prednapregnutim visokovrednjim zavrtnjima. Upasovani zavrtnjevi imaju znatno vecu krutost od običnih, neupasovanih. Kombinacija različitih spojnih sredstava u istoj vezi, uglavnom se primenjuje kod sanacija i kod specifičnih konstrukcijskih sistema.

U istoj vezi **mogu** da se primene sledeće kombinacije spojnih sredstava:

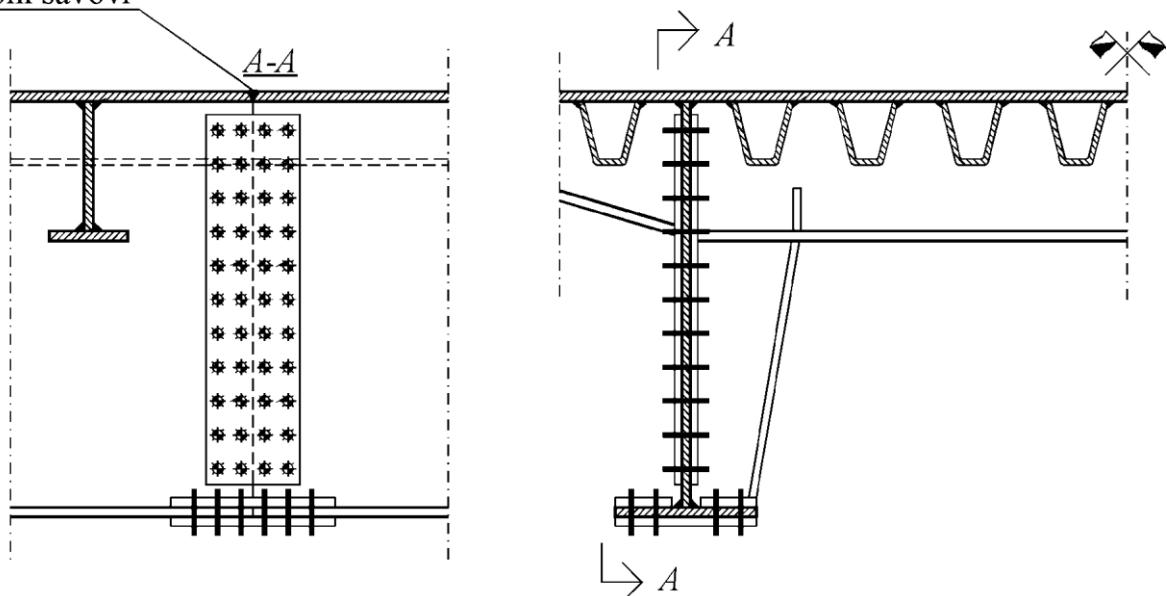
- zakivci i upasovani zavrtnjevi, samo u smicucim spojevima
- zakivci i prednapregnuti visokovrednji zavrtnjevi, samo u smicucim spojevima
- prednapregnuti visokovrednji zavrtnjevi i injektirani zavrtnjevi
- upasovani i neupasovani prednapregnuti visokovrednji zavrtnjevi, pri cemu upasovani zavrtnjevi treba da se postave u centralni deo veze
- prednapregnuti visokovrednji zavrtnjevi i upasovani zavrtnjevi, samo u smicucim spojevima u slučaju statickog opterecenja
- zakivci i zavarivanje, samo u smicucim spojevima kod statickog opterecenja
- prednapregnuti visokovrednji zavrtnjevi i upasovani zavrtnjevi u kombinaciji sa zavarivanjem, samo kod statickog opterecenja. Ukupna nosivost veze u ovom slučaju se određuje kao zbir nosivosti zavrtnjeva i savova.

U istoj vezi **ne mogu** da se primene sledeće kombinacije spojnih sredstava:

- Zakivci i obični (neupasovani) zavrtnjevi,
- Neupasovani zavrtnjevi i prednapregnuti visokovredni zavrtnjevi,
- Neupasovani zavrtnjevi i zavarivanje,
- Prednapregnuti visokovredni zavrtnjevi i obični (neupasovani) zavrtnjevi sa zazorom većim od 0,3 mm,
- Prednapregnuti visokovredni zavrtnjevi i zavarivanje kod dinamički opterećenih konstrukcija, osim kod elemenata opterećenih na savijanje (nosača). U ovim slučajevima obično se pojasne lamele nastavljaju zavarivanjem pomocu sučevih savova, a rebro pomocu visokovrednjih zavrtnjeva sa punom silom prednaprezanja
- Sučevi i ugaoni šavovi kod dinamičkog opterećenja.

### Primer ortotropne ploče

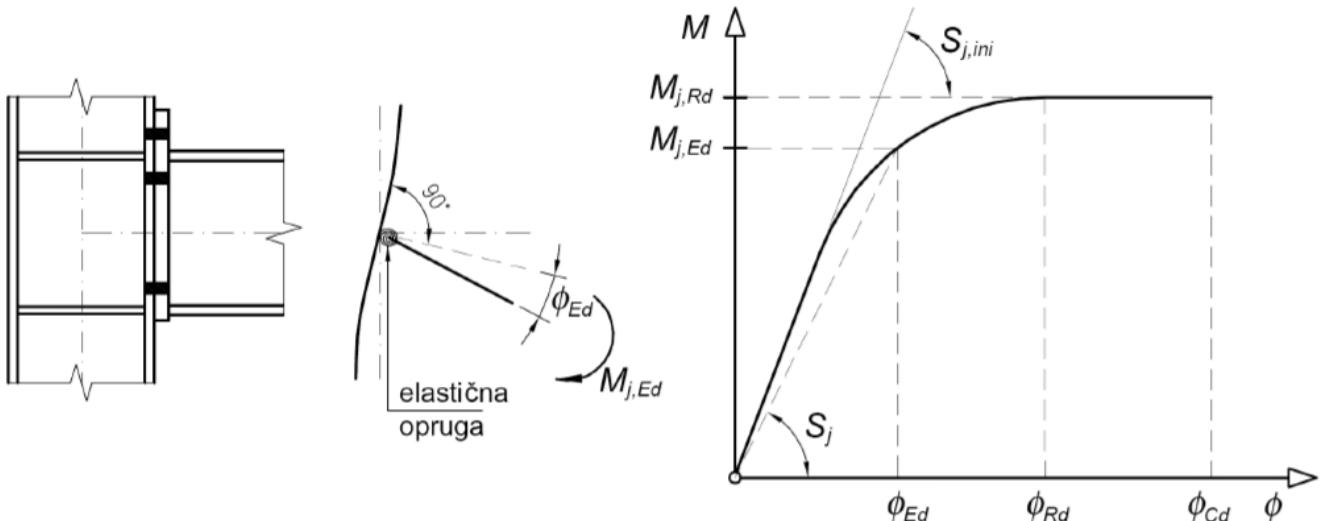
#### Sučevi šavovi



### 30. Podela veza prema EC3. Osnovne karakteristike momentne veze

**Podela veza prema EC3 Veze se mogu klasifikovati kao:**

- **proste veze**, koje ne prenose momente savijanja;
  - **kontinualne veze**, koje prenose momente savijanja, ali se može prepostaviti da njihovo ponašanje ne utiče na globalnu analizu;
  - **polu-kontinualne veze**, čije ponašanje treba da se uzme u obzir pri globalnoj analizi.
- Dakle, samo kod polu-kontinualnih veza treba da se uzmu u obzir karakteristike veze pri globalnoj analizi.
- Ponasanje jedne momentne veze može da se opise na osnovu njene proracunske M-Φ karakteristike.



Na osnovu M-Φ krive dobijaju se tri osnovne karakteristike veze:

- moment nosivosti  $M_{j,Rd}$ ,
- rotaciona krutost  $S_j$ ,
- kapacitet rotacije  $\Phi_{Cd}$ .

Glavni kriterijum za elasticnu globalnu analizu je rotaciona krutost, a za plasticnu analizu moment nosivosti i kapacitet rotacije. Zbog toga su u EC3 definisane dve klasifikacije veza:

- **Prema krutosti**
- **Prema nosivosti**

Prema krutosti:

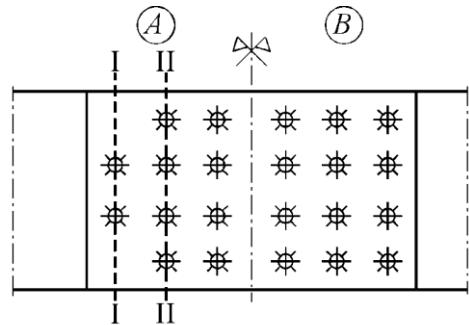
- **zglobne**, koje ne mogu da prenose znacajan moment savijanja, a omogucavaju slobodnu rotaciju na mestu veze.
- **krute**, cija rotaciona krutost je dovoljno velika da se mogu modelirati kao kontinualne veze.
- **polukrute**, koje prenose momenat savijanja, a po svojoj rotacionoj krutosti su izmedju zglobnih i krutih veza, pa se njihova realna rotaciona krutost mora uzeti prilikom globalne analize.

Prema nosivosti:

- **zglobne**, koje ne mogu da dostignu znacajan moment nosivosti  $M_{j,Rd} \leq 0.25M_{Rd}$
- **potpuno nosive**, ciji moment nosivosti je veci ili jedna od momenta nosivosti elementa koji se spaja  $M_{j,Rd} \geq M_{Rd}$
- **delimično nosive**, ciji moment nosivosti je veci od proracunske vrednosti momenta na mestu veze  $M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd}$  ali je manji od momenta nosivosti elementa koji se spaja  $M_{j,Rd} \leq M_{Rd}$

### 31. Merodavan neto presek za normalan i smaknut (cik-cak) raspored zavrtnjjeva

Za kontrolu napona, odnosno ojačanje profila merodavan je neto presek na mestu **prvog**, ili eventualno **drugog** reda zavrtnjjeva, ukoliko je broj zavrtnjjeva u drugom redu veći nego u prvom;

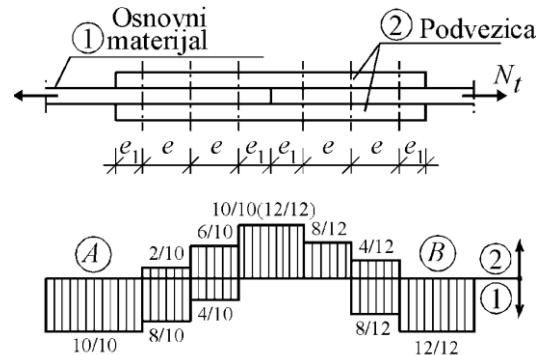


$$A_{f,net,I} = A_f - \Delta A_{f,I} = (bf - n_{f,I}d_{0,f})t_f$$

$$A_{f,net,II} = A_f - \Delta A_{f,II} = (bf - n_{f,II}d_{0,f})t_f$$

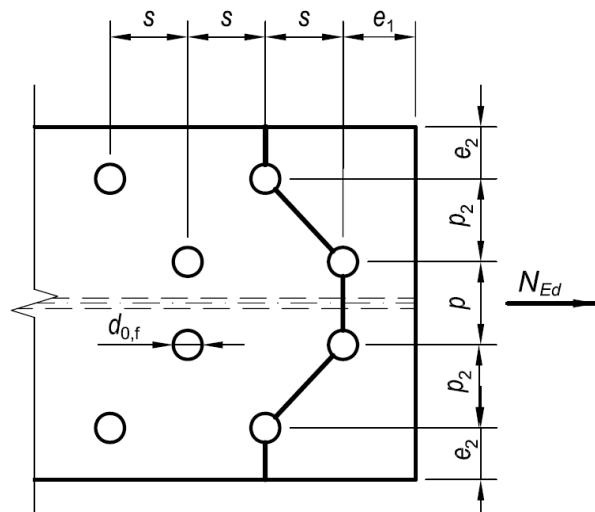
$$N_{Ed,I} = N_{Ed}$$

$$N_{Ed,II} = \frac{n_f - n_{f,I}}{n_f} N_{Ed} = \frac{8}{10} N_{Ed}$$



### Neto presek – smaknut raspored

Ako su zavrtnjjevi u smaknutom rasporedu takođe treba analizirati i poligonalan, smaknuti - "cik-cak" presek;



$$A_{f,net,c-c} = A_f - \Delta A_f$$

$$A_{f,net,c-c} = A_f - t_f \left( n_{c-c} d_{0,f} - \sum (s^2 / 4p_2) \right)$$

$n_{c-c}$  broj zavrtnjjeva u cik cak preseku

### 32. Proračun montažnog nastavka štapa prema sili zatezanja

Potrebno je proveriti (dimenzionisati) sve elemente koji učestvuju u prenošenju sile. Tri faze proračuna:

- kontrola nosivosti oslabljenog preseka i ojačanje, ako je potrebno, (samo kod zavarenih profila);
- proračun podvezica;
- proračun zavrtjeva;

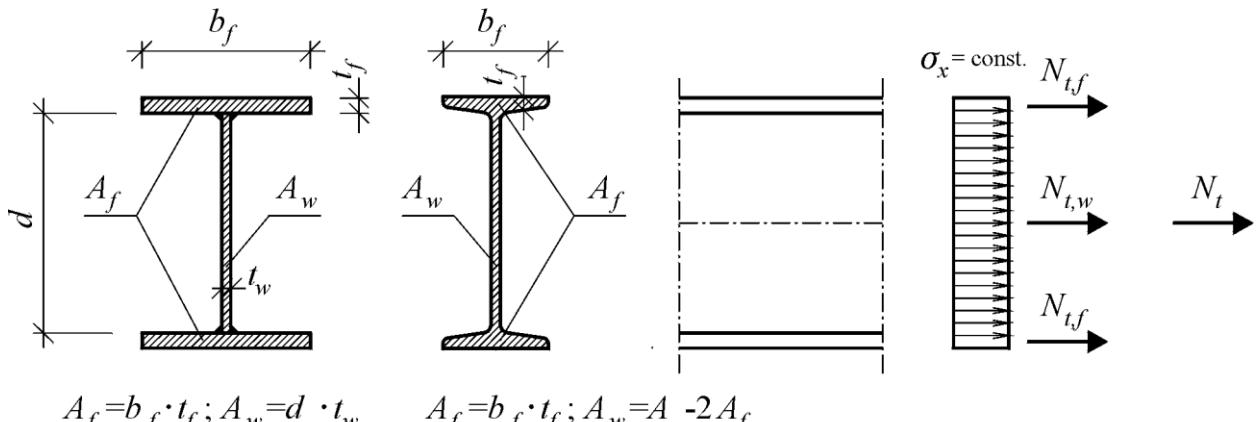
#### Raspodela sile zatezanja Ned

- Sila se deli srazmerno površini poprečnog preseka na silu u nožicama i rebru;
- Proračun se vrši posebno za nožice, a posebno za rebro;

$$\text{U nožici: } N_{f,Ed} = \frac{A_f}{A} N_{Ed}$$

$$\text{U rebru: } N_{w,Ed} = \frac{A_w}{A} N_{Ed}$$

## Raspodela sile zatezanja $N_{Ed}$



### Proračun nastavka nožice

- Određivanje prečnika spojnog sedstva ( $optd_0, t_{s,min}$ );
- Linije zavrtnjeva kod vrućevaljanih profila;
- Određivanje broja zavrtnjeva u jednom redu (po širini nožice);

### Kontrola nosivosti oslabljenog (neto) preseka:

$$N_{f,Ed} \leq N_{f,Rd} = \min(A_f \frac{f_y}{\gamma_{m0}}; 0.9 A_{f,net} \frac{f_u}{\gamma_{m2}})$$

$$A_{f,net} = A_f - \Delta A_f = (bf - n_{f,1} d_{0,f}) t_f$$

$bf$  širina nožice;

$t_f$  debljina nožice;

$n_{f,1}$  broj zavrtnjava u jednom redu;

$d_{0,f}$  prečnik rupe za zavrtanj;

### Kada je merodavan lom neto preseka?

$$\frac{A_{net}}{A} \leq \frac{1}{0.9} \frac{\gamma_{m2}}{\gamma_{m0}} \frac{f_u}{f_y} = 1.3889 \frac{f_u}{f_y}$$

Granična nosivost neto preseka je merodavna kada je slabljenje rupama za spojna sredstva veće od 10% za S235, 13% za S275, odnosno 3% za S355!

### Proračun podvezica

- Merodavan je uvek presek kroz poslednji red zavrtnjeva uz prekid elementa;
- Podvezice mogu da budu jednostrane (IPN) ili obostrane (IPE, HEA, HEB, zavareni profili);
- Dimenzijske (debljina) podvezica određuju se iz uslova:

$$N_{f,Ed} \leq N_{p,f,Rd}$$

$$N_{p,f,Rd} = \min(A_{p,f} \frac{f_y}{\gamma_{m0}}; 0.9 A_{p,f,net} \frac{f_u}{\gamma_{m2}})$$

$A_{p,f}$  bruto površina poprečnog preseka podvezica;

$A_{p,f,net}$  neto površina podvezica

### Proračun broja zavrtnjeva na nožicama

$$n_f \geq N_{f,Ed}/F_{Rd}$$

$n_f$  ukupan potreban broj zavrtnjeva na jednoj nožici;

$F_{Rd}$  minimalna proračunska nosivost zavrtnja u smičućem spoju;

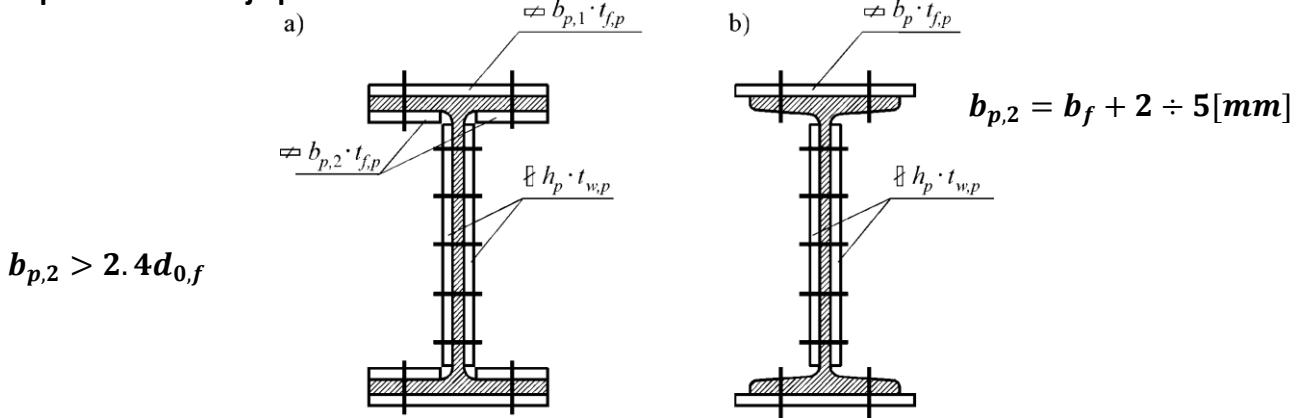
Minimalna nosivost zavrtnja zavisi od kategorije smičućeg spoja (A, B ili C) i treba da se odredi na sledeći način;

Kategorija A:  $F_{Rd} = \min(F_{V,Rd}; \min F_{b,Rd})$

Kategorija B:  $F_{Rd} = \min(F_{V,Rd}; \min F_{b,Rd})$  ali  $n_f \geq N_{f,Ed,ser}/F_{s,Rd,ser}$

Kategorija C:  $F_{Rd} = \min(F_{s,Rd}; \min F_{b,Rd})$

## Raspored i dimenzije podvezica na nožicama



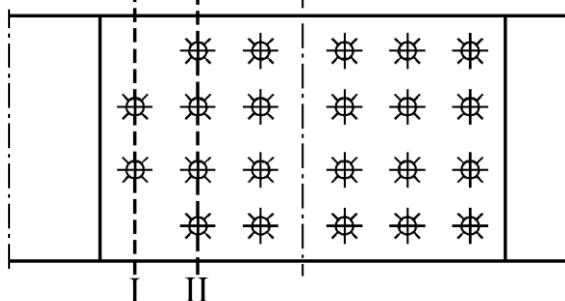
$$t_{p,f} = \begin{cases} \frac{N_{f,Ed}\gamma_{m2}}{0.9(b_{p,1} + 2b_{p,2} - 2n_{f,1}d_{0,f})f_u} \geq \frac{N_{f,Ed}\gamma_{m0}}{(b_{p,1} + 2b_{p,2})f_y} & \text{za obostrane podvezice} \\ \frac{N_{f,Ed}\gamma_{m2}}{0.9(b_p - n_{f,1}d_{0,f})f_u} \geq \frac{N_{f,Ed}\gamma_{m0}}{b_pf_y} & \text{za jednostrane podvezice} \end{cases}$$

## Proračun nastavka rebra

Sve kontrole su iste kao kod nastavka nožice:

- Kontrola oslabljenog, neto preseka na mestu veze i po potrebi ojačanje (samo kod zavarenih preseka),
- Dimenzionisanje podvezica,
- Odredjivanje potrebnog broja zavrtnjeva. Posebno treba odrediti prečnik zavrtnja na rebru, kao i njihov raspored po visini (broj zavrtnjeva u redu); Podvezice se na rebru uvek postavljaju sa obe strane; Zavrtnjevi su dvosečni!

## Kontrola oslabljenog preseka i ojačanje rebra



$$N_{w,Ed} \leq N_{w,Rd} = \min(A_w \frac{f_y}{\gamma_{m0}}; 0.9 A_{w,net} \frac{f_u}{\gamma_{m2}})$$

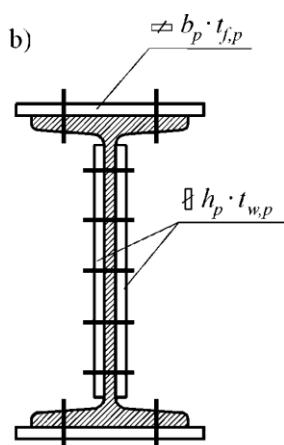
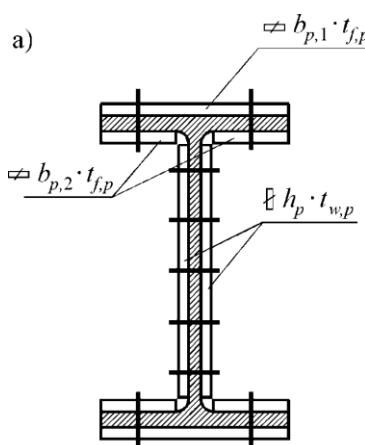
$$A_{f,net,I} = A_w - \Delta A_{w,I} = (h_w - n_{w,I}d_{0,f})t_w$$

$$A_{w,net,II} = A_w - \Delta A_{w,II} = (h_w - n_{w,II}d_{0,f})t_w$$

Ojačanje rebra može da se ostvari samo povećanjem debljine:

$$t'_w = \frac{N_{w,Ed}\gamma_{m2}}{0.9(h_w - n_{w,1}d_{0,w})f_u} \geq \frac{N_{w,Ed}\gamma_{m2}}{2h_pf_y}$$

## Dimenzionisanje podvezica na rebru



$$N_{w,Ed} \leq N_{p,w,Rd}$$

$$N_{p,w,Rd} = \min\left(\frac{A_{p,w}f_y}{\gamma_{m0}}; \frac{0.9A_{p,w,net}f_u}{\gamma_{m2}}\right)$$

$$A_{p,w,net} = 2(h_p - n_{w,1}d_{0,w})t_{p,w}$$

$$t_{p,w} = \frac{N_{w,Ed}\gamma_{m2}}{1.8(h_p - n_{w,1}d_{0,w})f_u} \geq \frac{N_{w,Ed}\gamma_{m0}}{2h_pf_y}$$

## Proračun broja zavrtnjeva na rebru

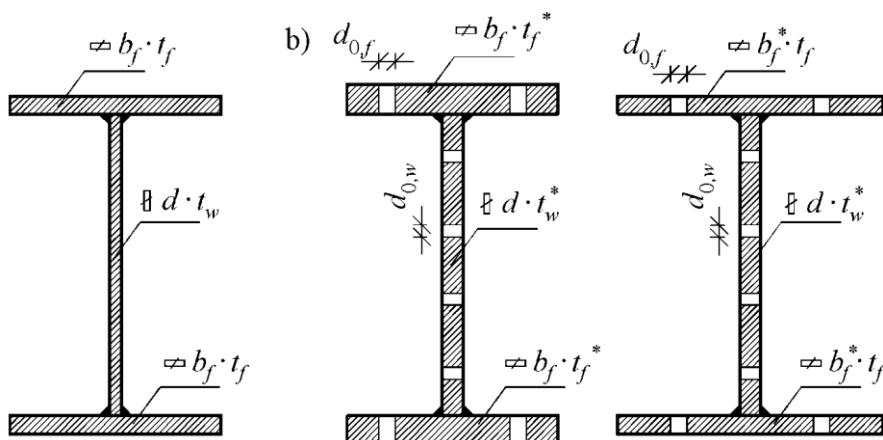
$$n_w \geq N_{w,Ed}/F_{Rd}$$

$n_w$  ukupan potreban broj zavrtnjeva na rebru;

$F_{Rd}$  minimalna proračunska nosivost zavrtnja na rebru;

- Minimalna nosivost zavrtnja zavisi od kategorije smičućeg spoja (A, B ili C) i treba da se odredi na isti način kao i u slučaju nožica;
- **Nosivost zavrtnjeva na rebru nije ista kao na nožicama!**
- Dimenzijske zavrtnjeve na rebru su uglavnom manje (za jedan ili maksimum dva kalibra) nego na nožicama;
- Zavrtnjevi na rebru su uvek dvosečni (oboznate podvezice);
- 

### Kontrola čitavog preseka



Kontrola nosivosti oslabljenog preseka:  $N_{Ed} \leq N_{t,Rd} = N_{f,Rd} + N_{w,Rd}$

Kontrola nosivosti podvezica:  $N_{Ed} \leq N_{p,Rd} = N_{p,f,Rd} + N_{p,w,Rd}$

Kontrola nosivosti zavrtnjeva:  $N_{Ed} \leq F_{Rd} = F_{f,Rd} + F_{w,Rd}$

### 33. Proračun statički pokrivenog montažnog nastavka štapa prema sili zatezane

Kod statički pokrivenih nastavaka, nosivost na mestu nastavka je veća ili jednaka od nosivosti izvan nastavka!

**Statički pokriveni** nastavci štapova mogu da budu:

Sa kompenzacijom – bruto presek (zavareni)

$$N_{t,Ed,max} = N_{t,Rd} = Af_y/\gamma_m 0$$

Bez kompenzacije – neto presek (valjani):

$$N_{t,Ed,max} = N_{t,Rd} = \min(A \frac{f_y}{\gamma_m 0}; 0.9 A_{net} \frac{f_u}{\gamma_m 2})$$

### Uslovi za dimenzionisanje:

Nosivost neto preseka štapa na mestu nastavka treba da bude veća ili jednaka od nosivosti bruto preseka štapa izvan nastavka, i to pojedinačno za nožice i rebro i ukupno za čitav poprečni presek.

$$N_{f,net,Rd} \geq N_{f,Rd}$$

$$N_{w,net,Rd} \geq N_{w,Rd}$$

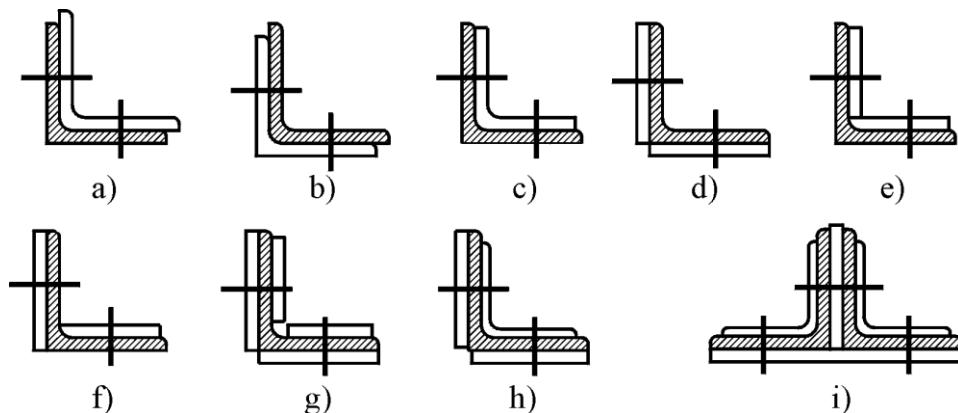
$$N_{net,Rd} \geq N_{Rd}$$

### Proračun montažnih nastavaka pritisnutih štapova prema sili $N_c$

- Nije potrebna kontrola preseka oslabljenog rupama za spojna sredstva, niti njegovo ojačanje;
- Otvori koji nisu ispunjeni zavrtnjevima moraju da se uzmu u obzir!
- Proračunavaju se samo podvezice i potreban broj zavrtnjeva;
- Preraspodela sila na nožice i rebro se vrši kao kod zategnutih štapova;
- Podvezice se dimenziionišu prema bruto površini poprečnog preseka ( $A$ );

### 34. Proračun i konstruisanje montažnih nastavaka L profila i sandučastih preseka

#### Proračun i konstruisanje montažnih nastavaka ugaonika



Kod jednakokrakih ugaonika svaki krak prima po polovinu ukupne sile, dok se kod raznokrakih ugaonika ukupna sila deli proporcionalno sa površinom krakova. **Proračun se vrši posebno za svaki krak.** Ugaone podvezice se postavljaju sa spoljasnje, unutrasnje ili sa obe strane ugaonika koji se nastavlja. Zbog zaobljenja unutrasnjeg ugla ugaonika potrebno je da se obradi spoljasni deo podvezice kada se ona postavlja sa unutrasnje strane ugaonika (slika a), odnosno spoljasnji deo ugaonika, kad se podvezica postavlja sa spoljasnje strane (slika b).

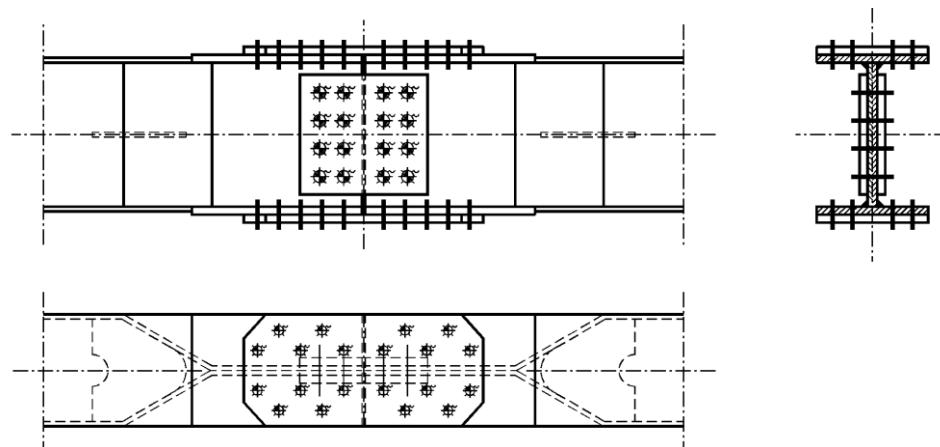
#### Proračun montažnih nastavaka štapova sandučastog poprečnog preseka

Problem zbog nepristupačne unutrašnjosti profila;

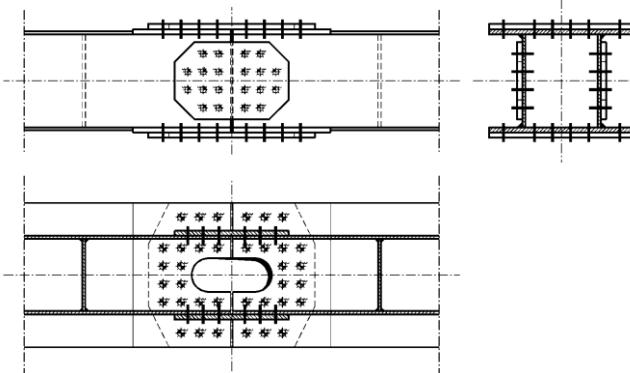
Primenuju se dve varijante:

1. Sandučasti presek se pretvara u I profil na mestu nastavka;
2. Na mestu montažnog nastavka zadržava se ista geometrija poprečnog preseka;

#### Pretvaranje sandučastog profila u I profil na mestu nastavka:



## Montažni nastavak sandučastog štapa bez promene oblika peseka na mestu nastavka:



Rupa se uvak predviđa na donjoj nožici. Širina rupe minimum 160 mm. Drugačiji proračun za gornju i donju nožicu.

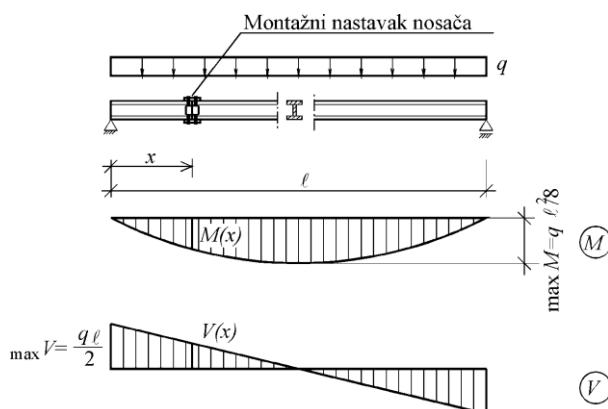
### 35. Proračun montažnog nastavka nosača prema zadatim silama

Montažni nastavci nosača mogu da budu izvedeni:

- pomoću običnih ili visokovrednih zavrtnjeva, ili
- u zavarenoj izradi (znatno redje).

Proračun može da se izvrši na dva načina:

- prema zadatim **presečnim silama** ( $M_{Ed}$ ,  $V_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$ ) ili
- prema geometrijskim karakteristikama poprečnog preseka - **statički pokriveni** nastavci.



**Položaj montažnog nastavka nosača treba locirati van zone maksimalnih momenata savijanja, kad god je to moguće!**

**Raspodela presečnih sila na nožice i rebro:**

**Momenat savijanja  $Med$**

$$M_{f,Ed} = M_{Ed} \frac{I_f}{I} \quad M_{w,Ed} = M_{Ed} \frac{I_w}{I}$$

**Transverzalna - smičuća sila  $VEd$**

$$V_{w,Ed} = V_{Ed} \frac{I_w/S_w}{I/s} \approx V_{Ed} \quad V_{f,Ed} = V_{Ed} \frac{I_f/S_f}{I/s} \approx 0$$

$M_{f,Ed}$  proračunska vrednost momenta u nožicama;

$M_{w,Ed}$  proračunska vrednost momenta u rebru;

$V_{f,Ed}$  proračunska vrednost smičuće sile u rebru;

$V_{w,Ed}$  proračunska vrednost smičuće sile u nožicama;

### Proračun nastavka nosača

Proračun se vrši u tri koraka (faze):

- Kontrola nosivosti oslabljenog preseka i po potrebi ojačanje;
- Proračun zavrtnjeva;
- Proračun podvezica. Proračun zavrtnjeva i podvezica se vrši posebno za nožice, posebno za rebro.

### Oslabljeni presek na mestu nastavka

- Rupe za spojna sredstva na zategnutoj nožici mogu da se zanemare ako je ispunjen uslov:

$$0.9A_{f,net} \frac{f_u}{\gamma_{m2}} \geq A_f \frac{f_y}{\gamma_{m0}};$$

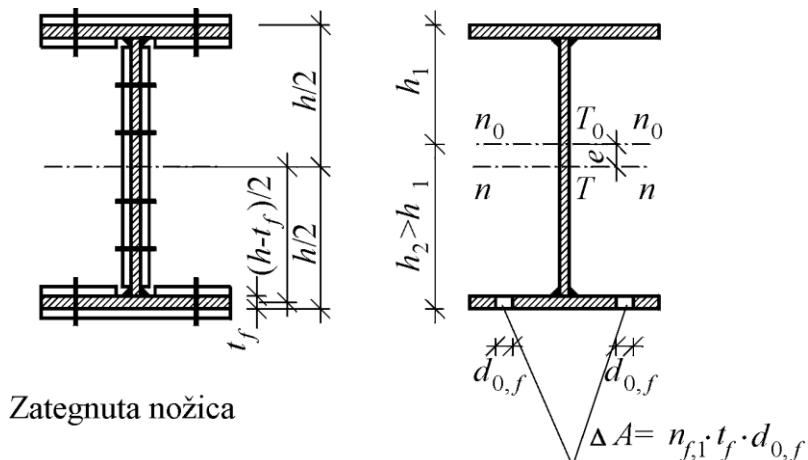
$A_f$  i  $A_{f,net}$  su bruto i neto površina zategnute nožice.

- U suprotnom, moment nosivosti oslabljenog poprečnog preseka  $M_{u,net,Rd}$  treba da se odredi za odgovarajuću klasu preseka, na osnovu redukovane površine poprečnog preseka zategnute nožice:

$$A_{f,red} = 0.9A_{f,net} \frac{f_u \gamma_{m0}}{f_y \gamma_{m2}} \leq A_f$$

- Rupe u zategnutom delu rebra takodje mogu da se zanemare ako je prethodni uslov zadovoljen za čitavu zategnuta zonu preseka koju čine zategnuta nožica i zategnuti deo rebra.

### Kontrola nosivosti preseka na mestu slabljenja



$$M_{Ed} \leq M_{u,net,Rd}$$

$$A_{f,red} = 0.9A_{f,net} \frac{f_u \gamma_{m0}}{f_y \gamma_{m2}} \leq A_f$$

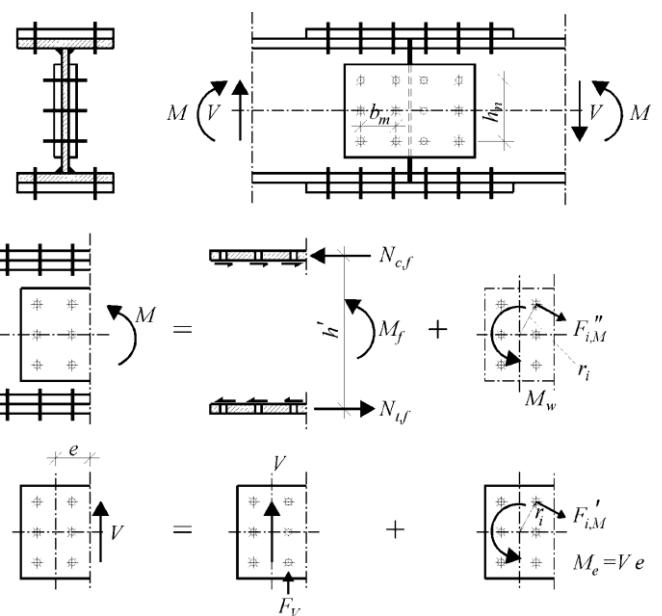
$$A_{f,net} = A_f - \Delta A_f$$

Redukovana površina zategnute nožice može da se predstavi kao, proizvod širine i redukovane debljine:  $A_{f,red} = b_f t_{f,red}$

Za ovakav poprečni presek treba odrediti moment nosivosti  $M_{u,net,Rd}$ , u skladu sa njegovom klasom.

### Proračun broja zavrtnjeva

$$M'_{w,Ed} = M_{w,Ed} + M_e = M_{Ed} \frac{I_w}{I} + V_{Ed} e$$



## Proračun zavrtnjeva na nožicama

Problem savijanja može da se prevede u problem aksijalnog naprezanja:

$$N_{t,f,Ed} = -N_{c,f,Ed} = M_{f,Ed}/h'$$

$M_{f,Ed}$  moment u nožicama

$h'$  krak unutrašnjih sila

$$h' = \begin{cases} h & \text{za jednostrane podvezice na nožicama} \\ h - t_f & \text{za obostrane podvezice na nožicama} \end{cases}$$

Broj zavrtnjeva na nožici:

$$n_f \geq N_{t,f,Ed}/F_{Rd}$$

$F_{Rd}$  minimalna granična nosivost zavrtnja na nožicama

## Proračun zavrtnjeva na rebru

Zavrtnjevi na rebru su opterećeni:

- smičućom silom  $V_{Ed}$  i
- momentom savijanja  $M'_{w,Ed}$
- Usled ovih sila u zavrtnjevima se javlja smicanje (smičući spojevi kategorije A, B ili C);
- Zavrtnjevi su uvek dvosečni;
- Raspodela smičuće sile  $V_{Ed}$  (i aksijalne sile  $N_{Ed}$  ako postoji) u zavrtnjevima je **ravnomerna**;
- Raspodela momenta savijanja  $M'_{w,Ed}$  je **neravnomerna** (linearno promenljive sile);
- Najopterećeniji su zavrtnjevi koji su najudaljeniji od težišta veze;
- Od geometrije veze zavisi postupak proračuna;

## Proračun podvezica

Proračun se sprovodi posebno za:

- zategnutu nožicu,
- pritisnuto nožicu i
- rebro

## Proračun podvezica na nožicama

Na zategnutoj nožici:  $N_{t,Ed} \leq N_{p,f,t,net,Rd} = \min(A_{p,f,t} \frac{f_y}{\gamma_{m0}} ; 0.9A_{p,f,t} \cdot net \frac{f_u}{\gamma_{m2}})$

Na pritisnutoj nožici:  $N_{f,Ed} \leq N_{p,f,c,net,Rd} = A_{p,f,c} \frac{f_y}{\gamma_{m0}}$

- Širina podvezica se određuje prema širini nožica, kao kod nastavaka štapova, a debljina podvezica se određuje na osnovu potrebne površine.
- Iz praktičnih razloga uobičajeno je da se usvoje iste debljine podvezica i za zategnutu i za pritisnuto nožicu!

## Proračun podvezica na rebru

Podvezice na rebru prihvataju smičuću силу  $V_{Ed}$  и deo momenta savijanja  $M_{w,Ed}$  i moraju da zadovolje sledeća dva uslova nosivosti;

$$V_{Ed} \leq V_{p,w,Rd} = \frac{A_{p,w} \left( \frac{f_y}{\sqrt{3}} \right)}{\gamma_{m0}} \quad \text{i} \quad M_{w,Ed} \leq M_{p,w,Rd} = \frac{W_{p,w} f_y}{\gamma_{m0}}$$

$A_{p,w}$  površina podvezica na rebu

$W_{p,w}$  otporni moment podvezica na rebru (u zavisnosti od klase preseka);

Iz uslova smicanja može da se odredi potrebna debljina podvezica:

$$t_p \geq \frac{V_{Ed}\sqrt{3}\gamma_{m0}}{2h_p f_y}$$

Često je ova debljina nedovoljna, jer je zbog manje visine podvezica u odnosu na rebro moment nosivosti zahteva veću debljinu!

## 36. Proračun statički pokrivenog montažnog nastavka nosača

### Sledeći uslovi moraju da budu zadovoljeni:

- **Moment nosivosti oslabljenog preseka na mestu nastavka** mora da bude veći ili jednak od nosivosti poprečnog preseka nosača izvan nastavka; Kod zavarenih nosača, ako je potrebno vrši se ojačanje nožica i rebra;
- **Moment nosivosti podvezica** mora da bude veći ili jednak od momenta nosivosti poprečnog preseka nosača izvan nastavka;
- **Moment nosivosti zavrtnjeva** mora da bude veći ili jednak od momenta nosivosti poprečnog preseka nosača izvan nastavka;

### Nosivost oslabljenog preseka - ojačanje

Uslovi koje treba ispuniti na mestu slabljenja preseka rupama za spojna sredstva:

$$N_{Ed,max} = A \frac{f_y}{\gamma_{m0}} \leq N_{u,net,Rd} = 0.9A_{net} \frac{f_u}{\gamma_{m2}}$$
$$M_{Ed,max} = \frac{W_y f_y}{\gamma_{m0}} \leq M_{u,net,Rd}$$

$N_{Ed,max}$  maksimalna aksijalna sila koja je jednaka nosivosti poprečnog preseka izvan nastavka;

$M_{Ed,max}$  maksimalan moment savijanja oko y-y ose koji je jednak momentu nosivosti preseka izvan nastavka;

- Ukoliko prethodni uslovi nisu zadovoljeni, neophodno je da se izvrši ojačanje poprečnog preseka (samo kod zavarenih preseka);
- Ojačanje se vrši u zoni zatezanja, (zategnuta nožica) i to na isti način kao u slučaju aksijalno opterećenih elemenata - štapova!

### Proračun podvezica

$$M_{Ed,max} = \frac{W_y f_y}{\gamma_{m0}} \leq M_{u,p,net,Rd} \quad V_{Ed,max} = \frac{A_w \left( \frac{f_y}{\sqrt{3}} \right)}{\gamma_{m0}} \leq V_{p,w,Rd}$$

Podvezice na nožicama mogu da se proračunaju na isti način kao kod zategnutih elemenata;

Maksimalna aksijalna sila u zategnutoj nožici može da se odredi kao:

$$N_{f,Ed,max} = A_f f_y / \gamma_{m0}$$

Na osnovu ove sile se određuju dimenzije podvezica na nožicama, a i potreban broj zavrtnjeva;

Podvezice na rebru se određuju na osnovu maksimalne smičuće sile  $V_{Ed,max}$  i momenta u rebru  $M_{w,Ed,max}$

### Moment nosivosti zavrtnjeva

Može se razdvojiti na nosivost zavrtnjeva na nožicama i rebru, posebno;

Na nožicama:

$$M_{b,f,Rd} \geq M_{f,Ed,max} = W_y f_y / \gamma_{m0} \frac{I_f}{I}$$

Na rebru:

$$M_{b,w,Rd} \geq M_{w,Ed,max} = W_y f_y / \gamma_{m0} \frac{I_w}{I}$$

Moment nosivosti zavrtnjeva na nožicama je zadovoljavajući ako je njihova nosivost veća od maksimalne aksijalne sile u zategnutoj nožici  $N_{f,Ed,max}$ .

$$n_f F_{Rd} \geq N_{f,Ed,max}$$

$F_{Rd}$  minimalna nosivost jednog zavrtnja na nožici, u skladu sa kategorijom smičućeg spoja (A, B, C);

$n_f$  broj zavrtnjeva na nožici

## Moment nosivosti zavrtnjeva na rebru

- Široki nastavci (veze)

$$M_{b,w,Rd} = F_{Rd} \frac{\sum_{i=1}^n r_i^2}{r_{max}}$$

- Visoki nastavci (veze)

$$M_{b,w,Rd} = n_2 F_{Rd} \frac{\sum_{i=1}^{n_2} h_i^2}{h_{max}}$$

$n_2$  broj redova zavrtnjeva

$n_1$  broj zavrtnjeva u jednom redu

$n$  ukupan broj zavrtnjeva ( $n = n_1 n_2$ )

$F_{Rd}$  minimalna nosivost jednog zavrtnja na rebru (za dve ravni smicanja) u skladu sa kategorijom spoja (A, B, C)

### 37. Široki i visoki nastavci – polarni i ekvatorijalni moment inercije zavrtnjeva

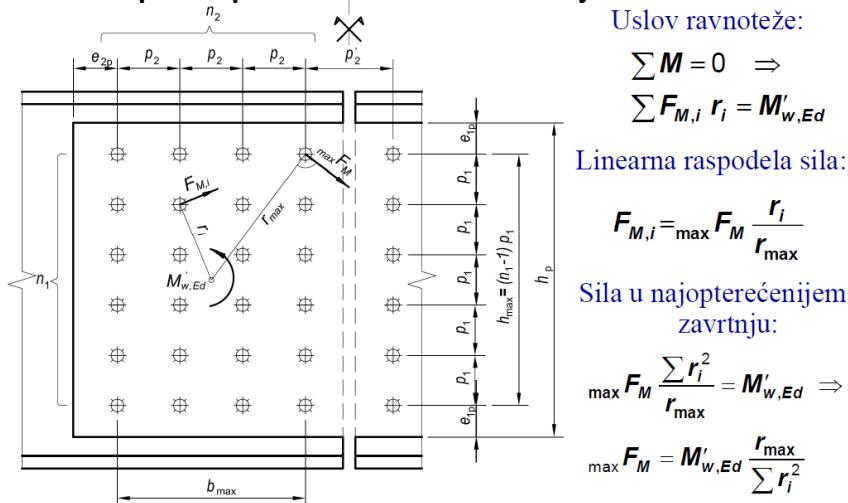
Nastavci nosača se mogu podeliti na:

- visoke ( $h_{max}/b_{max} > 2$ ) i
- široke ( $h_{max}/b_{max} \leq 2$ ).

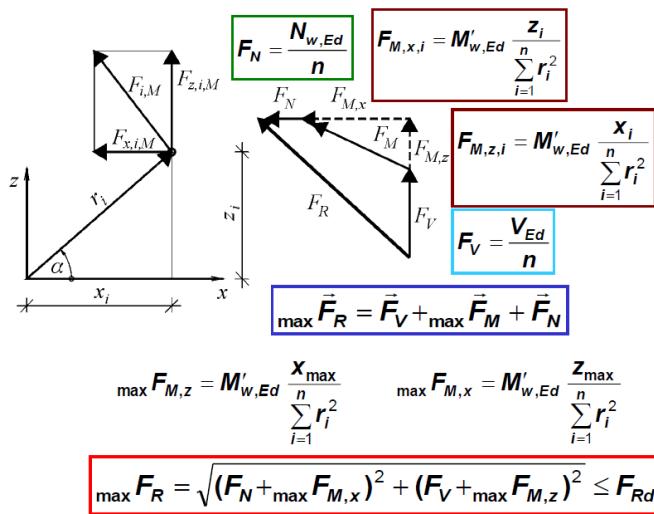
Kod širokih nastavaka (veza) proračun sila u zavrtnjevima na rebru se vrši prema polarnom momentu inercije;

Kod visokih nastavaka (veza) proračun sila u zavrtnjevima na rebru se vrši prema ekvatorijalnom momentu inercije;

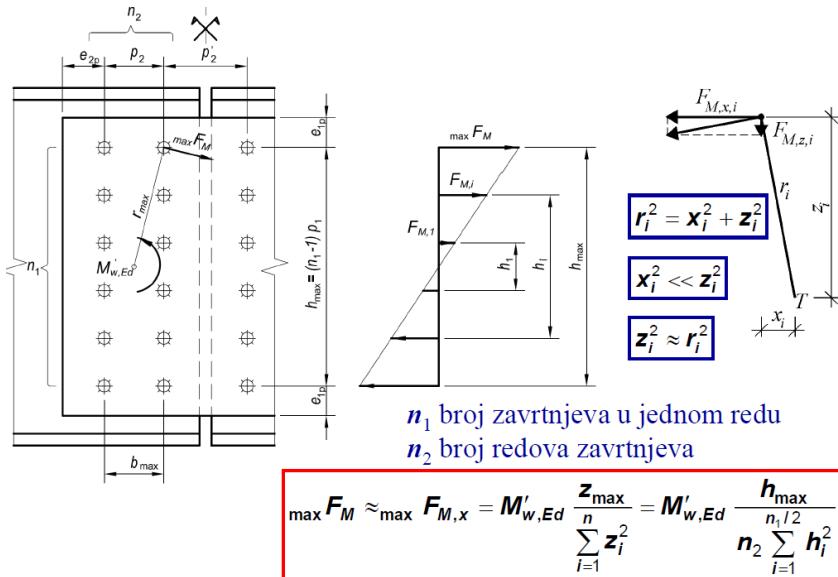
**Proračun prema polarnom momentu inercije**



**Rezultujuća sila u zavrtnju**



## Proračun prema ekvatorijalnom momentu inercije



## Rezultujuća sila u najopterećenijem zavrtnju

$F_N = \frac{N_{w,Ed}}{n}$

$F_V = \frac{V_{Ed}}{n}$

$$\sum_{i=1}^n h_i^2 = \frac{n_1 (n_1^2 - 1) p_1^2}{6}$$

$$h_{\max} = p_1 (n_1 - 1)$$

$$\max F_M = M'_w \frac{h_{\max}}{n_2 \sum h_i^2} = M'_w \frac{6 (n_1 - 1) p_1}{n_2 n_1 (n_1^2 - 1) p_1^2} = M'_w \frac{6}{n_2 n_1 (n_1 + 1) p_1}$$

$n$  ukupan broj zavrtnjeva ( $n = n_1 n_2$ )

Rezultujuća sila u najopterećenijem zavrtnju:

$$\max F_{R,Ed} = \sqrt{F_V^2 + (F_N + \max F_M)^2}$$

Uslov koji mora da bude ispunjen:  $\max F_{R,Ed} \leq F_{Rd}$

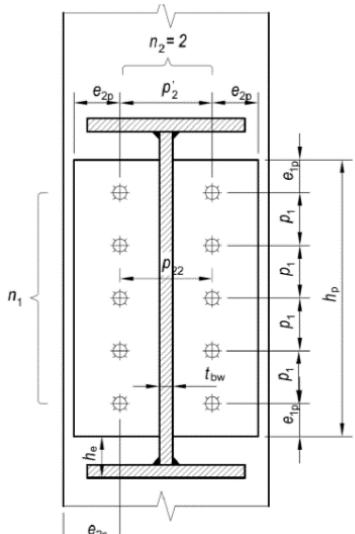
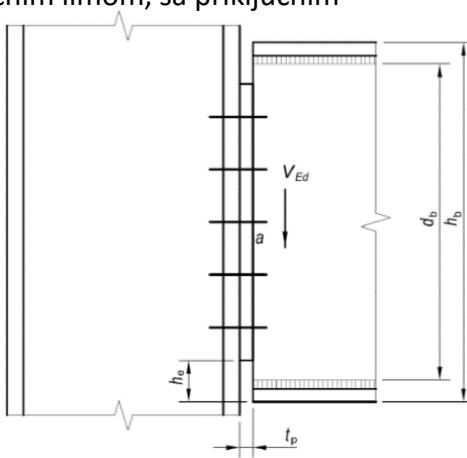
## 38. Proračun i konstruisanje zglobnih veza sa čeonom pločom

### Zglobne veze sa čeonom pločom

Ovakve veze se izvode pomocu ceone ploče koja se zavaruje za rebro nosaca i spaja sa priljucnom površinom pomocu zavrtnjeva. Prenosenje trensverzalne sile pomocu ceone ploče ostvaruje se prakticno bez ekscentriciteta, pa se izbegavaju sekundarni uticaji momenta ekscentricnosti, što predstavlja znatnu prednost u odnosu na druge tipove zglobnih veza. (veza sa prikljucnim limom, sa prikljucnim ugaonicima)

Nema ekscentriciteteta ( $e = 0$ )!

Zahteva se veća preciznost izrade – manje tolerancije!



## Elementi veze

Neophodno je da se proveri nosivost svih elemenata veze koji učestvuju u prenošenju sile  $V_{Ed}$ !

Osnovni elementi zglobne veze sa čeonom pločom su:

1. Šavovi ( $a$ )
2. Zavrtnjevi ( $n = n_1 n_2$ )
3. Čeona ploča ( $h_p, t_p, b_p$ )
4. Rebro grede ( $t_{bw}$ )

Nosivost veze  $V_{Rd}$  jednaka je minimalnoj nosivosti od svih vidova loma svih komponenata veze!

$$V_{Rd} = \min_{i=1}^8 V_{Rd,i}$$

## Opšti uslovi

$$h_p \leq d_p \quad d_p \text{ cista visina rebra grede bez zaobljenja ili savova}$$

$$t_p > \theta_{required} \quad h_p \text{ rastojanje od donje ivice ceone ploče do donje ivice grede}$$

Da bi se izbegao prevremeni lom zatezanjem zavrtnjeva, jedan od sledeća dva uslova treba da bude ispunjen:

$$\frac{d}{t_p} \geq 2.8 \sqrt{\frac{f_{yp}}{f_{ub}}} \quad (1)$$

$$\frac{d}{t_{cf}} \geq 2.8 \sqrt{\frac{f_{ycf}}{f_{ub}}} \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{t_w} \geq 2.8 \sqrt{\frac{f_{yw}}{f_{ub}}} \quad (2.2)$$

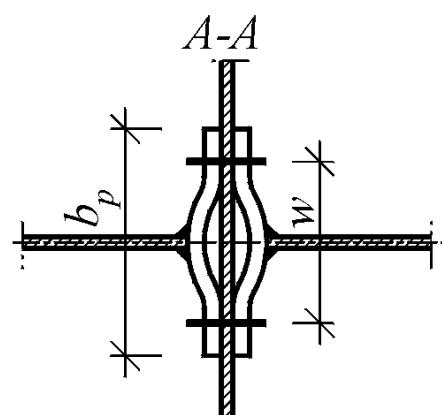
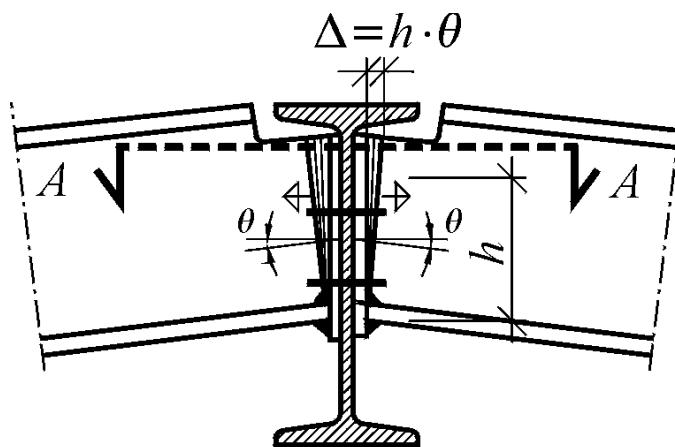
(2.1) u slučaju oslanjanja na nožicu stuba

(2.2) u slučaju oslanjanja na rebro stuba ili grede

$d$  je prečnik zavrtnja

$f_{ub}$  cvrstoca na zatezanje zavrtnja

## Obrtanje na mestu veze



Dejstvo zgloba kod ovakvih veza se ostvaruje deformacijom ceone ploče, koja omogucava obrtanje veze za ugao  $\theta$ . Zbog toga je pozeljno da ceona ploča bude sto kraca i ne suvise debela, kako bi se ostvarilo obrtanje veze uz sto manje sekundarne efekte, kao sto su momenti koji izazivaju sile zatezanja u zavrtnjevima.

## 1. Šavovi

Da bi se izbeglo krto ponašanje veze neophodno je da šavovi imaju veću nosivost od nosivosti rebra grede.

U slučaju obostranih ugaonih šavova to se može postići ako je zadovoljen sledeći uslov:

$$a \geq \frac{\beta_w}{\sqrt{2}} \frac{f_{yb} \gamma_{m2}}{f_{ub} \gamma_{m0}} t_{wb} \quad \text{ili} \quad a \geq \frac{f_{yb}}{2f_{uw,d} \gamma_{m0}} t_{wb} \quad f_{uw,d} = \frac{f_{ub}}{\sqrt{2} \beta_w \gamma_{m2}}$$

		S235	S275	S355
$f_{yb}$	[Mpa]	235	275	355
$f_{ub}$	[Mpa]	360	430	510
$f_{uw,d}$	[Mpa]	255	286	321
$\beta_w$	-	0.8	0.85	0.9
Uslov		$a \geq 0.46t_{wb}$	$a \geq 0.48t_{wb}$	$a \geq 0.55t_{wb}$
Vrednosti iz tabele su dobijene sa: $\gamma_{m0} = 1$ i $\gamma_{m2} = 1.25$ , za limove debljine do 40mm!				

## 2. Zavrtnjevi

Zavrtnjevi su opterećeni na smicanje.

Uobičajena je kategorija smičućeg spoja A.

Tri kriterijuma u pogledu nosivosti zavrtnjeva:

1. Nosivost zavrtnjeva na smicanje  $V_{Rd,1}$
2. Nosivost čeone ploče na pritisak po omotaču rupe  $V_{Rd,2}$
3. Nosivost oslonačkog lima na pritisak po omotaču rupe  $V_{Rd,3}$

Oslonački lim može biti: nožica stuba, rebro stuba ili rebro grede.

### Nosivost zavrtnjeva na smicanje

$$V_{Rd,1} = 0.8nF_{v,Rd}$$

$n$  je ukupan broj zavrtnjeva ( $n = n_1 n_2$ );

$F_{v,Rd}$  nosivost zavrtnja na smicanje.  $F_{v,Rd} = \alpha_v A f_{ub} / \gamma_{m2}$

Zavrtnjevi su jednosečni.

Redukcija nosivosti od 20% se uzima zbog uticaja zatezanja u zavrtnjevima!

### Nosivost čeone ploče na pritisak po omotaču rupe

$$V_{Rd,2} = \sum F_{b,Rd} \quad (\text{ako je } F_{v,Rd} \geq F_{b,Rd} \text{ za svaki zavrtanj})$$

$$V_{Rd,2} = n F_{b,Rd} \quad (\text{Na strani sigurnsti})$$

$$F_{b,Rd} = k_1 \alpha_b t_p d f_{up} / \gamma_{m2}$$

$$k_1 = \min(2.8 \frac{e_{2p}}{d_0} - 1.7; 1.4 \frac{p_2}{d_0} - 1.7; 2.5)$$

$$\alpha_b = \min(\frac{e_{1p}}{3d_0}; \frac{p_1}{3d_0} - 0.25; \frac{f_{ub}}{f_{up}}; 1)$$

### Nosivost oslonačkog lima na pritisak po omotaču rupe

$$V_{Rd,3} = n F_{b,Rd}$$

	$F_{b,Rd} = k_1 \alpha_b t d f_u / \gamma_{M2}$		
	nožica stuba	rebro stuba	rebro grede
$t$	$t_{cf}$	$t_{cw}$	$t_{bw}$
$f_u$	$f_{ucf}$	$f_{ucw}$	$f_{ubw}$
$k_1$	$\min\left(2.8 \frac{e_{2s}}{d_0} - 1.7; 1.4 \frac{p_2}{d_0} - 1.7; 2.5\right)$	$\min\left(1.4 \frac{p_2}{d_0} - 1.7; 2.5\right)$	$\min\left(1.4 \frac{p_2}{d_0} - 1.7; 2.5\right)$
$\alpha_b$	$\min\left(\frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{ucf}}; 1\right)$	$\min\left(\frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{ucw}}; 1\right)$	$\min\left(\frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{ubw}}; 1\right)$

### 3. Čeona ploča

Dimenzije čeone ploče ( $h_p$ ,  $t_p$  i  $b_p$ ) treba da se odrede iz uslova smeštanja zavrtnjeva, raspoložive visine rebra grede, nesmetane rotacije i duktilnosti veze (opšti uslovi) i sledećih kriterijuma nosivosti:

1. Nosivost bruto preseka na smicanje  $V_{Rd,4}$
2. Nosivost neto preseka na smicanje  $V_{Rd,5}$
3. Nosivost na cepanje bloka  $V_{Rd,6}$
4. Nosivost na savijanje  $V_{Rd,7}$

Velika debljina čeone ploče dovodi do značajne nosivosti veze na savijanje! Uobičajena je debljina oko 10 mm!

#### Nosivost bruto preseka na smicanje

$$V_{Rd,4} = 2 \frac{h_p t_p}{1.27} \frac{f_{yp}/\sqrt{3}}{\gamma_{m0}}$$

Postoje dve ravni smicanja!

Koefficijent 1,27 se uzima zbog redukcije usled interakcije savijanja i smicanja!

#### Nosivost neto preseka na smicanje

$$V_{Rd,5} = 2A_{v,net} \frac{f_{up}/\sqrt{3}}{\gamma_{m2}}$$

$$A_{v,net} = t_p(h_p - n_1 d_0)$$

#### Nosivost na cepanje bloka

$$V_{Rd,6} = 2V_{eff,Rd}$$

ako je  $h_p < 1.36p_{22}$  i  $n_1 > 1$

$$V_{eff,Rd} = V_{eff,2,Rd} = \frac{0.5 A_{nt} f_{up}}{\gamma_{m2}} + \frac{A_{nv}(f_{yp}/\sqrt{3})}{\gamma_{m0}}$$

u suprotnom je:

$$V_{eff,Rd} = V_{eff,1,Rd} = \frac{A_{nt} f_{up}}{\gamma_{m2}} + \frac{A_{nv}(f_{yp}/\sqrt{3})}{\gamma_{m0}}$$

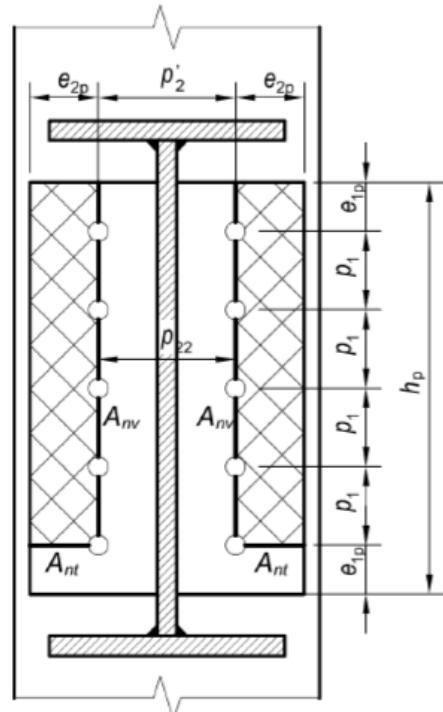
$$A_{nt} = t_p(e_{2p} - d_0/2) \quad \text{za } n_2 = 2$$

$$A_{nt} = t_p(p_2 + e_{2p} - 3d_0/2) \quad \text{za } n_2 = 4$$

$$A_{nv} = t_p(h_p - e_{1p} - (n_1 - 0.5)d_0)$$

$$p_{22} = p_2' \quad \text{za } n_2 = 2$$

$$p_{22} = p_2 + p_2' \quad \text{za } n_2 = 4$$



## Nosivost čeone ploče na savijanje

ako je  $h_p \geq 1.36p_{22}$   $V_{Rd,7} = \infty$

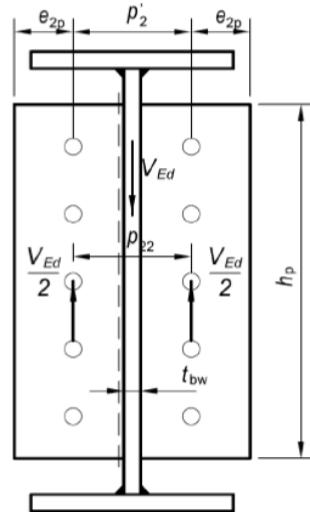
U suprotnom je :

$$V_{Rd,7} = \frac{4W_{el}}{p_{22} - t_w \gamma_{m0}} \frac{f_{yp}}{\gamma_{m0}} \quad W_{el} = \frac{h_p^2 t_p}{6}$$

$$V_{Rd,7} = \frac{2h_p^2 t_p}{3(p_{22} - t_w) \gamma_{m0}} \frac{f_{yp}}{\gamma_{m0}}$$

$p_{22} = p_2'$  za  $n_2 = 2$

$p_{22} = p_2 + p_2'$  za  $n_2 = 4$



## 4. Rebro grede

Nosivost rebara grede na smicanje  $V_{Rd,8}$

$$V_{Rd,8} = h_p t_{bw} \frac{f_{ybw}/\sqrt{3}}{\gamma_{m0}}$$

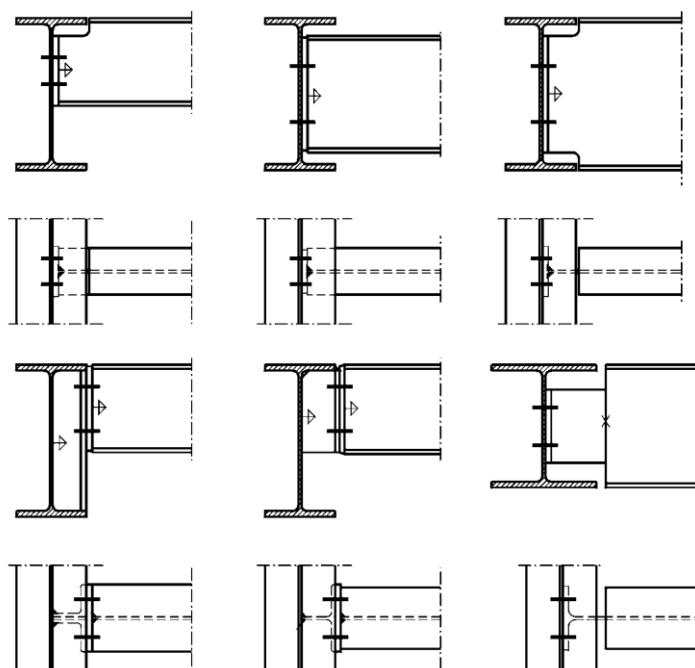
$t_{bw}$  debljina rebara grede

$f_{ybw}$  granica razvlačenja rebara grede

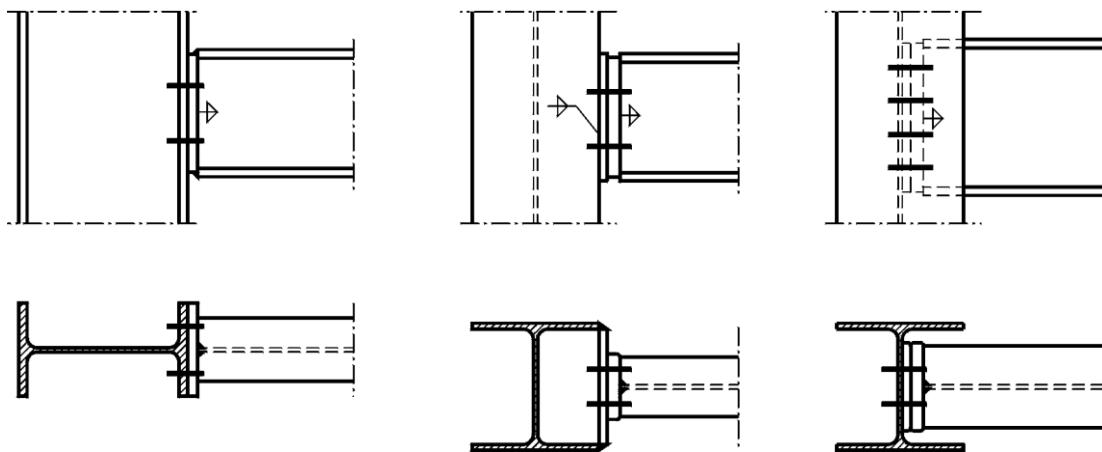
## Preporuke za dimenzionisanje veze

- Pri projektovanju je neophodno da se definiše broj zavrtnjeva ( $n$ ) i dimenzije čeone ploče ( $h_p$ ,  $t_p$ , i  $b_p$ );
- Potreban broj zavrtnjeva može da se odredi iz uslova nosivosti na smicanje ( $V_{Rd,1}$ );
- Potom se oblikuje veza i definišu sva rastojanja izmedju zavrtnjeva ( $e_1, p_1, \dots$ ) i proverava nosivost na pritisak po omotaču rupe ( $V_{Rd,2}, V_{Rd,3}$ ) na osnovu koje se može dobiti potrebna debljina čeone ploče ( $t_p$ )!
- Visina čeone ploče se određuje na osnovu minimalnih rastojanja izmedju zavrtnjeva i nosivosti rebara grede na smicanje ( $V_{Rd,8}$ );
- Potom se proveravaju ostale nosivosti!

## Primeri zglobnih veza sa gredom ostvarenih pomoću čeone ploče



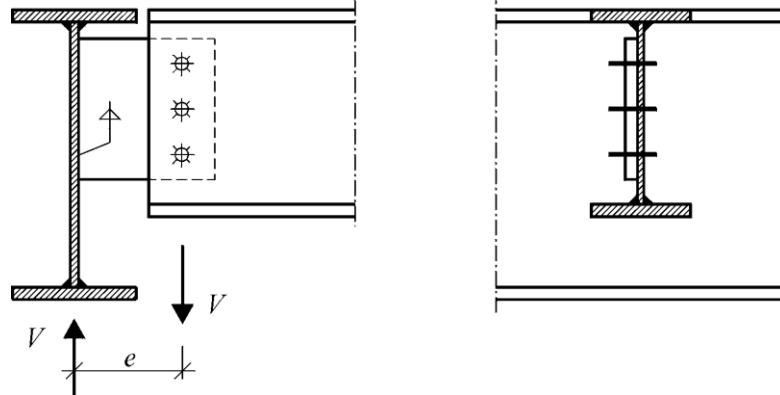
### Primeri zglobnih veza sa stubom pomoću čone ploče



### 39. Proračun i konstruisanje zglobnih veza sa priključnim limom

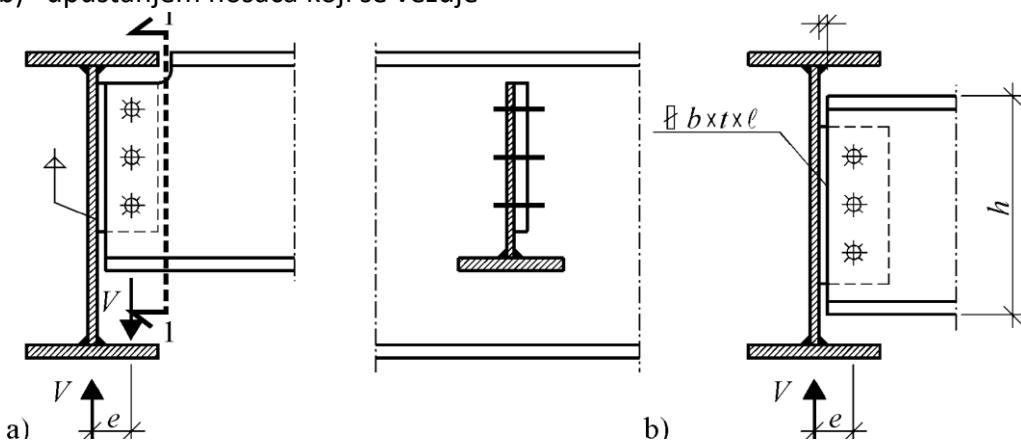
Ovakav nacin vezivanja je vrlo jednostavan za izradu, jer se vrsi samo odsecanje nosaca na projektovanu duzinu i buse odgovarajuce rupe. Montaza je, takodje, jednostavna jer je veza pristupacna, a ugradnja zavrtnjeva laka. Moze se koristiti veza izmedju grede i stuba ili izmedju dve grede.

Nedostatak ovakvog resenja je sto je veza osetljiva na bocno pomeranje jer nema veliki stepen torzionog ukrucenja. Zbog toga se ne preporucuje primena ovakvih veza za prijem reakcija velikih intenziteta. Primena ovakvih veza je opravdana kod nosaca cija je bocna stabilnost gornjeg pojasa u potpunosti obezbedjena (na primer pomocu krute armiranobetonske ploce, ili horizontalnog srega).

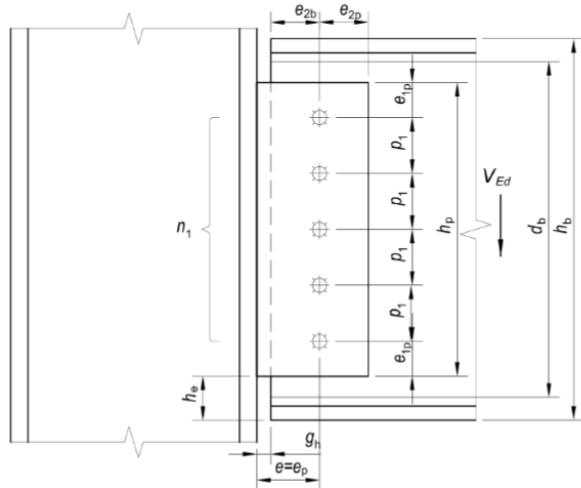


Kod ovakvih veza javlja se moment ekscentriciteta ( $M_e = Ve$ ), ciji intenzitet zavisi od ekscentriciteta veze  $e$  i oslonacke reakcije nosaca  $V$ . Ako konstruktivni ili funkcionalni razlozi diktiraju postavljanje gornjih nozica nosaca u istoj ravni, zbog velikog ekscentriiteta , moment ekscentriciteta moze da ima znacajnu vrednost. Smanjenje ekscentriciteta moze da se postigne na dva nacina:

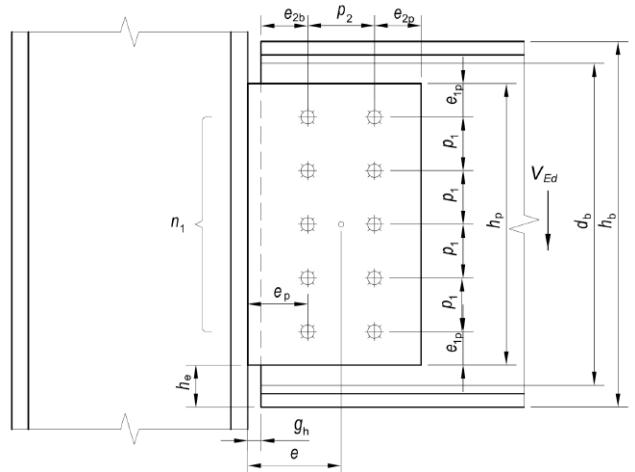
- zasecanjem jedne ili obe nozice, zavisno od odnosa gabarita nosaca koji se vezuju
- upustanjem nosaca koji se vezuje



**Veza sa jednim redom zavrtnjeva  $n_2 = 1$**



**Veza sa dva reda zavrtnjeva  $n_2 = 2$**



## Glavni elementi veze

Osnovne komponente veze čija nosivost treba da se proveri su:

1. Šavovi.
  2. Zavrtnjevi
  3. Priklučni lim
  4. Rebro nosača

Nosivost veze jednaka je najmanjoj nosivosti za sve vidove loma svih komponenata veze!

$$V_{Rd} = \min_{i=1}^{11} V_{Rd,i}$$

## Opšti uslovi

$h_p \leq d_b$      $d_b$  cista visina rebra grede bez zaobljenja ili savova

## Rotacija oslonackog preseka

$$\phi_{available} > \phi_{required}$$

$$\phi_{available} = \infty \text{ ako je } e > \sqrt{(e - g_h)^2 + \left(\frac{h_p}{2} + h_e\right)^2}$$

*e* ekscentricitet veze

**$g_h$**  razmak u horizontalnom pravcu izmedju grede i oslonackog elementa

$h_p$  visina prikljucnog lima

**$h_e$**  rastojanje od donje ivice prikljucnog lima do donje ivice grede

## 1. Šavovi

Za šavove veže isti principi kao i za veze sa čeonom pločom.

$$a \geq \frac{\beta_w}{\sqrt{2}} \frac{f_{yb}}{f_{ub}} \frac{\gamma_{m2}}{\gamma_{m0}} t_{wb}$$

Nosivost šavova treba da bude veća od nosivosti priključnog lima

## 2. Zavrtnjevi

Zavrtnjevi su opterećeni na smicanje. Pored transverzalne sile kod ovkih veza javlja se i moment ekscentriciteta ( $M_{Ed} = V_{Ed}e$ ). Zavrtnjevi nisu ravnomerno opterećeni! Uobičajena je kategorija smičućeg spoja A.

Tri kriterijuma u pogledu nosivosti zavrtnjeva:

1. Nosivost zavrtnjeva na smicanje  $V_{Rd,1}$
2. Nosivost priključnog lima na pritisak omotača rupe  $V_{Rd,2}$
3. Nosivost rebra nosača na pritisak po omotaču rupe  $V_{Rd,3}$

### Naprezanje najopterećenijeg zavrtnja

Za jedan red zavrtnjeva  $n_2 = 1$  ( $n = n_1$ )

$$F_V = \frac{V_{Ed}}{n}$$

$$\max F_M = V_{Ed}e h_{max} / \sum_i h_i = V_{Ed}e \frac{6}{n(n+1)p_1}$$

$$\max F_R = \sqrt{F_V^2 + \max F_M^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{Ed}}{n}\right)^2 + \left(\frac{V_{Ed}}{n} \frac{6e}{(n+1)p_1}\right)^2} \leq F_{V,Rd}$$

$F_V$  sila u jednom zavrtnju usled smičuće sile  $V_{Ed}$

$\max F_M$  sila u najopterećenijem zavrtnju usled momenta ekscentriciteta,

$\max F_R$  rezultujuća sila u najopterećenijem zavrtnju,

$F_{V,Rd}$  nosivost zavrtnja na smicanje (jednosečan).

### Naprezanje najopterećenijeg zavrtnja

Za dva reda zavrtnjeva  $n_2 = 2$

$$F_V = \frac{V_{Ed}}{n}$$

$$\max F_{M,hor} = V_{Ed}e \frac{(n_1 - 1)p_1}{2I} \quad \max F_{M,ver} = V_{Ed}e \frac{p_2}{2I}$$

$$I = \frac{n_1}{2} p_2^2 + \frac{1}{6} n_1 (n_1 - 1) p_1^2$$

$$\max F_R = \sqrt{(F_V + \max F_{M,ver})^2 + \max F_{M,hor}^2}$$

$$\max F_R = \sqrt{\left(\frac{V_{Ed}}{n} + \frac{V_{Ed}ep_2}{2I}\right)^2 + \left(\frac{V_{Ed}ep_1}{2I}(n_1 - 1)\right)^2} \leq F_{V,Rd}$$

$I$  moment inercije zavrtnjeva

### Nosivost zavrtnjeva na smicanje

Za jedan red zavrtnjeva  $n_2 = 1$  ( $n = n_1$ )

$$V_{Rd,1} = \frac{nF_{V,Rd}}{\sqrt{1 + \left(\frac{6e}{(n+1)p_1}\right)^2}}$$

Za dva reda zavrtnjeva  $n_2 = 2$

$$V_{Rd,1} = \frac{nF_{V,Rd}}{\sqrt{\left(1 + n\frac{ep_2}{2I}\right)^2 + \left(n\frac{ep_1}{2I}(n_1 - 1)\right)^2}} = \frac{nF_{V,Rd}}{\sqrt{(1 + n\alpha)^2 + (n\beta)^2}}$$

$$\alpha = \frac{ep_2}{2I} \quad \beta = \frac{ep_1}{2I}(n_1 - 1)$$

**Nosivost priključnog lima na pritisak po omotaču rupe**

$$V_{Rd,2} = \frac{n}{\sqrt{\left(\frac{1 + n\alpha}{F_{b,ver,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{1 + n\beta}{F_{b,hor,Rd}}\right)^2}}$$

$$n_2 = 1 \quad (n = n_1) \quad \rightarrow \quad \alpha = 0 \quad \beta = \frac{6e}{n(n+1)p_1}$$

$F_{b,Rd,ver} = k_1 \alpha_b t_p d f_{up} / \gamma_{M2}$	$F_{b,Rd,hor} = k_1 \alpha_b t_p d f_{up} / \gamma_{M2}$
$k_1 = \min\left(2,8 \frac{e_{2p}}{d_0} - 1,7; 1,4 \frac{p_2}{d_0} - 1,7; 2,5\right)$	$k_1 = \min\left(2,8 \frac{e_{1p}}{d_0} - 1,7; 1,4 \frac{p_1}{d_0} - 1,7; 2,5\right)$
$\alpha_b = \min\left(\frac{e_{1p}}{3d_0}; \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{up}}; 1\right)$	$\alpha_b = \min\left(\frac{e_{2p}}{3d_0}; \frac{p_2}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{up}}; 1\right)$

$$n_2 = 2 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{ep_2}{2I} \quad \beta = \frac{ep_1}{2I}(n_1 - 1)$$

**Nosivost rebara grede na pritisak po omotaču rupe**

$$V_{Rd,3} = \frac{n}{\sqrt{\left(\frac{1 + n\alpha}{F_{b,ver,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{1 + n\beta}{F_{b,hor,Rd}}\right)^2}}$$

$$n_2 = 1 \quad (n = n_1) \quad \rightarrow \quad \alpha = 0 \quad \beta = \frac{6e}{n(n+1)p_1}$$

$$n_2 = 2 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{ep_2}{2I} \quad \beta = \frac{ep_1}{2I}(n_1 - 1)$$

$F_{b,Rd,ver} = k_1 \alpha_b t_{bw} d f_{ubw} / \gamma_{M2}$	$F_{b,Rd,hor} = k_1 \alpha_b t_{bw} d f_{ubw} / \gamma_{M2}$
$k_1 = \min\left(2,8 \frac{e_{2b}}{d_0} - 1,7; 1,4 \frac{p_2}{d_0} - 1,7; 2,5\right)$	$k_1 = \min\left(1,4 \frac{p_1}{d_0} - 1,7; 2,5\right)$
$\alpha_b = \min\left(\frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{ubw}}; 1\right)$	$\alpha_b = \min\left(\frac{e_{2b}}{3d_0}; \frac{p_2}{3d_0} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_{up}}; 1\right)$

### 3. Nosivost priključnog lima

Neophodno je da se odrede sledeće nosivosti:

1. Nosivost bruto preseka na smicanje  $V_{Rd,4}$
2. Nosivost neto preseka na smicanje  $V_{Rd,5}$
3. Nosivost na cepanje bloka  $V_{Rd,6}$
4. Nosivost priključnog lima na savijanje  $V_{Rd,7}$
5. Nosivost priključnog lima na izbočavanje  $V_{Rd,8}$

#### Nosivost bruto preseka na smicanje

$$V_{Rd,4} = \frac{h_p t_p}{1.27} \frac{f_{yp}/\sqrt{3}}{\gamma_{m0}}$$

Koeficijent 1,27 se uzima zbog redukcije usled interakcije savijanja i smicanja!

#### Nosivost neto preseka na smicanje

$$V_{Rd,5} = A_{V,net} \frac{f_{up}/\sqrt{3}}{\gamma_{m2}}$$

$$A_{V,net} = t_p (h_p - n_1 d_0)$$

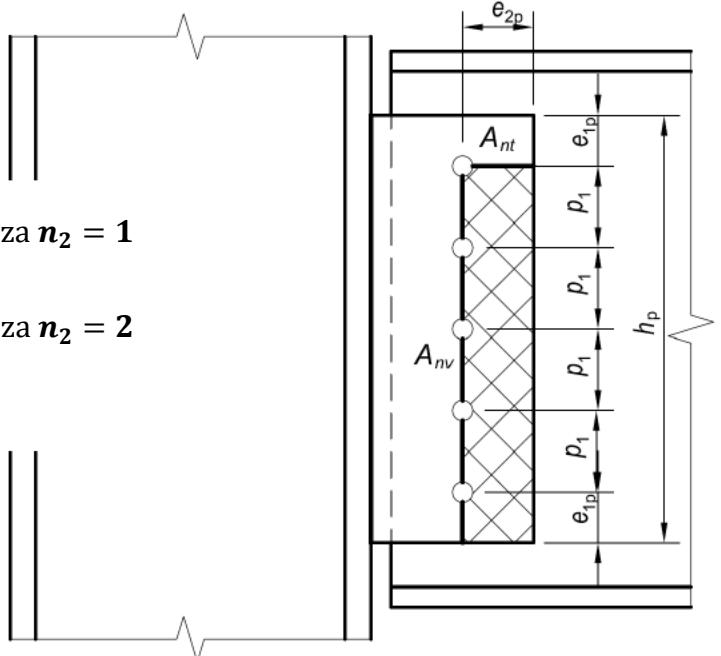
#### Nosivost na cepanje bloka

$$V_{Rd,6} = V_{eff,2,Rd} = 0.5 A_{nt} f_{up} / \gamma_{m2} + A_{nv} (f_{yp}/\sqrt{3}) / \gamma_{m0}$$

$$A_{nt} = t_p \left( e_{2p} - \frac{d_0}{2} \right) \quad \text{za } n_2 = 1$$

$$A_{nt} = t_p \left( p_2 + e_{2p} - \frac{3d_0}{2} \right) \quad \text{za } n_2 = 2$$

$$A_{nv} = t_p (h_p - e_1 - (n_1 - 0.5)d_0)$$



#### Nosivost priključnog lima na savijanje

ako je:

$$h_p \geq 2.73e \rightarrow V_{Rd,7} = \infty$$

U suprotnom:

$$V_{Rd,7} = \frac{W_{el}}{e} \frac{f_{yp}}{\gamma_{m0}} \quad W_{el} = \frac{h_p^2 t_p}{6}$$

$$V_{Rd,7} = \frac{h_p^2 t_p}{6e} \frac{f_{yp}}{\gamma_{m0}}$$

## Nosivost priključnog lima na izbočavanje

ako je  $tp \geq 0.15e$        $V_{Rd,8} = V_{Rd,7}$

$$V_{Rd,8} = \frac{W_{el}}{e} \frac{f_{p,LT}}{0.6\gamma_{m1}} \leq \frac{W_{el}}{e_p} \frac{f_{yp}}{\gamma_{m0}}$$

$$\lambda_{LT} = 2.8 \sqrt{\frac{e_p h_p}{1.5 t_p^2}} \rightarrow f_{p,LT}$$

$e_p$  rastojanje od savova do I reda zavrtnjeva

$e_p = e$  za veze sa jednim redom zavrtnjeva

$e_p = e - \frac{p_2}{2}$  za veze sa dva reda zavrtnjeva

## 4. Nosivost rebara nosača

Neophodno je da se odrede sledeće nosivosti:

1. Nosivost bruto preseka na smicanje  $V_{Rd,9}$
2. Nosivost neto preseka na smicanje  $V_{Rd,10}$
3. Nosivost na cepanje bloka  $V_{Rd,11}$

### Nosivost bruto preseka na smicanje

$$V_{Rd,9} = A_{b,v} \frac{f_{ybw}/\sqrt{3}}{\gamma_{m0}}$$

$A_{b,v}$  površina smicanja nosača

### Nosivost neto preseka na smicanje

$$V_{Rd,10} = A_{b,v,net} \frac{f_{ubw}/\sqrt{3}}{\gamma_{m2}}$$

$$A_{b,v,net} = A_{b,v} - n_1 d_0 t_{bw}$$

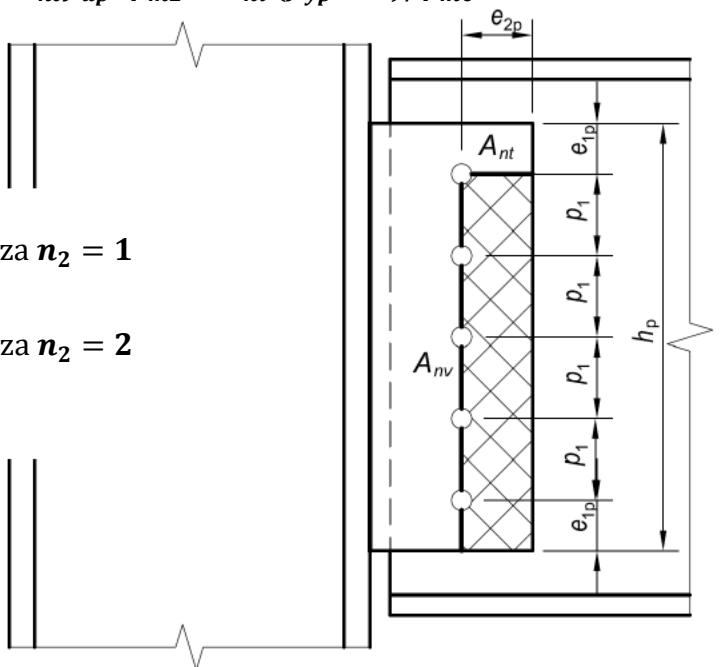
### Nosivost na cepanje bloka

$$V_{Rd,11} = V_{eff,2,Rd} = 0.5 A_{nt} f_{up}/\gamma_{m2} + A_{nv} (f_{yp}/\sqrt{3})/\gamma_{m0}$$

$$A_{nt} = t_p \left( e_{2p} - \frac{d_0}{2} \right) \quad \text{za } n_2 = 1$$

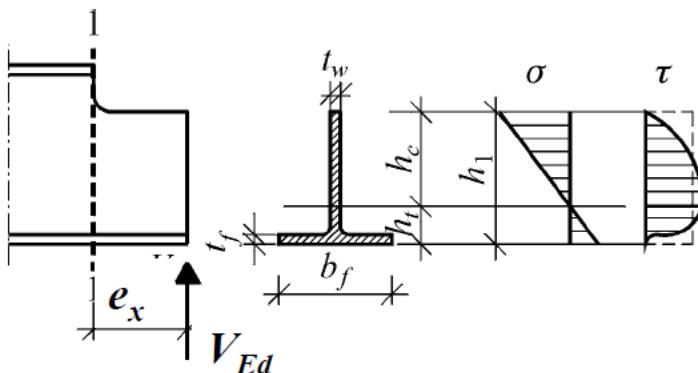
$$A_{nt} = t_p \left( p_2 + e_{2p} - \frac{3d_0}{2} \right) \quad \text{za } n_2 = 2$$

$$A_{nv} = t_p (h_p - e_1 - (n_1 - 0.5)d_0)$$

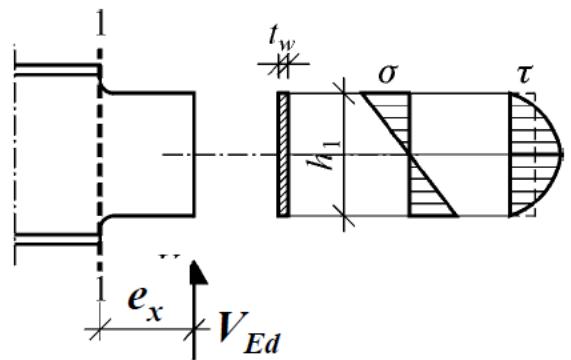


## Kontrola oslabljenog preseka u slučaju zasecanja nožice

Jednostrano zasecanje



Dvostrano zasecanje



$$V_{Ed} \leq V_{Rd}$$

$$M_{Ed} = V_{Ed}e_x \leq M_{c,Rd}$$

### Preporuke za dimenzionisanje veze

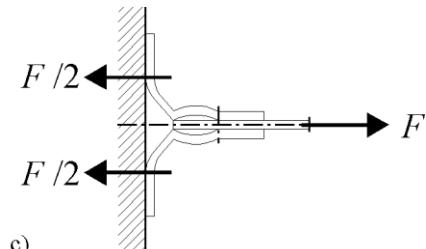
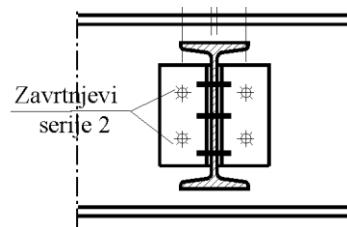
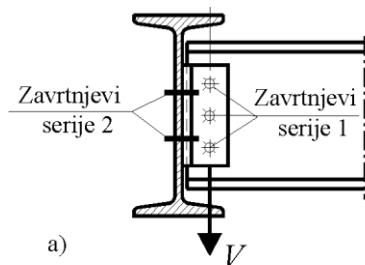
- Pri projektovanju je neophodno da se definiše broj zavrtnjeva ( $n$ ) i dimenzije priključnog lima ( $h_p$ ,  $t_p$  i  $b_p$ );
- Potreban broj zavrtnjeva može da se odredi iz uslova nosivosti na smicanje ( $V_{Rd,1}$ );
- Potom se oblikuje veza i definišu sva rastojanja izmedju zavrtnjeva ( $e_1, p_1, \dots$ ) i proverava nosivost na pritisak po omotaču rupe ( $V_{Rd,2}, V_{Rd,3}$ ) na osnovu koje se može dobiti potrebna debљina priključnog lima ( $t_p$ )!
- Visina priključnog lima se određuje na osnovu minimalnih rastojanja izmedju zavrtnjeva i nosivosti priključnog lima na smicanje ( $V_{Rd,4}$  i  $V_{Rd,5}$ );
- Potom se proveravaju ostale nosivosti!
- Konstruisanjem priključnog lima može se postići da njegova nosivost na savijanje ( $V_{Rd,7}$ ) i izbočavanje nisu merodavne ( $V_{Rd,8}$ )

### 40. Proračun i konstruisanje zglobnih veza sa priključnim ugaonimima

Ovakve veze su slike vezama sa priključnim limom, s tim što ulogu priključnog lima preuzimaju dva prikljucna ugaonika. Vezivanje ugaonika za prikljucnu površinu ostvaruje se zavrtnjevinama.

Obrtanje oslonackog preseka zglobno oslonjenog nosaca sistema proste grede izaziva i obrtanje veze. To se vrsi na racun deformacije gornjeg dela ugaonika, vrata zavrtnjeva izlozenih cupanju i prikljucne povrsine, ukoliko ona nije kruta.

Razlikuju se dve serije zavrtnjeva. Zavrtnjevi za vezu rebra nosaca sa priključnim ugaonikom nazivaju se zavrtnjevi serije 1, a zavrtnjevi kojima se ostvaruje veza ugaonika sa prikljucnom površinom, zavrtnjevi serije 2.



Elementi veze koji učestvuju u prenošenju opterećenja su:

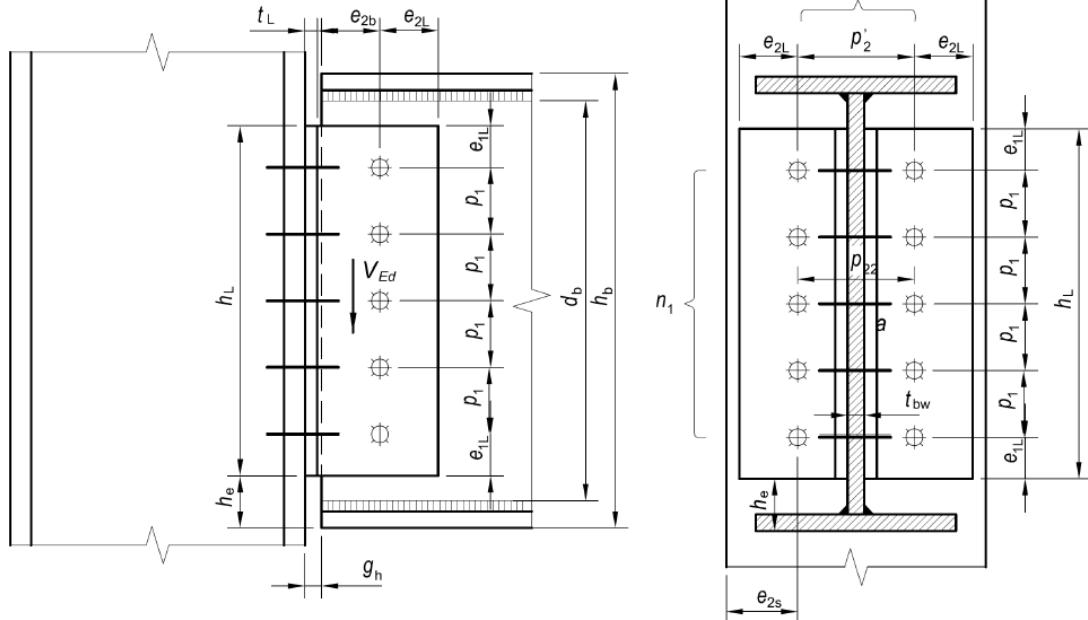
1. **Zavrtnjevi serije 1** (kao kod priključnog lima);
2. **Zavrtnjevi serije 2** (kao kod čeone ploče);
3. **Priklučni ugaonici** (jednakokraki ili raznokraki);
4. **Rebro grede** (kao kod priključnog lima);

$$V_{Rd} = \min_{i=1}^{16} V_{Rd,i}$$

### Veza sa priključnim ugaonicima – označavanje

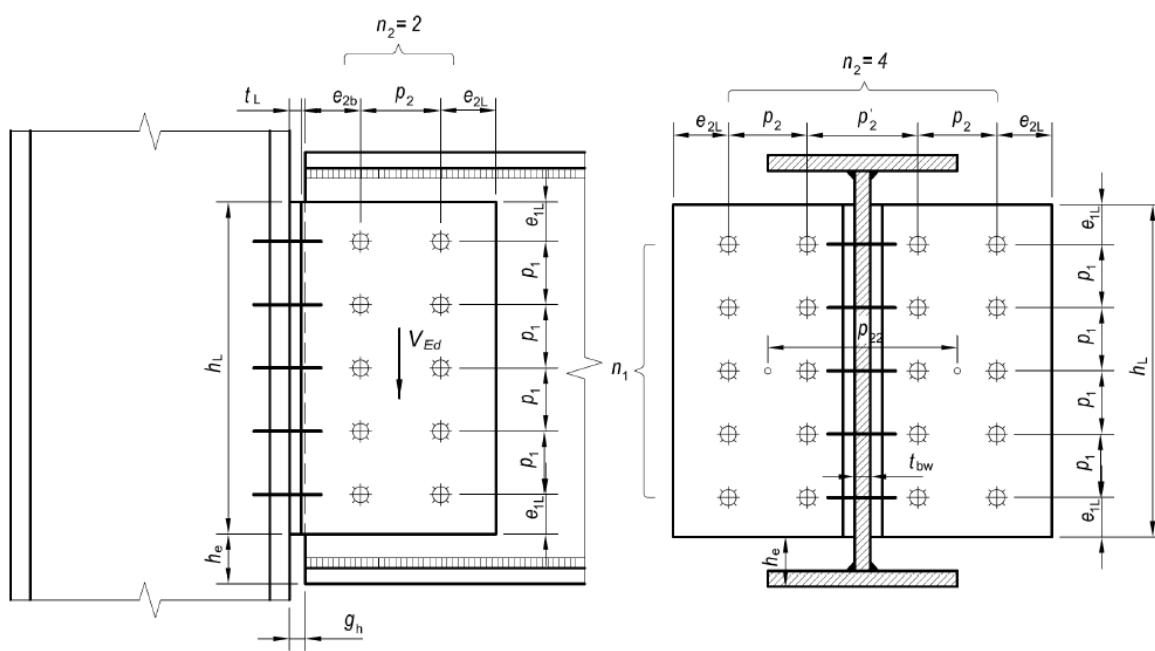
Jedan red zavrtnjeva serije 1 ( $n_2 = 1$ )

Dva reda zavrtnjeva serije 2 ( $n_2 = 2$ )



Dva reda zavrtnjeva serije 1 ( $n_2 = 2$ )

Četiri reda zavrtnjeva serije 2 ( $n_2 = 4$ )



**1. Nosivost zavrtnjeva serije 1** Kao kod veze sa priključnim limom:

1. Nosivost zavrtnjeva na smicanje –  $V_{Rd,1}$  (dvosečni!);
2. Nosivost ugaonika na pritisak po omotaču rupe -  $V_{Rd,2}$  (dvostruka debljina lima  $2t_L$ );  
Uglavnom nije merodavna!
3. Nosivost rebra grede na pritisak po omotaču rupe -  $V_{Rd,3}$ ;

**2. Nosivost zavrtnjeva serije 2** U potpunosti kao kod veze sa čeonom pločom:

1. Nosivost zavrtnjeva na smicanje -  $V_{Rd,4}$  (jednosečni);
2. Nosivost ugaonika na pritisak po omotaču rupe -  $V_{Rd,5}$ ;
3. Nosivost oslonačkog lima na pritisak po omotaču rupe -  $V_{Rd,6}$ ;

**3. Nosivost priključnih ugaonika**

1. Nosivost bruto preseka na smicanje -  $V_{Rd,7}$  (kao kod veze sa priključnim limom - dvostruka debljina lima  $2t_L$ );
2. Nosivost neto preseka na smicanje -  $V_{Rd,8}$  (kao kod veze sa priključnim limom - dvostruka debljina lima  $2t_L$ );
3. Nosivost na cepanje bloka -  $V_{Rd,9}$  (kao kod veze sa priključnim limom - dvostruka debljina lima  $2t_L$ );
4. Nosivost na savijanje kraka ugaonika kod zavrtnjeva serije 1 -  $V_{Rd,10}$  (kao kod veze sa priključnim limom - dvostruka debljina lima  $2t_L$ );
5. Nosivost na izbočavanje  $V_{Rd,11}$  (kao kod veze sa priključnim limom - dvostruka debljina lima  $2t_L$ );
6. Nosivost na savijanje kraka ugaonika kod zavrtnjeva serije 2 -  $V_{Rd,12}$  (kao kod čeone ploče);
7. Nosivost na cepanje bloka kraka ugaonika, kod zavrtnjeva serije 2 -  $V_{Rd,13}$  (kao kod veze sa čeonom pločom);

Pravilnim izborom ugaonika može se postići da su svi kriterijumi nosivosti ugaonika zadovoljeni, odnosno nisu merodavni! Debljina ugaonika  $t_L$  se usvaja u zavisnosti od debljine rebra grede  $t_{bw}$  koja se spaja i prečnika zavrtnjeva.

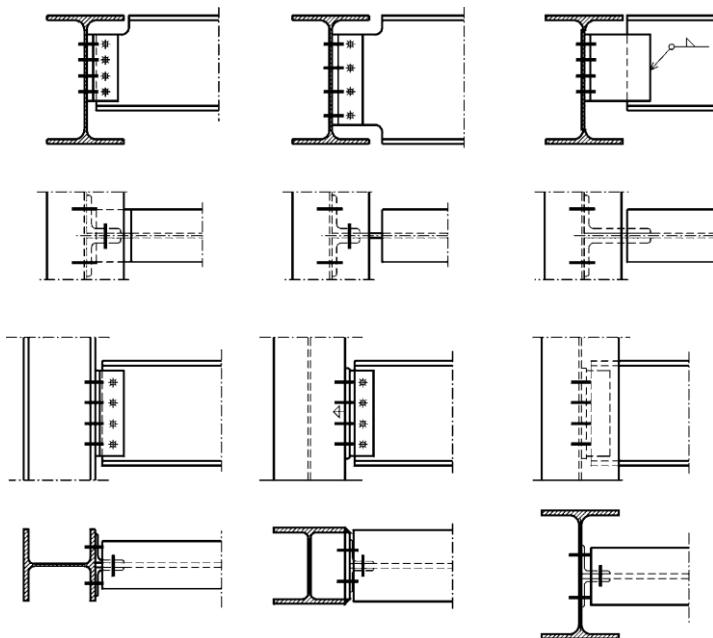
**4. Nosivost rebra grede** Identično kao kod veze sa priključnim limom:

1. Nosivost bruto preseka na smicanje -  $V_{Rd,14}$ ;
2. Nosivost neto preseka na smicanje -  $V_{Rd,15}$ ;
3. Nosivost na cepanje bloka –  $V_{Rd,16}$

**Preporuke za dimenzionisanje veze**

- Kod zavrtnjeva serije 1 najčešće je merodavan pritisak po omotaču rupe rebra nosača  $V_{Rd,3}$  na osnovu koga se može odrediti potreban broj zavrtnjeva;
- Broj zavrtnjeva serije 2 je dvostruko veći od zavrtnjeva serije 1, pa uslovi njihove nosivosti ( $V_{Rd,4}$ ,  $V_{Rd,5}$  i  $V_{Rd,6}$ ) uglavnom nisu kritični;
- Dimenzijski priključni ugaonici se usvajaju u zavisnosti od prečnika zavrtnjeva i debljine rebara grede;
- Zbog dvostrukog debljina lima, nosivosti kraka ugaonika za vezu zavrtnjeva serije 1 ( $V_{Rd,7}$  do  $V_{Rd,11}$ ) uglavnom nisu merodavne!
- Preostali uslovi moraju da se provere!
- Ako je geometrija ista (isti broj i raspored zavrtnjeva) nosivost na cepanje bloka smicanjem ( $V_{Rd,9}$ ) je ista za krak ugaonika na rebru nosača i na oslonačkom limu, pa se ne mora posebno proveravati!

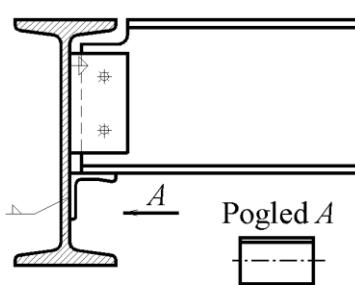
## Karakteristični primeri primene



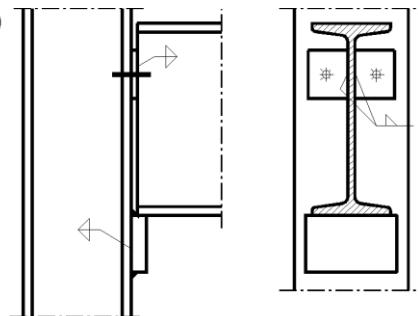
### 41. Proračun i konstruisanje zglobnih veza sa stolicom

Ovo resenje je posebno pogodno za laku montazu nosaca. Kao stolica se najcesce koristi ugaonik ili lim (velike debljine) preko kojeg se direktnim kontaktom prenosi reakcija nosaca. Veza rebra sa prikljucnim limom ima za cilj samo da spreci skliznuće ili bocno preturanje nosaca. Kako reakcija nosaca deluje negde na kraku ugaonika, javlja se ekscentritet, pa dolazi do pojave torzionog momenta u podvlaci. Stoga, podvlaka mora da bude oblikovana kao torziono kruta da bi prihvatala moment torzije, ili se pak predvidjaju druge kontstuktivne mere da bi se sprecilo njeno uvijanje.

a)



b)



#### Zavarena veza stolice od L profila

Za proracun veza kod kojih se, umesto zavrtnjeva, ugaonik vezuje za prikljucnu povrsinu zavarivanje pomocu ugaonih savova vazi sledeca prepostavka:

- Vertikalni savovi prenose citavu smicucu silu  $V$ , a da se moment ekscentriciteta prenosi pomocu horizontalnih stavova, pa treba pokazati da je :

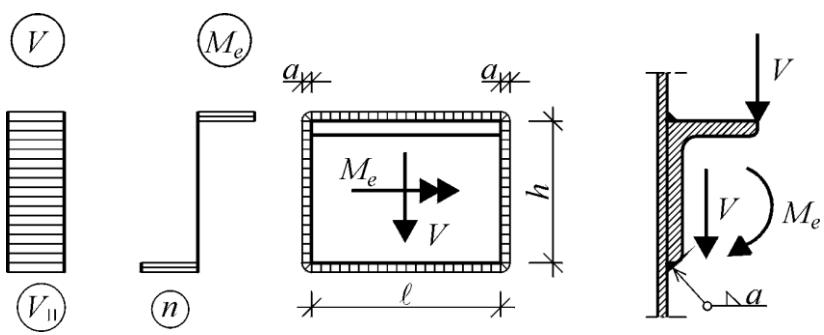
Vertikalni savovi:

$$\tau_{II} = V_{Ed}/2ah \leq f_{vw,d}$$

Horizontalni savovi:  $M_{Ed} = V_{Ed}e$

$$\sigma_w = \frac{M_{Ed}/h}{al} \quad \sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \frac{M_{Ed}/h}{\sqrt{2}al}$$

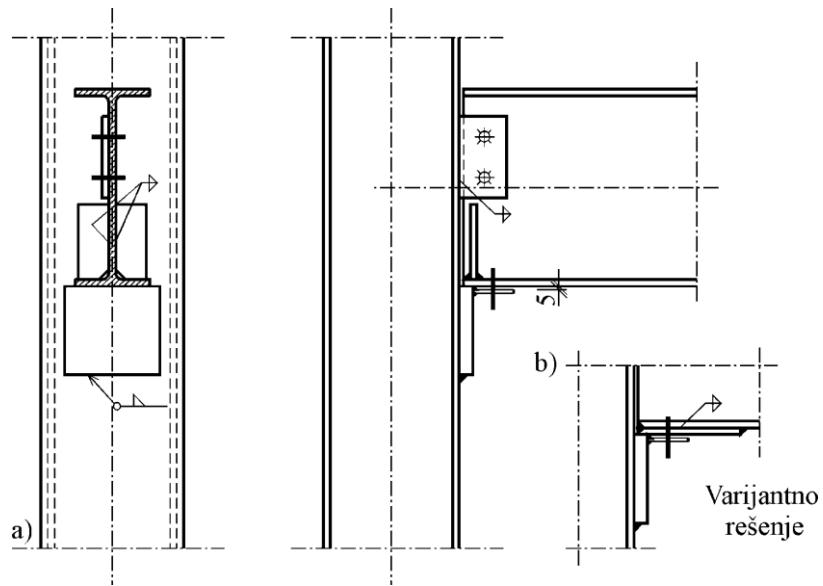
$$\sigma_u = \sqrt{2} \frac{M_{Ed}/h}{al} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_m 2}$$



Ako se raspolaze dovoljnom visinom, na primer kod veza nosaca sa stubom, veze mogu da se izvedu pomocu stolice u vidu pljosteg celicnog lima. Povoljnost ovakvih veza je sto se precizno moze definisati položaj rezultante V. I kod ovakvih veza neophodno je da se izvrsi vezivanje rebra nosaca za prikljucnu povrsinu, u cilju sprecavanja skliznuca ili bocnog preturanja nosaca. Ovo moze da se ostvari pomocu prikljucnog lima ili ceone ploce.

Pri proracunu ovakvih veza treba voditi racuna o unosenju sile u rebro nosaca. Ukoliko rebro nije sposobno da prihvati reakciju, potrebno je predvideti ukrucenja (slika a) ili ojacati oslonacku nozicu (slika b).

Kada se dimenzionise ovakva veza potrebno je da se obezbedi pravilno unosenje sile u rebro nosaca i da se proveri veza stolice sa priljucnom povrsinom. Unosenje sile u rebro nosaca ostvaruje se na razlicite nacine, u zavisnosti od toga da li je postavljeno ukrucenje ili ne.



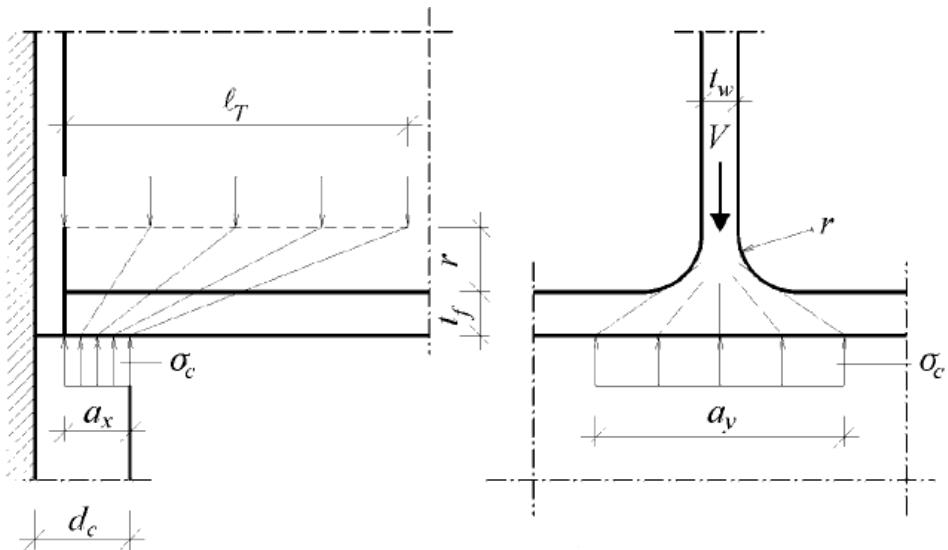
### Slučaj bez ukrucenja

Prepostavlja se da je pritisak na kontaktnoj povrsini ravnometno rasporedjen, odnosno  $\sigma_D = \text{const}$ . Dimenziije kontaktne povrsine se određuju na sledeći nacin:

$$a_x \leq 1.25(t_f + r)$$

$$a_y = t_w + 1.46r + 3.46t_f$$

$$A = a_x a_y$$



Kontrola kontaktnog napona pritiska:

$$\sigma_{c,ED} = \frac{V_{Ed}}{A} \leq \sigma_{c,D}$$

$$\sigma_{c,D} \approx f_{h,Rd} = 2.5f_y/\gamma_m 6$$

$$\gamma_m 6 = 1.0$$

Tok sila pri njihovom prelasku sa kontaktne povrsine u rebro nosaca je linearan. Minimalna sirina rebra  $l_T$  na kojoj se vrsi unosenje sile iznosi:

$$l_T = a_x + 2.5(t_f + r) \leq 3.75(t_f + r)$$

**Efektivna površina rebra:**

$$A_{w,eff} = l_T t_w$$

**Vitkost rebra:**

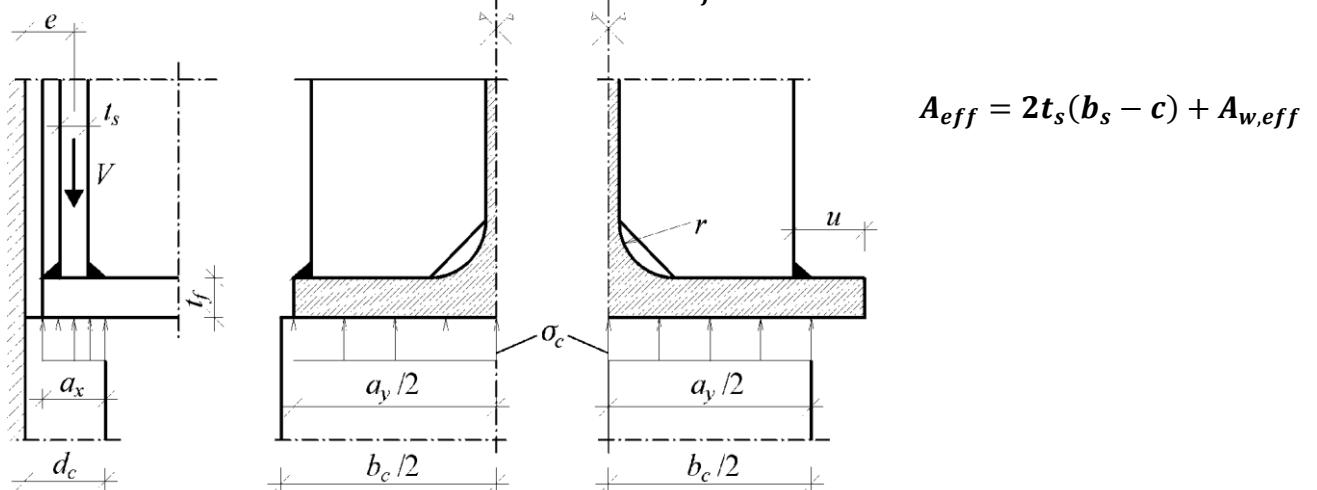
$$\lambda = \frac{l_i}{i_{min}} = \frac{0.75h}{0.289t_w} = \frac{2.595h}{t_w} \rightarrow \chi \text{ (kriva C)}$$

**Kontrola nosivosti rebra na izvijanje:**

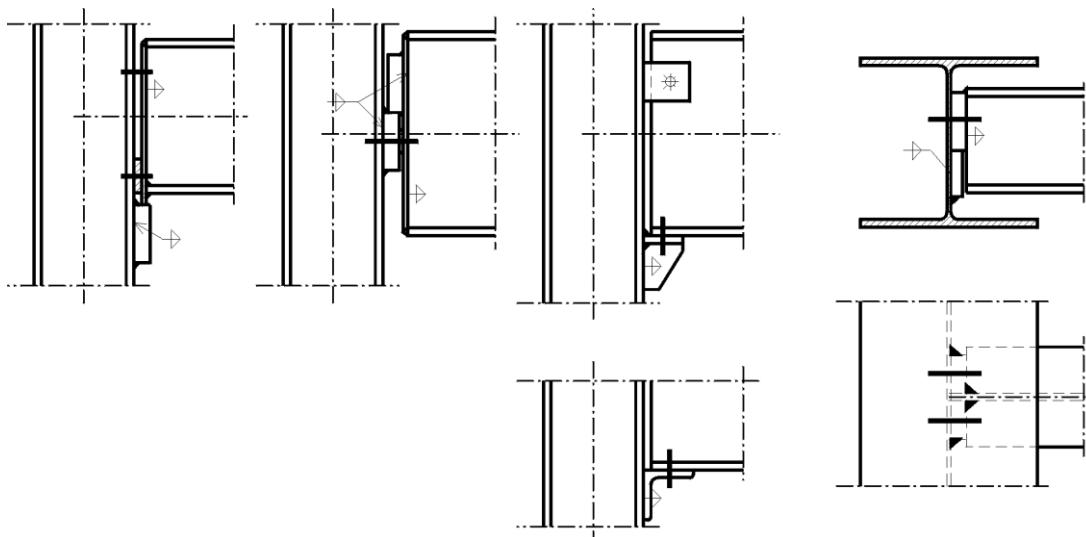
$$V_{Ed} \leq V_{Rd} = \frac{\chi A_{w,eff} f_y}{\gamma_{m1}}$$

Kod reakcija veceg intenziteta neophodno je da se postave ukrucenja za prijem oslonacke reakcije i njeno ravnomerno unosenje u rebro nosaca, tj ukoliko uslov stabilnosti rebra nije zadovoljen, potrebno je predvideti oslonacka ukrucenja u vidu vertikalnih limova

Po.vrsina ukrucenja ulazi u efektivnu povrsinu, a povecava se i poluprecnik inercije idealizovanog stapa upravno na ravan rebra,tj. kontaktna povrsina je u ovom slucaju znatno veza, jer nema ogranicenja u pogledu sirine i duzine krutog oslanjanja. Sirina oslonca  $a_x$  je jednaka duzini dodira stolice i nosaca (bez ogranicenja), dok dizina krutog oslonca  $a_y$  jednaka sirini nozice nosaca  $b_f$ , ako je sirina stolice veca od sirine nosaca, odnosno  $b_f - 2u$ , ako je nozica prepustena.



**Primeri zglobnih veza ostvarenih pomoću stolice**



## Momentne veze

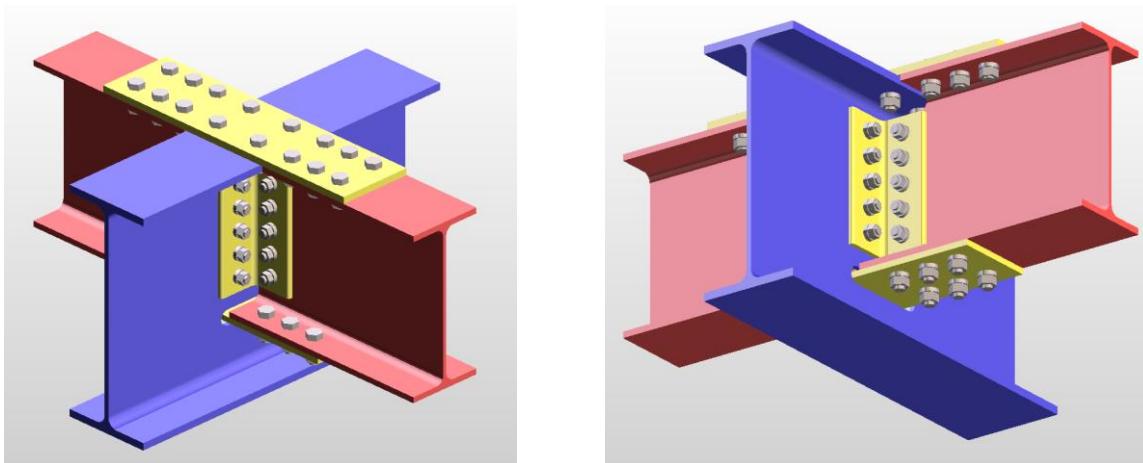
### Karakteristike momentnih veza

- Sposobne su da prenesu i momente savijanja;
- U ovu kategoriju spadaju: **krute i polu-krute**, odnosno **potpuno** ili **delimično nosive** veze;
- Mogu da budu izmedju dva nosača (roštiljni sistem), ili izmedju nosača i stuba (okvirni sistem);
- Obezbedjuju bolju preraspodelu momenata savijanja, manja naprezanja i manje deformacije (ugibe);
- Za prenošenje momenata savijanja potrebno je predvideti posebne konstrukcijske elemente, pa momentne veze zahtevaju veći utrošak čelika od zglobovih, a i izrada je nešto složenija;
- Sistemi sa momentnim vezama (statički neodredjenih nosači) su osjetljivi na neravnomerno sleganje oslonaca;

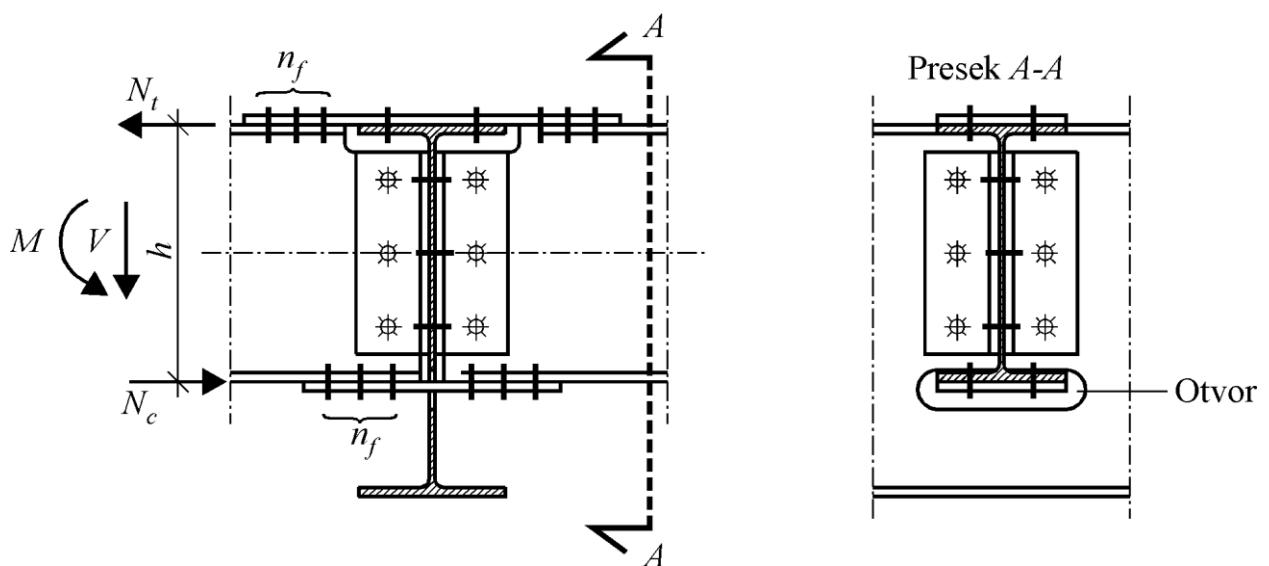
### Podjela momentnih veza prema načinu oblikovanja

- **Veze sa kontinuitet lamelom** (npr. veze podužnih i poprečnih nosača kod železničkih mostova)
- **Veze sa čeonom pločom** (npr. veze izmedju greda i stubova okvirnih nosača, ...)
- **Veze u kompletno zavarenoj izradi** (npr. veze izmedju greda i stubova okvirnih nosača, ...)
- **Veze sa veznim ugaonicima na nožicama** (npr. veze izmedju greda i stubova okvirnih nosača)

### 42. Proračun i konstruisanje momentnih veza sa kontinuitet lamelom



### Veze sa kontinuitet lamelom



## Proračun veze sa kontinuitet lamelnom

Kod momentnih veza je potrebno obezbediti prenošenje momenta savijanja ( $M_{Ed}$ ) i transverzalnih sila ( $V_{1,Ed}$  i  $V_{2,Ed}$ );

Osnovni koraci pri proračunu su:

- Kontrola nosivosti oslabljenog preseka,
- Proračun kontinuitet lamele i njene veze sa nožicom nosača (prenošenje momenta savijanja  $M_{Ed}$ );
- Proračun veze rebra nosača (prenošenje transverzalnih sila  $V_{1,Ed}$  i  $V_{2,Ed}$ )

## Kontrola nosivosti oslabljenog preseka

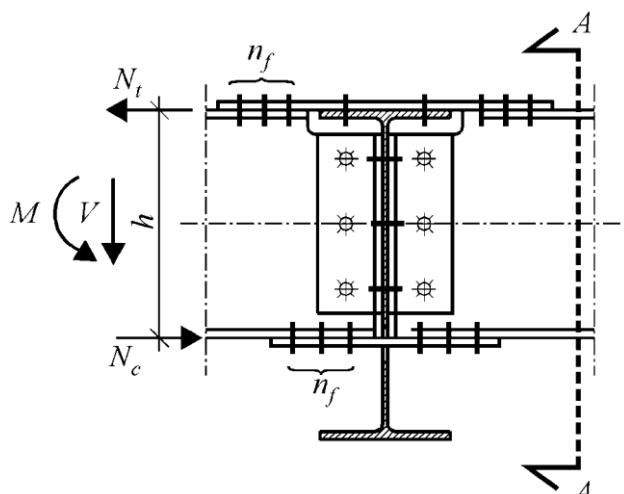
Kontrola normalnih napona:

$$M_{Ed} \leq M_{u,net,Rd}$$

$M_{Ed}$  proračunski vrednost momenta na mestu veze

$M_{u,net,Rd}$  proračunski moment nosivosti oslabljenog preseka na mestu rupa za zavrtnjeve

## Proračun kontinuitet lamele



Moment savijanja  $M_{Ed}$  se deli na spreg sile (zatezanje  $N_{t,Ed}$  i pritisak  $N_{c,Ed}$ );

Krak sile jednak je visini nosača ( $z = h$ );

Gornja, zategnuta kontinuitet lamela dimenzioniše se prema neto preseku:

$$N_{p,Rd} = \min(A_p \frac{f_y}{\gamma_m 0}; 0.9 A_{p,net} \frac{f_u}{\gamma_m 2})$$

$$N_{t,Ed} = -N_{c,Ed} = \frac{M_{Ed}}{z}$$

$$\frac{|N_{t,Ed}|}{N_{p,Rd}} \leq 1$$

## Potrebna debljina kontinuitet lamele

$$t_p \geq \frac{N_{t,Ed} \gamma_m 2}{0.9 f_u (b_p - n_{f,1} d_{0,f})} \quad \text{ali} \quad t_p \geq \frac{N_{t,Ed} \gamma_m 0}{f_y b_p}$$

$b_p$  širina kontinuitet lamele

$d_{0,f}$  prečnik rupe za zavrtanje

$n_{f,1}$  broj zavrtnjeva u jednom redu

## Proračun veze kontinuitet lamele sa nožicom nosača

Veza se po pravilu ostvaruje pomoću zavrtnjeva (običnih ili visokovrednih, prednapregnutih) Potreban broj zavrtnjeva se određuje na osnovu sile zatezanja  $N_{t,Ed}$ :

$$n_f \geq \frac{N_{t,Ed}}{F_{Rd}} \quad F_{Rd} = \min(F_{V,Rd}; \min F_{b,Rd})$$

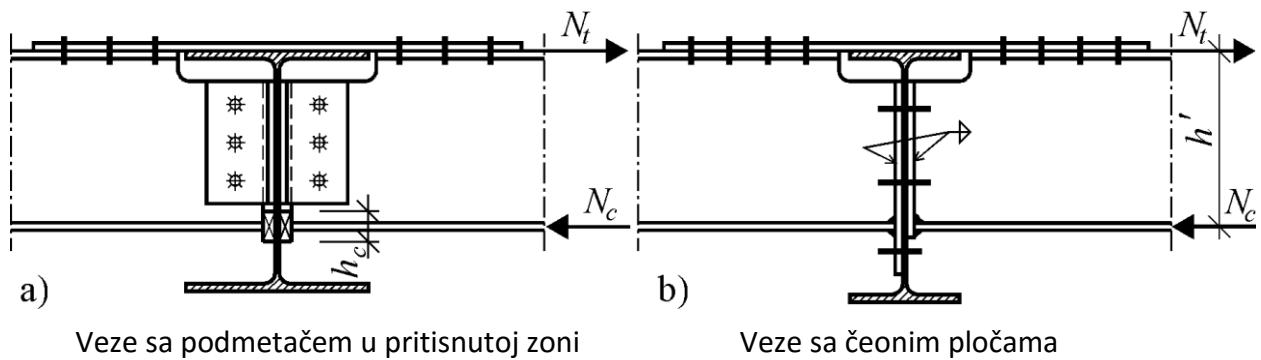
$F_{Rd}$  minimalna nosivost zavrtnja u smičućem spoju (smicanje zavrtnja, pritisak po omotaču rupe nožice i kontinuitet lamele)

## Prenošenje sile pritiska u zoni donje nožice

Može da se ostvari na više načina:

1. Isto kao u slučaju zategnute nožice pomoću kontinuitet lamele i zavrtnjeva; U ovom slučaju neophodno je da se predviđi otvor u rebru poprečnog (primarnog) nosača (mostogradjanja);
2. Direktnim kontaktom preko podmetača od ravnog lima (zgradarstvo);
3. Pomoću stolice;

## Krute veze sa kontinuitet lamelama u zgradarstvu



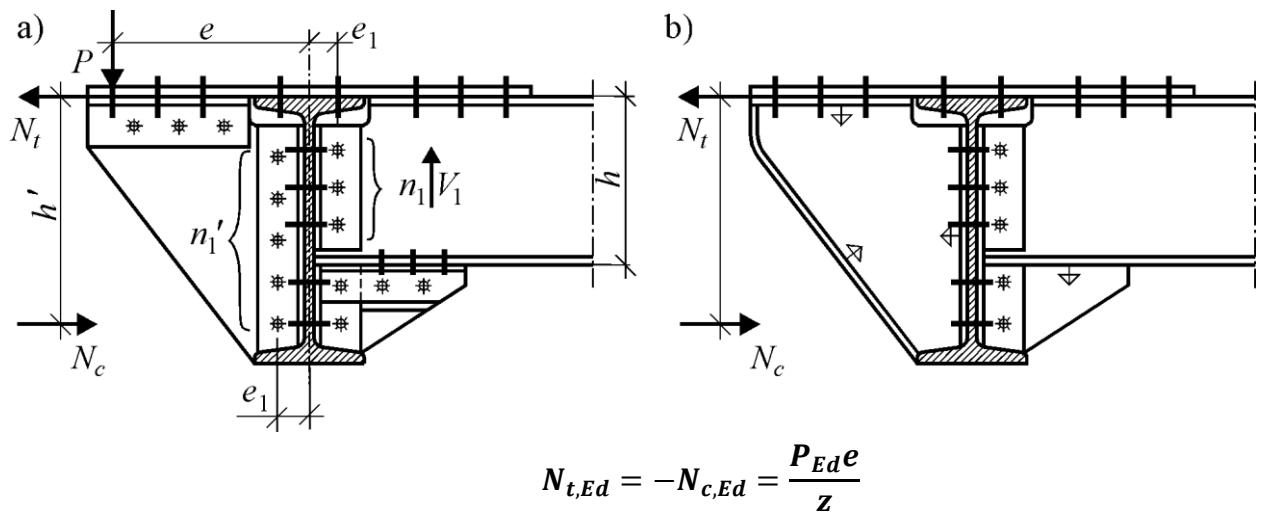
## Prenošenje smičuće sile

Smičuća sila se prenosi rebrrom nosača;

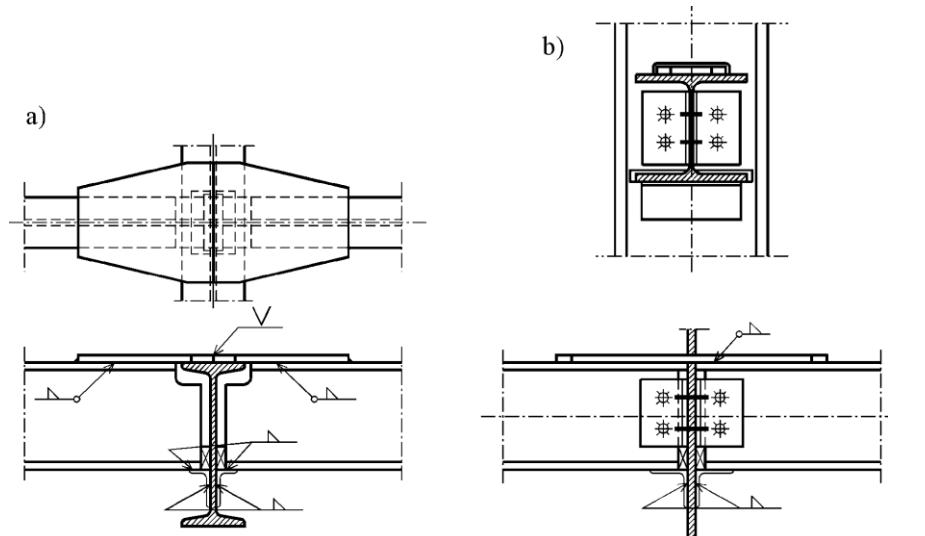
Prenos sile smicanja može da se ostvari na dva načina:

- Pomoću priključnih ugaonika i zavrtnjeva **serije 1** i **serije 2**. Proračun u potpunosti kao kod zglobne veze sa priključnim ugaonicima ( $V_{Ed}$ ;  $M_{Ed} = V_{Ed}e$ );
- Pomoću čone ploče i zavrtnjeva. Proračun u potpunosti kao kod zglobne veze sa čeonom pločom ( $V_{Ed}$ );

## Veza konzolnog završetka podužnog nosača

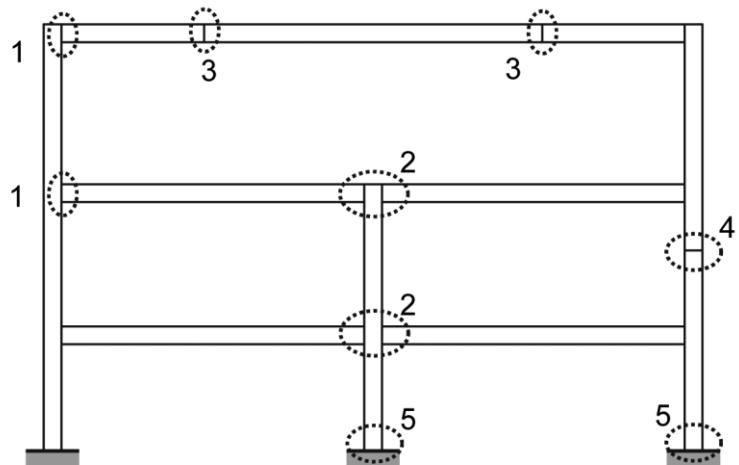


## Primeri kontinuiranja nosača u zgradarstvu, pomoću zavarenih kontinuitet lamela



## Momentne veze greda-stub

### Različiti položaji i konfiguracije veza

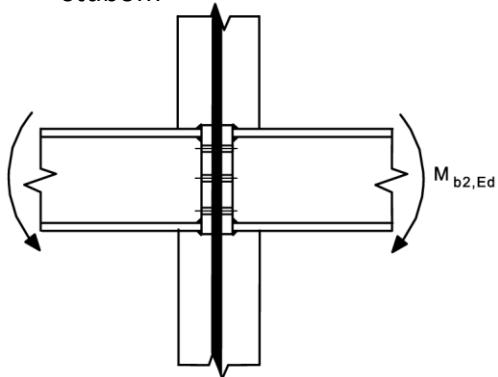


### Oko jače ose inercije

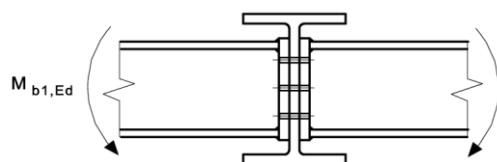
- 1 Jednostrana veza greda-stub
- 2 Dvostrana veza greda-stub
- 3 Nastavak grede
- 4 Nastavak stuba
- 5 Stopa stuba

Na ukrstanju sa:

stubom



gredom



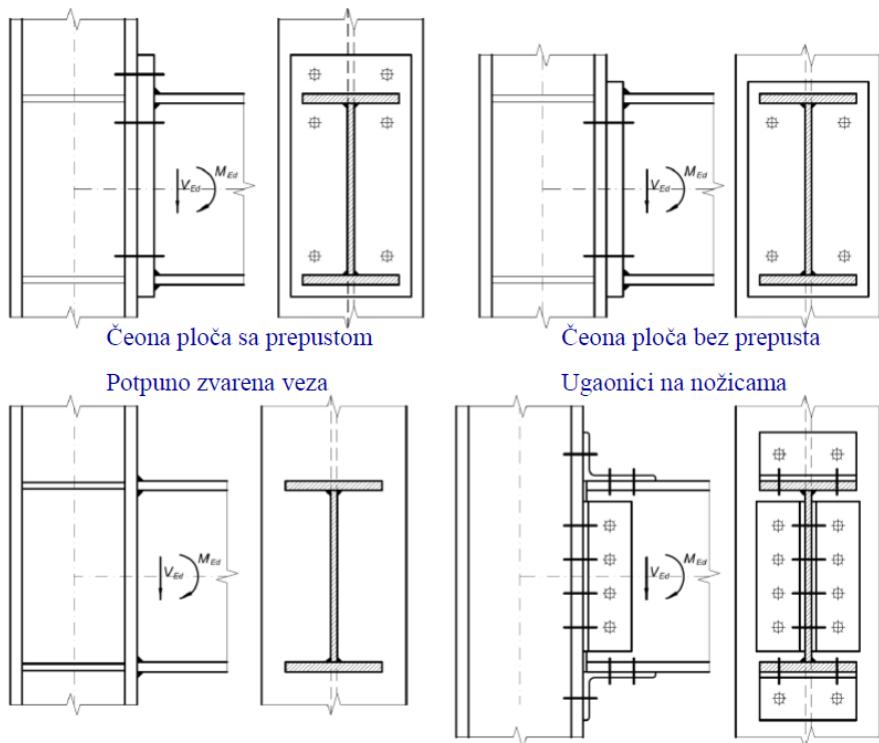
### Oko slabije ose inercije

### Tipovi momentnih veza prema EC3

Obuhvaćeni su sledeći tipovi veza:

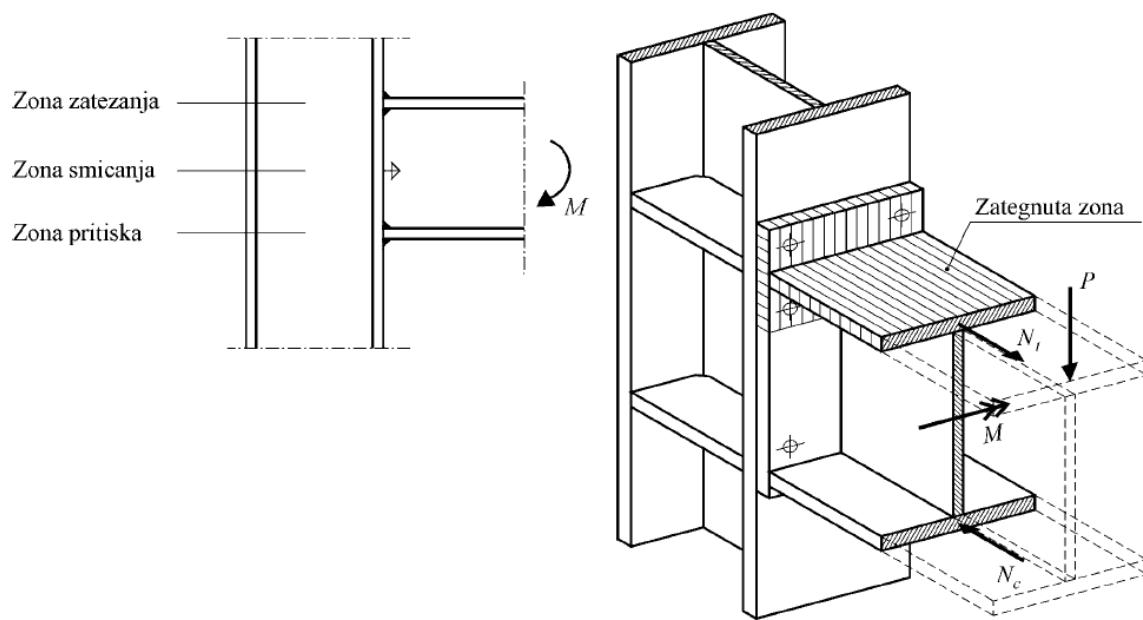
- Veza sa čeonom pločom (sa prepustom i bez prepusta),
- Veza u kompletno zavarenoj izradi,
- Veza sa ugaonicima na nožicama.

### Momentne veze greda-stub



### 43. Zone naprezanja, potencijalni vidovi loma i komponente veze kod momentnih veza greda-stub

#### Zone naprezanja kod momentnih veza greda-stub



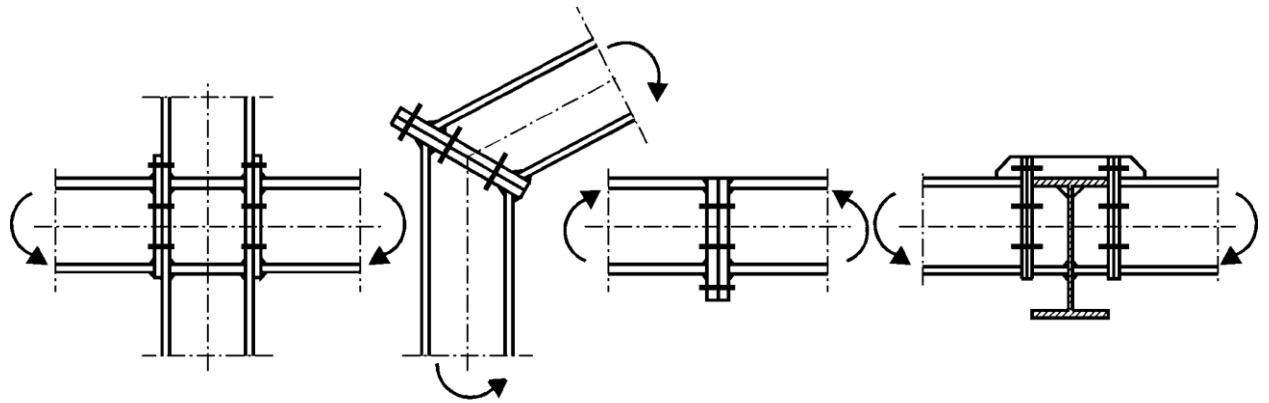
#### Komponente veze

- Evrokod razlikuje 20 komponenata koje učestvuju u prenošenju opterećenja kod različitih veza greda-stub.
- Različiti tipovi veza sadrže različite komponente!
- Nosivost odredjene zone naprezanja se određuje kao nosivost najslabije komponente u toj zoni.
- **Nosivost šavova ne sme da predstavljaju najslabiju komponentu u zoni naprezanja**, to jest moment nosivosti veze  $M_{j,Rd}$  treba da bude ograničen nosivošću drugih komponenata!

#### Najznačajnije osnovne komponente veza

Komponenta		
1	Smičuće polje rebra stuba	
2	Rebro stuba opterećeno poprečnim pritiskom	
3	Rebro stuba opterećeno poprečnim zatezanjem	
4	Nožica stuba opterećena savijanjem	
5	Čeona ploča opterećena savijanjem	
6	Ugaonik na nožici opterećen savijanjem	
Komponenta		
7	Nožica i rebro greda ili stuba opterećeni pritiskom	
8	Rebro grede opterećeno zatezanjem	
9	Ravan lim opterećen zatezanjem ili pritiskom	
10	Zavrtnjevi opterećeni na zatezanje	
11	Zavrtnjevi opterećeni na smicanje	
12	Zavrtnjevi opterećeni na pritisak po omotaču rupe (na nožici grede ili stuba, na čeonoj ploči ili ugaoniku)	

## Momentne veze sa čeonom pločom



Najčešće se koriste za :

- Veze greda-stub kod okvirnih nosača;
- Montažne nastavke nosača;
- Kontinuiranje sekundarnih nosača kod roštiljnih konstrukcija;

## Proračun nosivosti veza sa čeonom pločom

- Na mestu veze deluju moment savijanja  $M_{Ed}$  i smičuća sila  $V_{Ed}$ ;
- Momenat savijanja  $M_{Ed}$  se deli na spreg sila: pritiska  $N_{c,Ed}$  i zatezanja  $N_{t,Ed}$ ,

$$N_{t,Ed} = -N_{c,Ed} = \frac{M_{Ed}}{z}$$

- Silu zatezanja i pritiska prenose odgovarajuće komponente veze u zoni zatezanja  $F_{t,Rd}$  odnosno pritiska  $F_{c,Rd}$ ;
- Smičuću silu  $V_{Ed}$  prenose zavrtnjevi;

### Prenošenje sile smicanja $V_{Ed}$

Može se pretpostaviti da zavrtnjevi u zoni zatezanja imaju punu nosivost na zatezanje (nema redukcije usled interakcije zatezanja i smicanja) ako proračunska vrednost sile smicanja nije veća od:

- nosivosti zavrtnjeva koji ne učestvuju u prenošenju sile zatezanja na smicanje:

$$\sum_{com} F_{V,Rd} \geq V_{Ed}$$

- 0,4/1,4 puta nosivost svih zavrtnjeva na smicanje:

$$\frac{0.4}{1.4} \sum_{tot} F_{V,Rd} \geq V_{Ed}$$

U suprotnom neophodno je da se svi zavrtnjevi provere na kombinovano dejstvo zatezanja i smicanja:

$$\frac{F_{V,Ed}}{F_{V,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1.4F_{t,Rd}} \leq 1$$

## Potencijalni oblici loma veza sa čeonom pločom usled momenta savijanja

### Zona zatezanja:

- plastifikacija rebra stuba usled zatezanja,
- plastifikacija nožice stuba usled savijanja,
- plastifikacija čeone ploče usled savijanja,
- lom zavrtnjeva zatezanjem,
- plastifikacija rebra grede u zoni zatezanja,
- lom šavova.

### Zona pritiska:

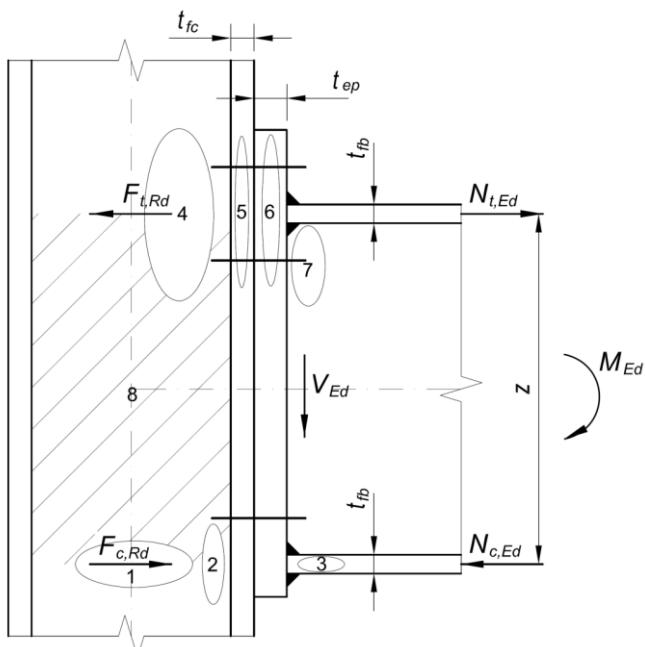
- gnječenje i izbočavanje rebra stuba,
- pritisak u nožici grede.

### Zona smicanja:

- smicanje rebra stuba (panelni mehanizam loma).

## 44. Proračun momentne veze greda-stub sa čeonom pločom sa prepustom

### Komponente veze - čeona ploča sa prepustom



### Zona pritiska:

1. Nosivost rebra stuba na izbočavanje;
2. Nosivost rebra stuba na gnječenje;
3. Nosivost nožice grede na pritisak;

### Zona zatezanja:

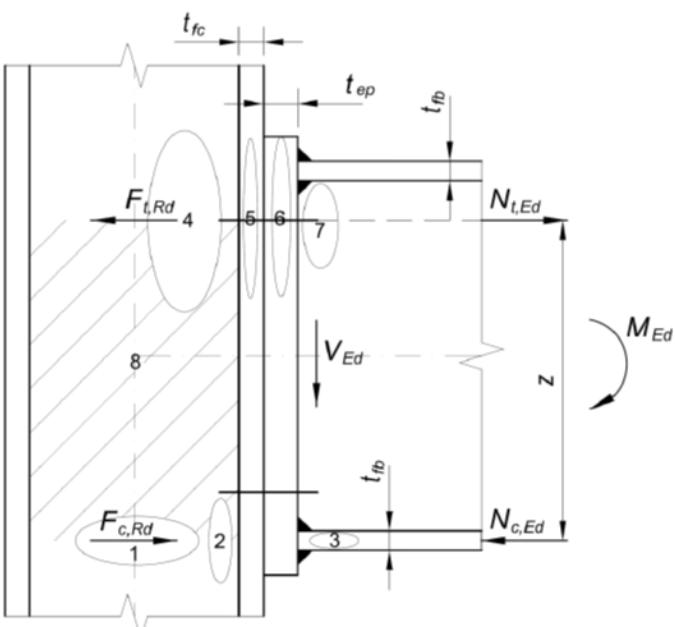
4. Nosivost rebra stuba na zatezanje;
5. Nosivost nožice stuba na savijanje i zavrtnjeva na zatezanje (T-element);
6. Nosivost čeone ploče na savijanje i zavrtnjeva na zatezanje (T-element);
7. Nosivost rebra grede na zatezanje;

### Zona smicanja:

8. Nosivost smičućeg polja rebra stuba

$$F_{c,Rd} = \min^3 F_{c,Rd,i} \quad F_{t,Rd} = \min^7 F_{t,Rd,i}$$

## 45. Proračun momentne veze greda-stub sa čeonom pločom bez prepusta



### Zona pritiska:

1. Nosivost rebra stuba na izbočavanje;
2. Nosivost rebra stuba na gnječenje;
3. Nosivost nožice grede na pritisak;

### Zona zatezanja:

4. Nosivost rebra stuba na zatezanje;
5. Nosivost nožice stuba na savijanje i zavrtnjeva na zatezanje (T-element);
6. Nosivost čeone ploče na savijanje i zavrtnjeva na zatezanje (T-element);
7. Nosivost rebra grede na zatezanje;

### Zona smicanja:

8. Nosivost smičućeg polja rebra stuba;

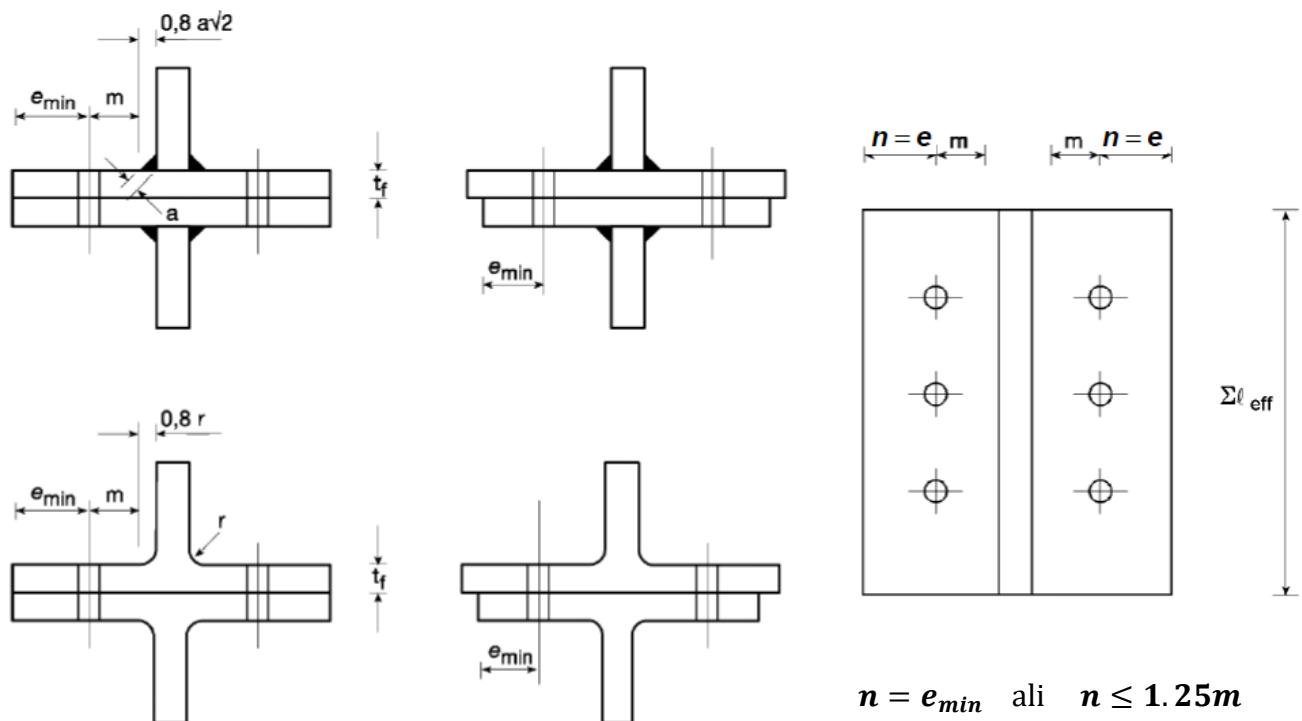
$$F_{c,Rd} = \min^3 F_{c,Rd,i} \quad F_{t,Rd} = \min^7 F_{t,Rd,i}$$

## 46. Ekvivalentni zategnuti T-element (modeli loma, efektivne dužine, nosivost)

### Ekvivalentni zategnuti T-element

- Pomoću ekvivalentnog zategnutog T-elementa se proračunava nosivost sledećih komponenata veze u zoni zatezanja:
  - Nosivost nožice stuba na savijanje i nosivost zavrtnjeva na zatezanje;
  - Nosivost čeone ploče na savijanje i nosivost zavrtnjeva na zatezanje;
- U slučaju rebra stuba sa ukrućenjima u zoni zatezanja (ukrućena nožica) posebni T-ekvivalentni se koriste za modeliranje nožice stuba iznad i ispod ukrućenja;
- Isto je i kod čeone ploče sa prepustom, gde se posebni T-elementi koriste za modeliranje dela čeone ploče iznad i ispod zategnute nožice koja se tretira kao uručenje.

### Dimenziije ekvivalentnog T-elementa



$\Sigma l_{eff}$  je efektivna dužina T-elementa koja zavisi od modela i oblika loma;

$$M_{pl,Rd} = \sum \frac{l_{eff}^2 t_f^2}{4} f_y / \gamma_m 0 \text{ plastični moment nosivosti pravougaonog preseka}$$

### Modeli loma T-elementa

Obuhvaćena su tri potencijalna vida loma:

- Model 1:** Lom potpunom plastifikacijom nožice T-elementa (nosivost  $F_{T,1,Rd}$ );
- Model 2:** Kombinovan lom delimičnom plastifikacijom nožice T-elementa i zatezanjem zavrtnjeva (nosivost  $F_{T,2,Rd}$ );
- Model 3:** Lom zatezanjem zavrtnjeva (nosivost  $F_{T,3,Rd}$ );

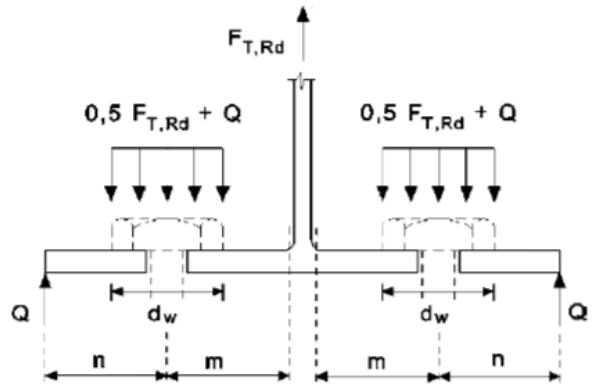
Kada postoji efekat poluge nosivost T-elementa jednaka je minimalnoj vrednosti nosivosti od sva tri modela loma:  $\min(F_{T,1,Rd}, F_{T,2,Rd} \text{ i } F_{T,3,Rd})$ !

Ukoliko nema efekta poluge (kod debelih limova), modeli loma 1 i 2 se zamenjuju jedinstvenim modelom loma (nosivost  $F_{T,1-2,Rd}$ )! Nosivost T-elementa je u tom slučaju jednaka:  $\min(F_{T,1-2,Rd} \text{ i } F_{T,3,Rd})$ ;

## Efekti poluge

Može se smatrati da su efekti poluge zanemarljivi ako je zadovoljen sledeći uslov:

$$L_b \geq L'_b = \frac{8.8m^3 A_s n_b}{t_f^3 \sum l_{eff,1}}$$



$L_b$  stezna dužina zavrtnja (debljina paketa + debljina podloški + polovina debljine navrtke i glave zavrtnja);

$n_b$  broj redova zavrtnjeva (sa po dva zavrtnja);

$A_s$  površina ispitnog preseka zavrtnja;

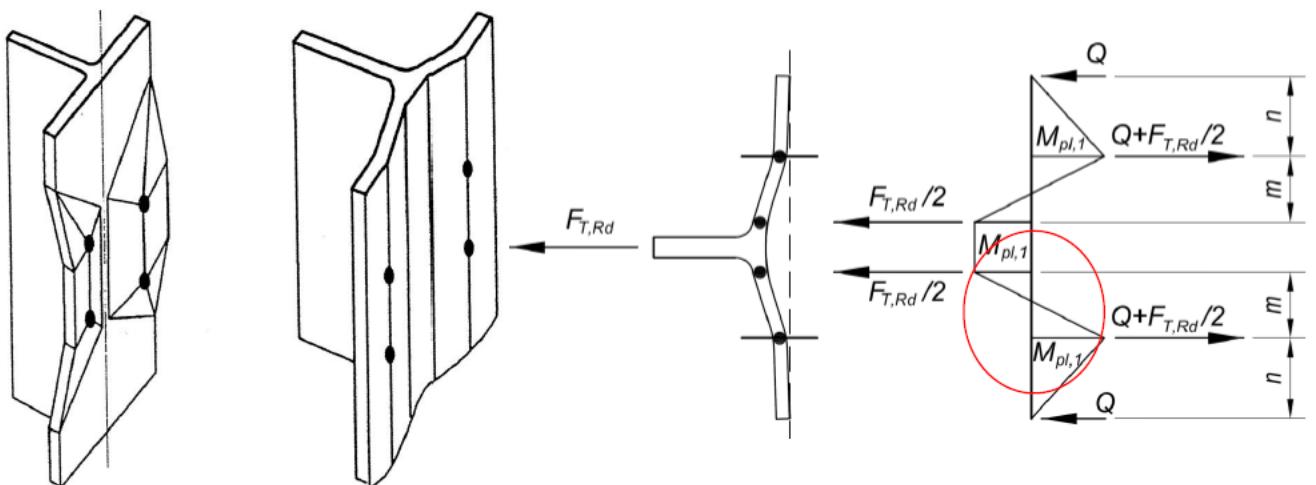
$t_f$  deblina nožice T-elementa (nožica stuba ili čeona ploča);

$\sum l_{eff,1}$  efektivna dužina T-elementa za model loma 1;

$Q$  sila usled efekta poluge.

## Model 1: Lom potpunom plastifikacijom nožice T-elementa

Karakterističan je za nožice stuba ili čeone ploče male debljine, sa izraženim efektom poluge!

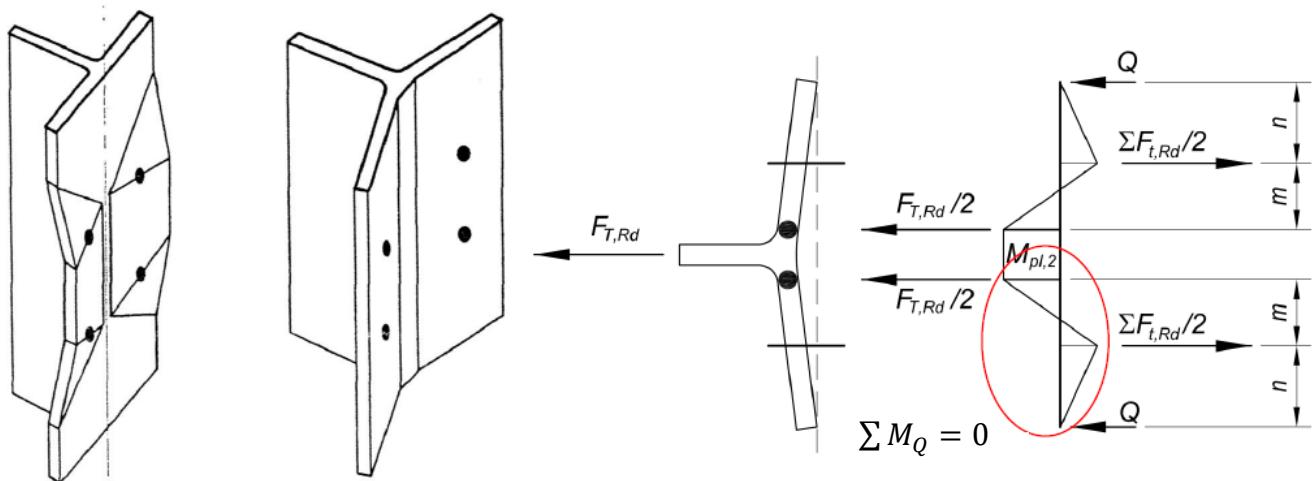


$$\frac{F_{T,1,Rd}}{2}m = 2M_{pl,1,Rd} \rightarrow F_{t,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m}$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_m$$

## Model 2: Kombinovan lom plastifikacijom nožice T-elementa i zatezanjem zavrtnjeva

Karakterističan je za nožice stuba ili čeone ploče srednje debljine, sa malim efektom poluge!



$$\frac{F_{T,2,Rd}}{2}(m+n) - M_{pl,2,Rd} - \frac{n \sum F_{t,Rd}}{2} = 0 \rightarrow F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{(m+n)}$$

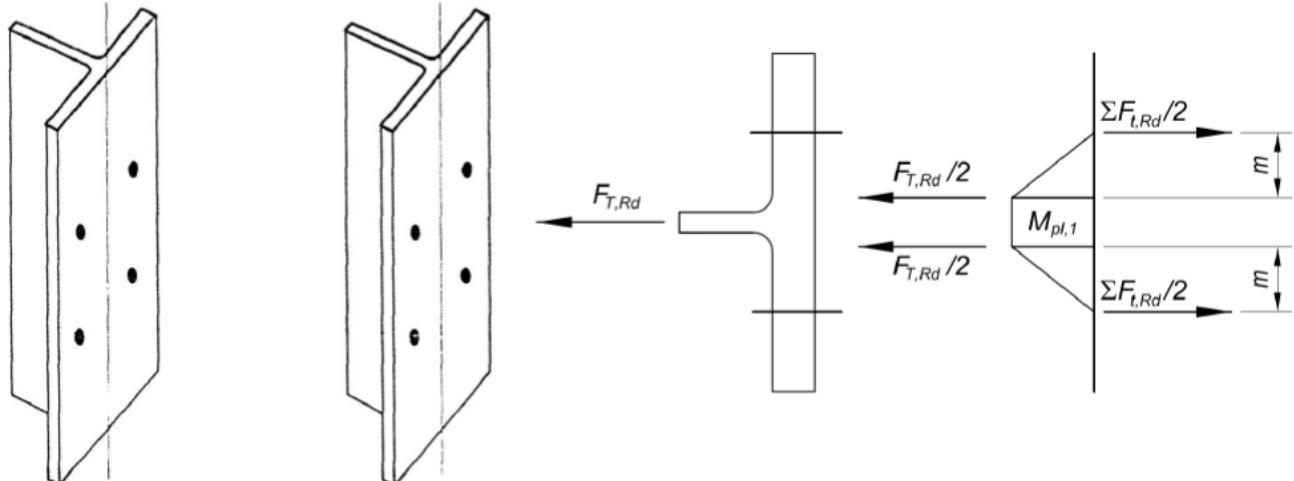
$$M_{pl,2,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,2} t_f^2 f_y / \gamma_m 0$$

$$F_{t,Rd} = 0.9 A_s f_{ub} / \gamma_m 2$$

## Model 3: Lom zatezanjem zavrtnjeva

Karakterističan je za nožice stuba ili čeone ploče velike debljine, kod kojih nema efekta poluge!

$$F_{T,23,Rd} = \sum F_{t,Rd} \quad F_{t,Rd} = 0.9 A_s f_{ub} / \gamma_m 2$$



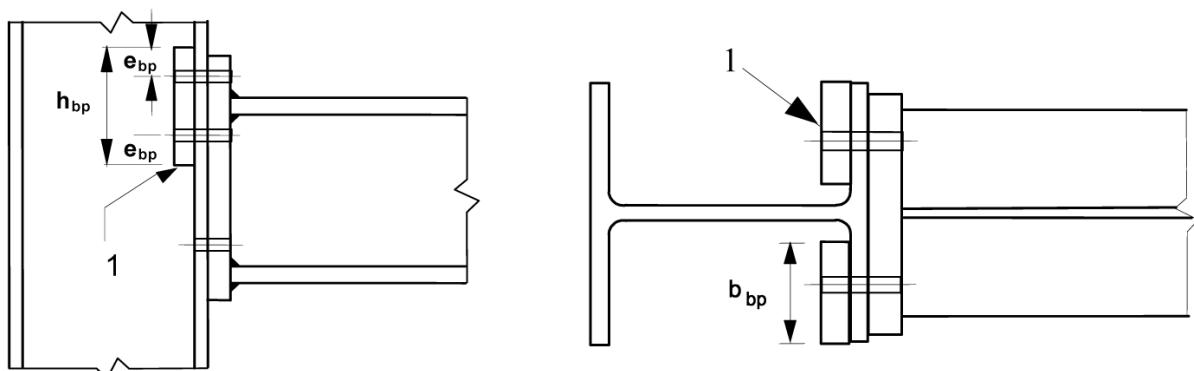
$$\frac{F_{t,1-2,Rd}}{2} m = M_{pl,1,Rd} \rightarrow F_{t,1-2,Rd} = \frac{2M_{pl,1,Rd}}{m}$$

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_m 0$$

### Proračunska nosivost T-elementa - $F_{T,Rd}$

	Sile usled efekta poluge postoje $= \min(F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd})$	Nema sila usled efekta poluge $= \min(F_{T,1-2,Rd}; F_{T,3,Rd})$
<b>Model 1</b>		
Bez kontra-pločice	$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m}$	$F_{T,1-2,Rd} = \frac{2M_{pl,1,Rd}}{m}$
Sa kontra-pločicom	$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m}$	
<b>Model 2</b>	$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m + n}$	
<b>Model 3</b>	$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$	
$M_{pl,1,Rd} = 0,25 \sum \ell_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$	$\sum \ell_{eff,1}$ je vrednost $\sum \ell_{eff}$ za model loma 1	
$M_{pl,2,Rd} = 0,25 \sum \ell_{eff,2} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$	$\sum \ell_{eff,2}$ je vrednost $\sum \ell_{eff}$ za model loma 2	
$M_{bp,Rd} = 0,25 \sum \ell_{eff,1} t_{bp}^2 f_{y,bp} / \gamma_{M0}$		
$n = e_{min}$ ali $n \leq 1,25m$		
$\sum F_{t,Rd}$ zbir nosivosti svih zavrtnjeva na T-elementu na zatezanje		

### Kontra-pločice

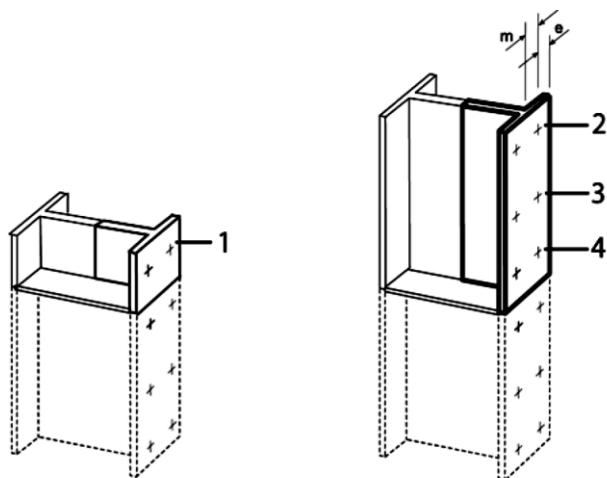


- Kontra-pločice se postavljaju sa unutrašnje strane nožice stuba, kako bi se povećala nosivost nožice stuba na savijanje;
- Opravданa je primena kod tankih nožica stuba kod kojih je merodavan model loma 1!
- Dimenzije kontra-pločice treba da budu u skladu sa preporukama prikazanim na skici!

### Efektivna dužina

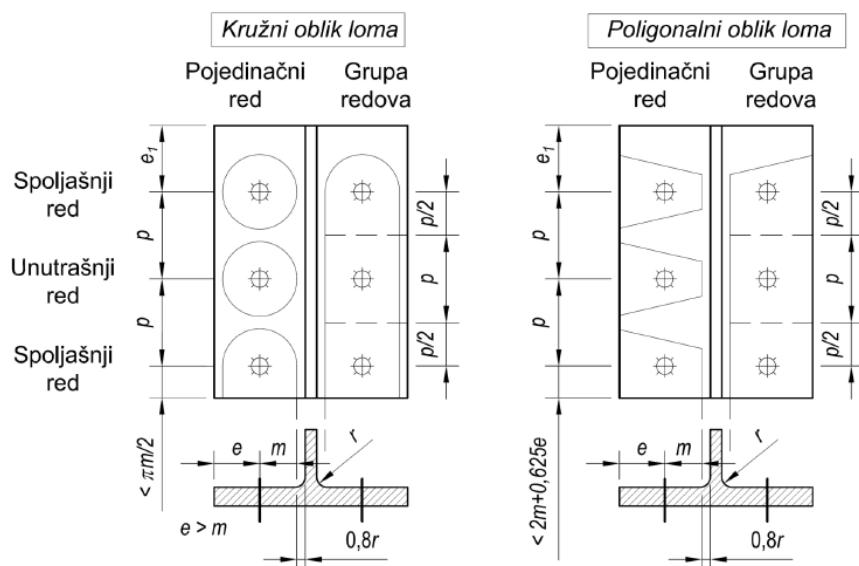
- Predstavlja zamenjujuću dužinu ekvivalentnog zategnutog T-elementa koji ima isti plastični moment nosivosti za razmatrani model i oblik loma.
- Postoje dva oblika loma: **kružni** i **poligonalni**;
- Efektivna dužina se razlikuje za **pojedinačne redove** zavrtnjeva i grupe redova zavrtnjeva;
- Takodje na efektivnu dužinu utiče i položaj reda zavrtnjeva, koji kod neukrućenih nožica stuba može biti: **spoljašnji** i **unutrašnji**.
- Kod ukrućenih nožica stuba i kod čone ploče sa prepustom razlikuju se četiri tipa redova zavrtnjeva: **krajnji red**, **krajnji red uz ukrućenje**, **unutrašnji red**, **red uz ukrućenje**.
- Pod redom zavrtnjeva, u ovom kontekstu, se smatraju horizontalni redovi!

## Redovi zavrtnjeva kod ukrućene nožice stuba



- 1 - krajnji red zavrtnjeva uz ukrućenje
- 2 - krajnji red zavrtnjeva
- 3 - unutrašnji red zavrtnjeva
- 4 - red zavrtnjeva uz ukrućenje

## Kružni i poligonalni oblik loma kod neukrućenih nožica stuba



U EC su tabelarno date formule za određivanje efektivnih duzina za\* :

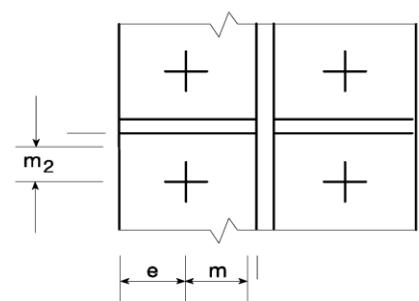
**Efektivne dužine za neukrućene nožice stuba**

**Efektivne dužine za ukrućene nožice stuba**

**Efektivne dužine za čeonu ploču**

Koefficijent  $\alpha$  javlja se u formulama za efektivne duzine za ukrućene nozice stuba.

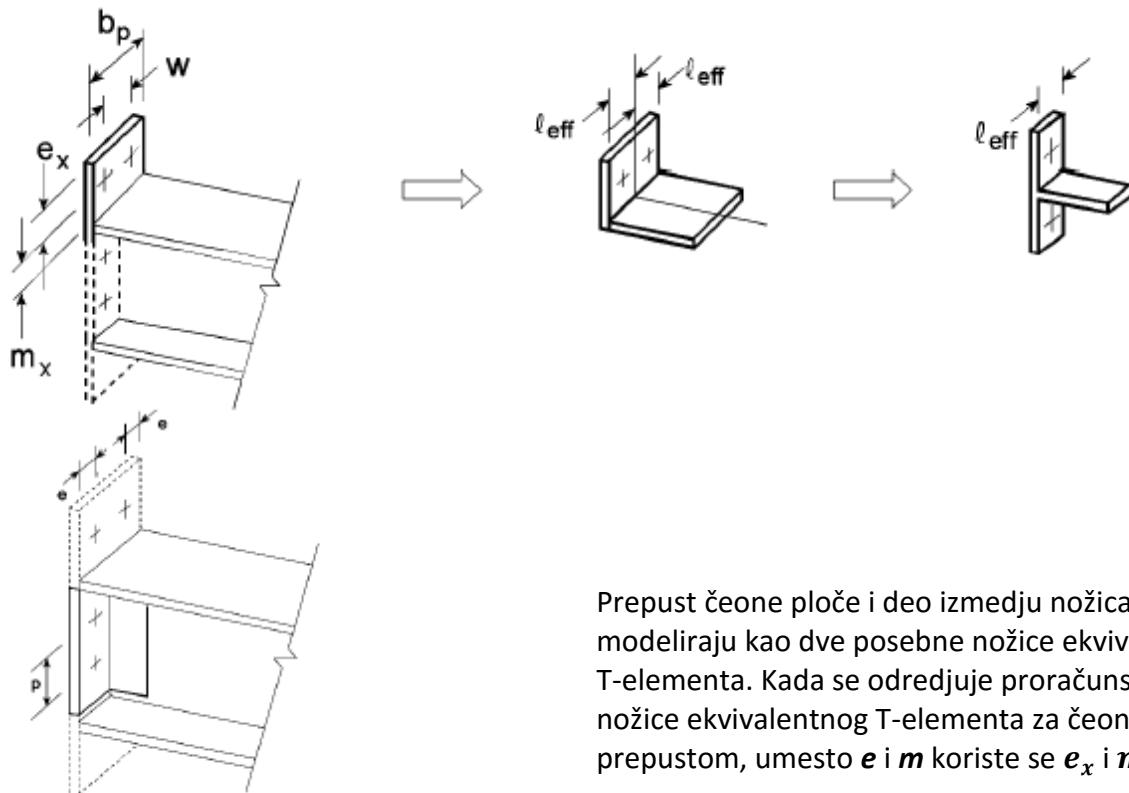
$$\lambda_1 = \frac{m}{m + e} \quad \lambda_2 = \frac{m_2}{m + e}$$



\* Efektivne duzine su date posebno za red zavrtnjeva posmatran

pojedinačno i posmatran kao deo grupe zavrtnjeva. Nezavisno kako posmatran posebno se analizira kružni oblik i poligonalni oblik loma.

## Modeliranje prepusta čone ploče kao posebnog T-elementa



Prepust čone ploče i deo izmedju nožica grede se modeliraju kao dve posebne nožice ekvivalentnog T-elementa. Kada se određuje proračunska nosivost nožice ekvivalentnog T-elementa za čone ploče sa prepustom, umesto  $e$  i  $m$  koriste se  $e_x$  i  $m_x$ .

### 47. Nosivost smičućeg polja rebra stuba kod momentne veze greda-stub

#### Nosivost smičućeg polja rebra stuba

- Za jednostrane i dvostrane veze kod kojih su visine greda slične, proračunska nosivost neukrućenog polja rebra stuba na smicanje je:

$$V_{wp,Rd} = \frac{0.9 f_{y,wc} A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{m0}}$$

$A_{vc}$  površina smicanja stuba, prema EN 1993-1-1.

- Proračunska nosivost na smicanje može da se poveća primenom ukrućenja ili dodatnih limova na rebru.
- Kada se poprečna ukrućenja na rebru postavljaju i u zoni pritiska i u zoni zatezanja, proračunska plastična nosivost polja rebra stuba na smicanje može da se poveća za:

$$V_{wp,add,Rd} = \frac{4M_{pl,fc,Rd}}{d_s} \quad \text{ali} \quad V_{wp,add,Rd} \leq \frac{2M_{pl,fc,Rd} + 2M_{pl,st,Rd}}{d_s}$$

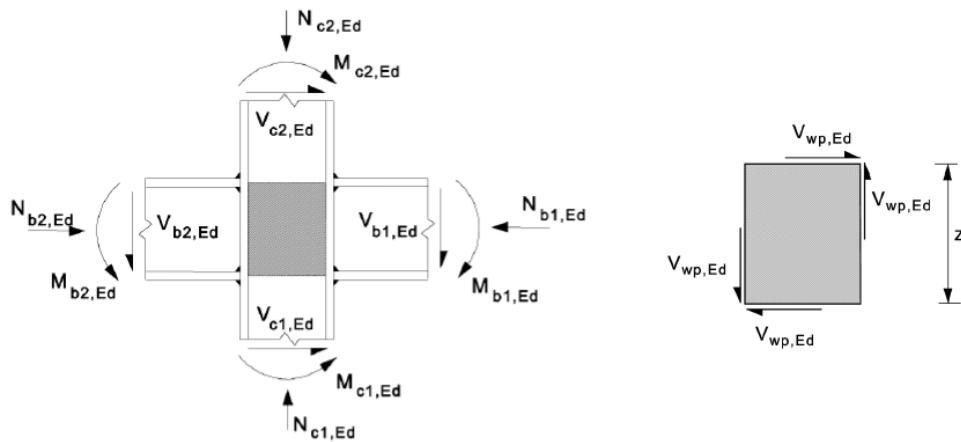
$d_s$  osovinsko rastojanje izmedju ukrućenja;

$M_{pl,st,Rd}$  i  $M_{pl,fc,Rd}$  plastični momenti nosivosti ukrućenja i nožice stuba;

## Kontrola nosivosti smičućeg polja rebra stuba

Proračunska nosivost polja rebra stuba na smicanje mora da bude veća ili jednaka od proračunske sile smicanja koja se u opštem slučaju određuje na sledeći način:

$$V_{wp,Ed} = \frac{M_{b1,Ed} - M_{b2,Ed}}{z} - \frac{V_{c1,Ed} - V_{c2,Ed}}{2} \leq V_{wp,Rd}$$



### 48. Nosivost zone pritiska kod momentnih veza greda-stub

#### Nosivost rebra stuba na poprečni pritisak

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{m0}} \leq \rho \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{m1}}$$

$\omega$  koeficijent redukcije pomocu koga se uzima u obzir interakcija smicanjem

$k_{wc}$  koeficijent redukcije usled normalnog napona pritiska u stubu

$b_{eff,c,wc}$  efektivna sirina rebra stuba u zoni pritiska

$\rho$  koeficijent redukcije za izbocavanje limova

- za zavarene spojeve:  $b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_b + 5(t_{fc} + s)$
- za spojeve sa ceonom plocom i zavrtnjevima :  $b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_p + 5(t_{fc} + s) + s_p$
- za spojeve sa ugaonicima na nozicama :  $b_{eff,c,wc} = 2t_a + 0.6r_a + 5(t_{fc} + s)$

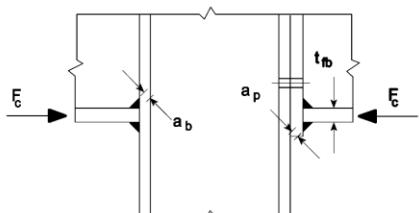
$s_p$  duzina dobijena prostiranjem sile kroz ceonu plocu pod uglom od  $45^\circ$  (minimum  $t_p$ , a kad je duzina ceone ploce ispod nozice dovoljna  $2t_p$ )

$s = r_c$  za valjane I ili H preseke stuba

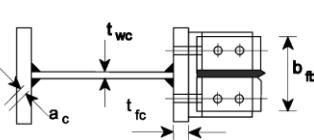
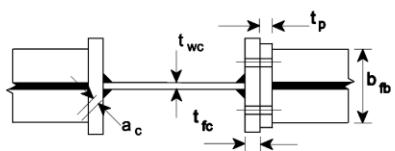
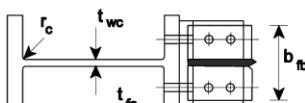
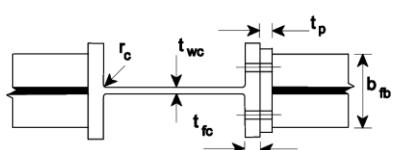
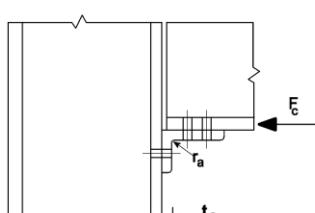
$s = \sqrt{2}a_c$  za zavarene I ili H preseke stuba

## Označavanje geometrije veze u zoni pritiska

### Zavarena veza Čeona ploča



### Ugaonici na nožicama



### Koeficijent redukcije usled izbočavanja rebra

$$\rho = 1.0 \quad \text{ako je } \bar{\lambda} \leq 0.72$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.2}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{ako je } \bar{\lambda} > 0.72$$

$$\bar{\lambda}_p = 0.932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}}$$

$\bar{\lambda}_p$  relativna vitkost rebra na izbocavanje

$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c)$  za valjanje I ili H preseke stuba

$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + \sqrt{2}a_c)$  za zavarene I ili H preseke stuba

### Koeficijent redukcije usled normalnog napona pritiska $k_{wc}$

$$k_{wc} = 1 \quad \text{kada je } \sigma_{com,Ed} \leq 0.7f_{y,wc}$$

$$k_{wc} = 1.7 - \frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,wc}} \quad \text{kada je } \sigma_{com,Ed} > 0.7f_{y,wc}$$

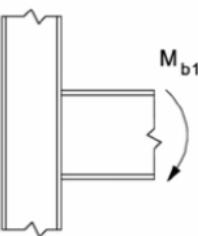
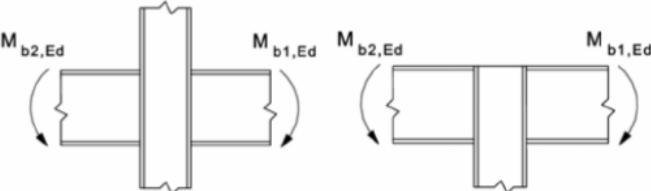
$\sigma_{com,Ed}$  proračunska vrednost napona pritiska u rebru stuba usled globalnih uticaja;

U opštem slučaju koeficijent redukcije  $k_{wc}$  je **1,0** i nije neophodna redukcija. Može se izostaviti u početnim proračunima, kada su naponi nepoznati, a proverava se naknadno.

### Koeficijent redukcije usled smicanja $\omega$

Parametar za transformaciju $\beta$	Koeficijent redukcije $\omega$	Parametar za transformaciju $\beta$ zavisi od konfiguracije veze (jednostrana i dvostrana) i naprezanja veze (kod dvostranih veza);
$0 \leq \beta \leq 0,5$	$\omega = 1$	
$0,5 < \beta < 1$	$\omega = \omega_1 + 2(1-\beta)(1-\omega_1)$	
$\beta = 1$	$\omega = \omega_1$	
$1 < \beta < 2$	$\omega = \omega_1 + (\beta-1)(\omega_2-\omega_1)$	
$\beta = 2$	$\omega = \omega_2$	
$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1,3(b_{eff,c,wc}t_{wc}/A_{vc})^2}}$	$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1+5,2(b_{eff,c,wc}t_{wc}/A_{vc})^2}}$	
$A_{vc}$ površina smicanja poprečnog preseka stuba		
$\beta$ parametar za transformaciju		

## Približne vrednosti parametra $\beta$

Tip veze	Dejstvo	Vrednost $\beta$
	$M_{b1,Ed}$	$\beta \approx 1$
	$M_{b1,Ed} = M_{b2,Ed}$	$\beta = 0^+$
	$M_{b1,Ed} / M_{b2,Ed} > 0$	$\beta \approx 1$
	$M_{b1,Ed} / M_{b2,Ed} < 0$	$\beta \approx 2$
	$M_{b1,Ed} + M_{b2,Ed} = 0$	$\beta \approx 2$

\*) U ovom slučaju je vrednost koeficijenta  $\beta$  tačna, a ne približna.

## Nosivost nožice grede na pritisak

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h - t_{fb}}$$

$h$  visina grede;

$t_{fb}$  debljina nožice grede;

$M_{c,Rd}$  proračunski moment nosivosti poprečnog preseka grede, redukovani ukoliko je neophodno da bi se uzeo u ubzir uticaj smicanja, prema EN 1993-1-1;

Ovaj uslov uglavnom nije kritičan;

Ispunjene ovog uslova ostvaruje se pri dimenzionisanju grede;

### 49. Nosivost zone zatezanja kod momentnih veza greda-stub

#### Nosivost rebara stuba na poprečno zatezanje

$$F_{t,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_m 0}$$

$\omega$  koeficijent redukcije za interakciju sa smicanjem panela rebara stuba koji se određuje na isti nacin kao u slučaju pritisnutog rebara stuba

$b_{eff,t,wc}$  efektivna širina rebara stuba

- Za veze sa čeonom pločom i zavrtnjevima efektivna širina rebara stuba jednaka je efektivnoj dužini ekvivalentnog T-elementa kojim se modelira nosivost nožica stuba na savijanje:

$$b_{eff,t,w} = l_{eff,T}$$

- Za veze u kompletno zavarenoj izradi efektivna širina rebara stuba se određuje na osnovu izraza:

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_b + 5(t_{fc} + s)$$

$s = r_c$  za valjane I ili H preseke stuba

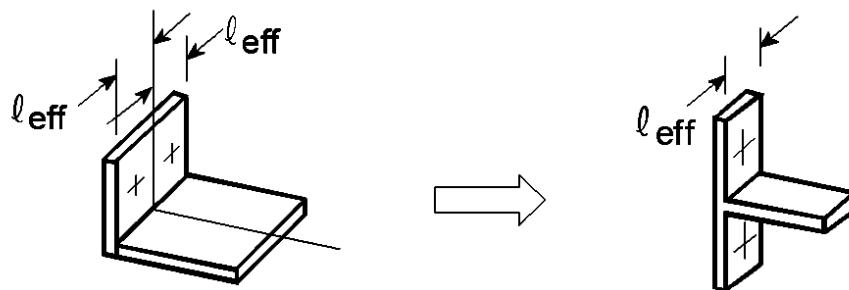
$s = \sqrt{2}a_c$  za zavarene I ili H preseke stuba

## Nosivost rebra grede na zatezanje

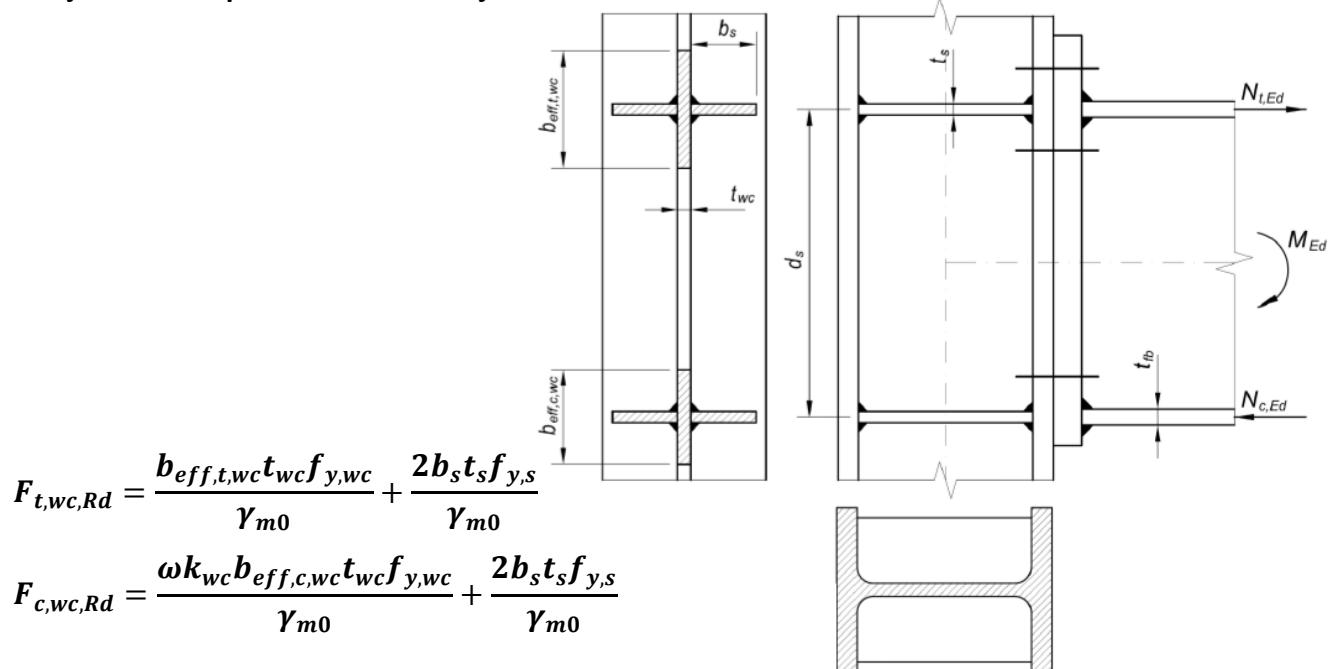
$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{m0}}$$

- Efektivna širina zategnutog dela rebra grede  $b_{eff,t,wb}$  je jednaka efektivnoj dužini ekvivalentnog T-elementa koji predstavlja čeonu ploču opterećenu na savijanje:  

$$b_{eff,t,wb} = l_{eff,T}$$
- Kod čeonih ploča sa prepustom kada se analizira nosivost prepuštenog dela čone ploče umesto rebra grede koje ne postoji na tom delu, treba razmatrati nožicu grede.
- U tom slučaju se za efektivnu širinu uzima efektivna dužina ekvivalentnog T-elementa kojim se modelira nosivost prepusta (ali ne više od širine nožice grede  $b_f$ ), a za debljinu se uzima debljina nožice grede  $t_{fb}$ ;



## Povećanje nosivosti primenom ukrućenja



Primenom ukrućenja na rebru stuba, u produžetku nožica grede povećava se nosivost sledećih komponenata veze: **nosivost rebra stuba na pritisak**, **nosivost rebra stuba na zatezanje**, **nosivost smičućeg polja rebra stuba** i **nosivost ukrućene nožice stuba na savijanje**.

## 50. Proračun momenta nosivosti veza greda-stub (opšti slučaj, postupak proračuna i ograničenja)

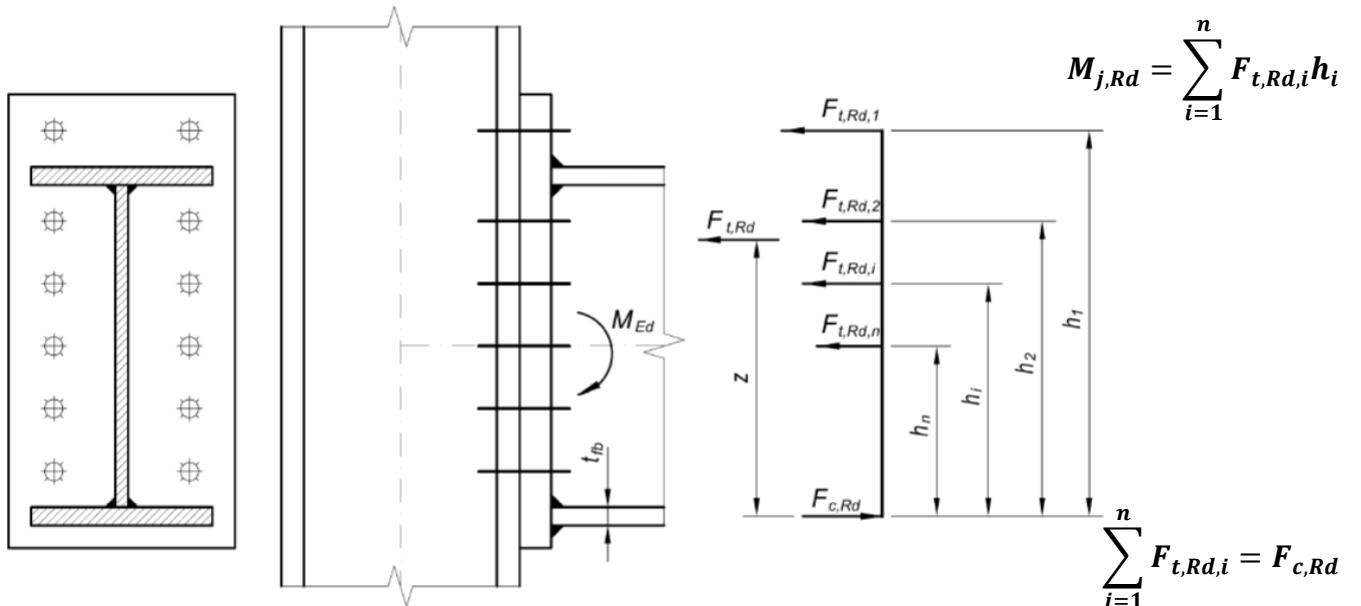
### Proračunski moment nosivosti veza sa čeonom pločom

- Nosivost odredjene zone veze (zatezanja, pritiska) se određuje kao minimalna vrednost nosivosti svih komponenata koje učestvuju u prenošenju sile;
- Moment nosivosti veze jednak je proizvodu nosivosti odgovarajuće zone i kraka unutrašnjih sila (između centra pritiska i centra zatezanja);
- Postoje ograničenja u pogledu nosivosti pojedinih zona nosivosti veze:

$$F_{c,Rd} = \min(F_{c,wc,Rd}; F_{c,fb,Rd}) \quad F_{t,Rd} = \min(F_{t,wc,Rd}; F_{t,fc,Rd}; F_{t,ep,Rd}; F_{t,wb,Rd})$$

$$F_{Rd} = \min\left(F_{c,Rd}; F_{t,Rd}; \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}\right)$$

### Moment nosivosti veza sa više aktivnih redova zavrtnjeva u zoni zatezanja - opšti slučaj



### Postupak proračuna i ograničenja

- Prvo se određuje nosivost komponenata u zoni pritiska  $F_{c,Rd}$  i smicanja  $V_{wp,Rd}$ ;
- Potom se određuje nosivost na zatezanje za prvi red zavrtnjeva, najudaljniji od centra pritiska  $F_{t,Rd,1}$ , posmatrajući ga kao pojedinačni red, (ostali redovi zavrtnjeva kao da ne postoje):

$$F_{t,Rd,1} = \min(F_{t,wc,Rd}; F_{t,fc,Rd}; F_{t,ep,Rd}; F_{t,wb,Rd})$$

- Nosivost prvog reda zavrtnjeva treba da ispunji uslove:

$$F_{t,Rd,1} \leq F_{c,Rd} \quad F_{t,Rd,1} \leq V_{wp,Rd}/\beta$$

- Ako su ispunjeni prethodni uslovi prelazi se na proračun sledećeg (drugog) reda zavrtnjeva, na isti način.  $F_{t,Rd,2} = \min(F_{t,wc,Rd}; F_{t,fc,Rd}; F_{t,ep,Rd}; F_{t,wb,Rd})$
- Nosivost drugog ( $i$ -tog) reda zavrtnjeva na zatezanje po potrebi redukovati da zbir proračunskih nosivosti redova zavrtnjeva iznad posmatranog reda, uključujući i taj red, ne prekoračuje proračunsku nosivost grupe kao celine (za  $F_{t,wc,Rd}$ ,  $F_{t,fc,Rd}$ ,  $F_{t,ep,Rd}$  i  $F_{t,wb,Rd}$ );
- Nosivost drugog (ili  $i$ -tog) reda zavrtnjeva treba po potrebi redukovati kako bi bili zadovoljeni uslovi:

$$\sum_i F_{t,Rd,i} \leq F_{c,Rd} \quad \sum_i F_{t,Rd,i} \leq V_{wp,Rd}/\beta$$

## 51. Proračun momenta nosivosti veza greda-stub (uprošćen postupak)

### Uprošćen postupak proračuna momenta nosivosti $M_{j,Rd}$ veze sa čeonom pločom

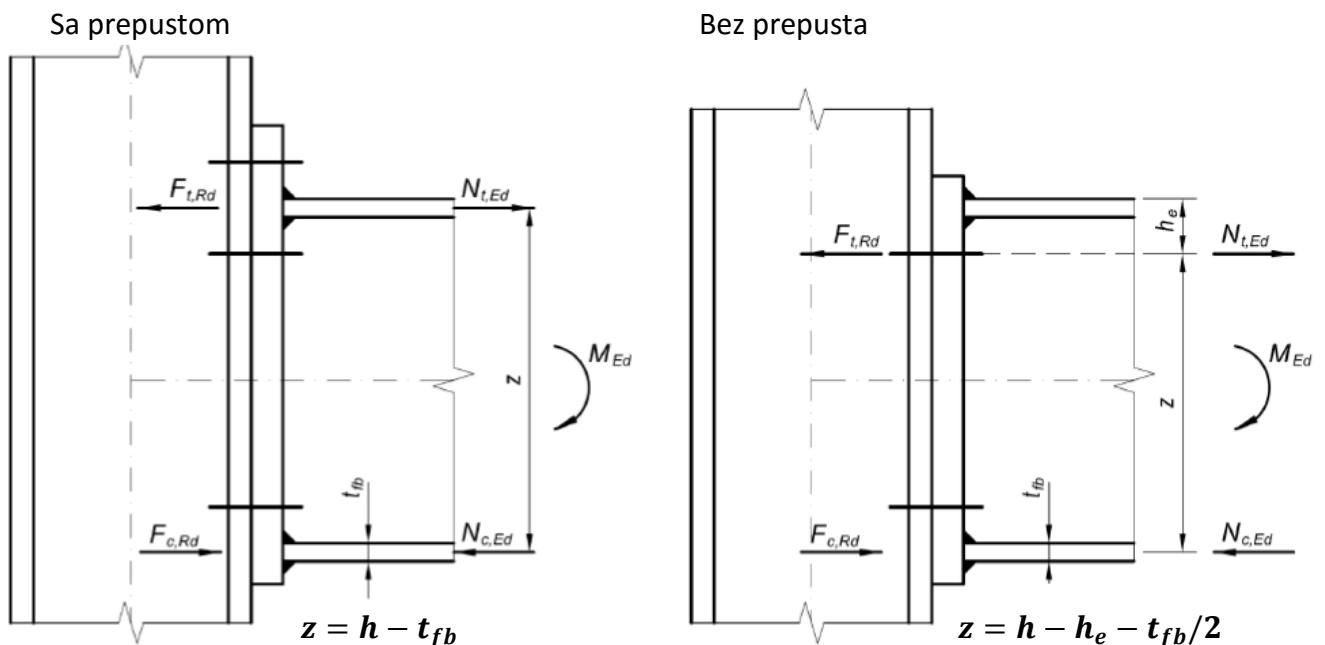
Uprošćen postupak može da se primeni za:

- čeone ploče bez prepusta sa jednim aktivnim redom zavrtnjeva u zoni zatezanja i
- čeone ploče sa prepustom sa dva aktivna reda zavrtnjeva u zoni zatezanja, kod kojih su zavrtnjevi u zoni zatezanja simetrični u odnosu na nožicu grede, kod kojih je:  $F_{Rd} \leq 3.8F_{t,Rd}$

U tom slučaju čitava zategnuta zona čeone ploče se posmatra kao jedna komponenta. Deo čeone ploče može da se posmatra kao T-element za određivanje sile u redu zavrtnjeva  $F_{1,Rd}$ , a usvaja se da je:  $F_{2,Rd} = F_{1,Rd}$ , pa je  $F_{Rd} = 2F_{1,Rd}$ .

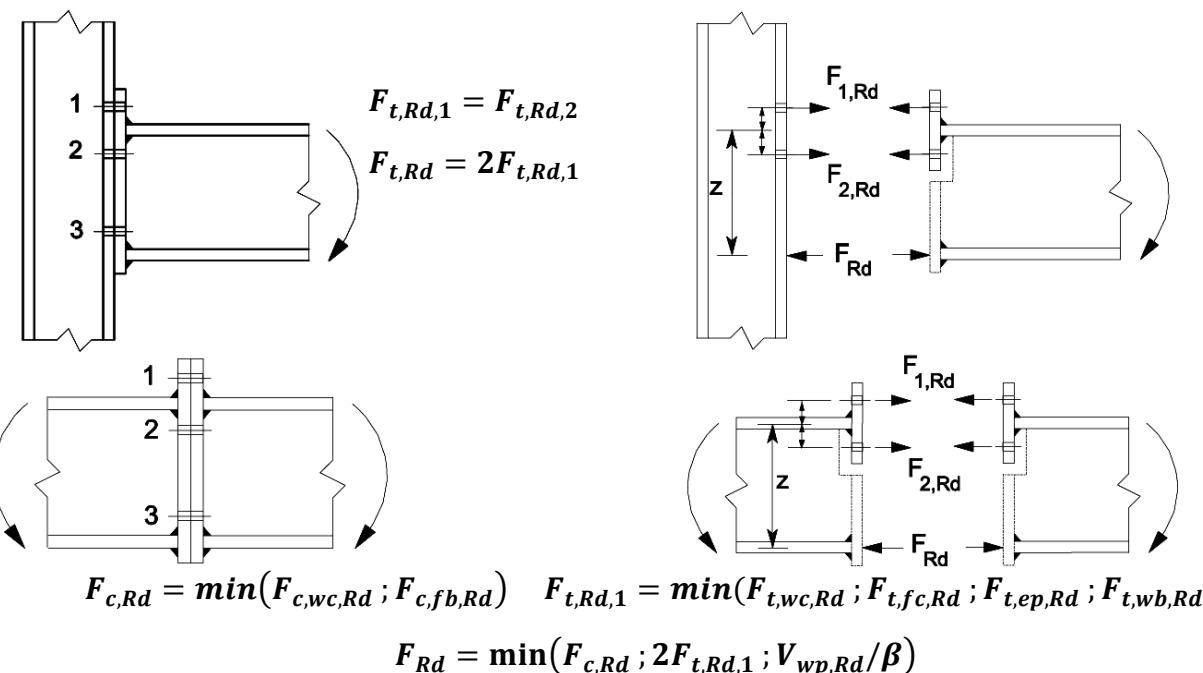
### Krak sila i kontrola momenta nosivosti $M_{j,Rd}$ kod veza sa čeonom pločom

$$M_{Ed} \leq M_{j,Rd} = F_{Rd} z$$



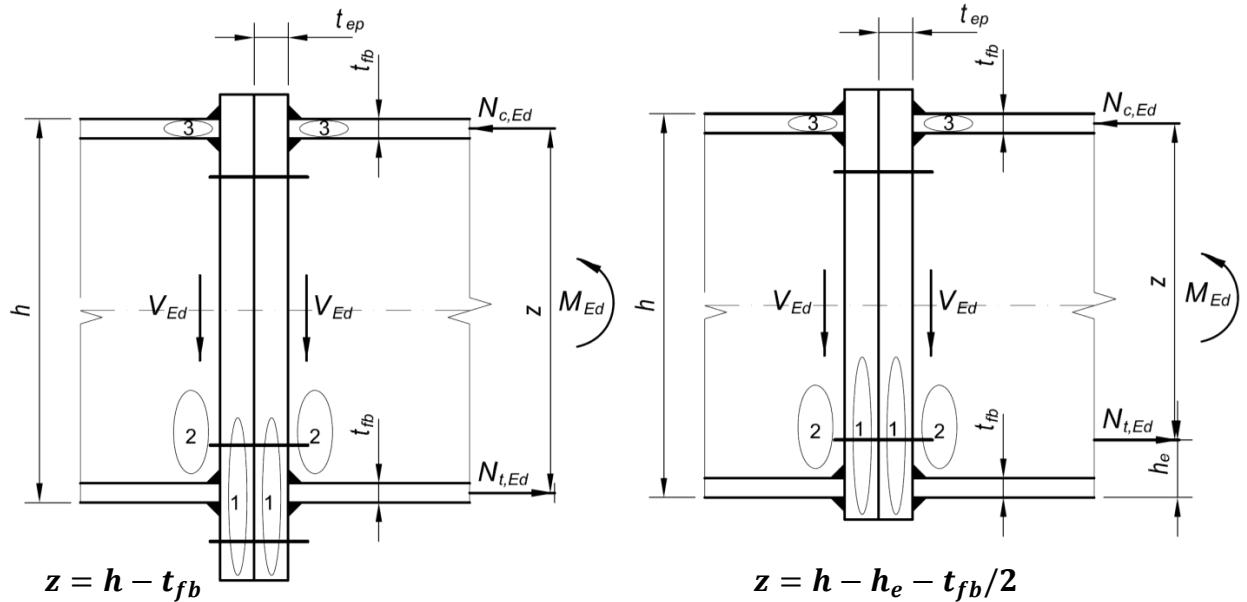
$z$  je krak sila koji predstavlja rastojanje izmedju centra pritiska i centra zatezanja

### Uprošćen model nosivosti kod čeonih ploča sa prepustom i dva reda zavrtnjeva



## Montažni nastavci nosača sa čeonom pločom

- Principi proračuna mogu da se primene i za montažne nastavke nosača sa čeonom pločom.
- Proračun je jednostavniji jer otpadaju sve komponente nosivosti koje se odnose na stub (smicanje polja suba, nosivost rebra stuba na pritisak i zatezanje i nosivost nožice stuba na savijanje).
- Nosivost zone pritiska jednaka je nosivosti nožice grede na pritisak.  $F_{c,Rd} = F_{c,fb,Rd}$
- Nosivost zone zatezanja je jednaka manjoj od nosivosti čeone ploče na savijanje i rebra grede na zatezanje:  $F_{t,Rd} = \min(F_{t,ep,Rd}; F_{t,wb,Rd})$



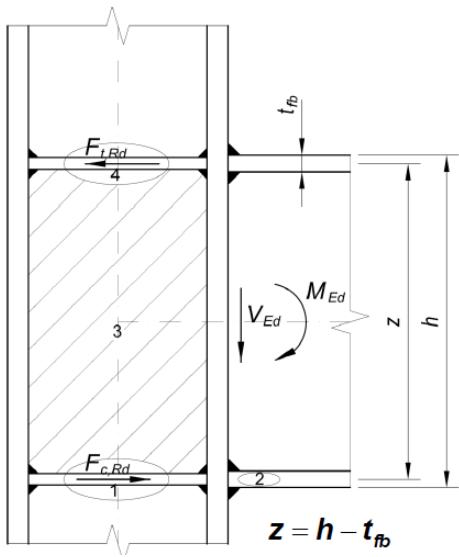
### Preporuke za projektovanje veza sa čeonom pločom

- Debljina čeone ploče treba da se usvoji u funkciji prečnika zavrtnja;
- Rastojanja izmedju zavrtnjeva mogu da budu manja od minimalno propisanih za smičuće spojeve; Neophodno je da se obezbedi prostor za nesmetanu ugradnju;
- Preporučuje se primena ukrućenja na rebru stuba, jer značajno povećavaju nosivost i krutost veze (bez ukrućenja su polu-krute veze);
- U slučaju velikih naprezanja mogu se primeniti široke čeone ploče sa po 4 zavrtnja u redu (po širini); Evrokod 3 ne daje eksplicitan postupak proračuna za široke čeone ploče;

### Preporučene debljine čeone ploče

Tip veze	Debljina čeone ploče $t_{ep}$	
	uska (2M)	1,0d
	široka (4M)	1,25d
	uska (2M)	1,5d
	široka (4M)	1,7d

### Veza greda-stub u zavarenoj izradi



Komponente veze koje treba proveriti su:

1. poprečni pritisak rebra stuba;
2. pritisnuta nožica grede;
3. smičuće polje rebra stuba;
4. poprečno zatezanje rebra stuba;

Po pravilu se postavljaju ukrućenja na rebru stuba, pa je nosivost rebra stuba na poprečni pritisak i zatezanje u tom slučaju znatno povećana (nije merodavna);

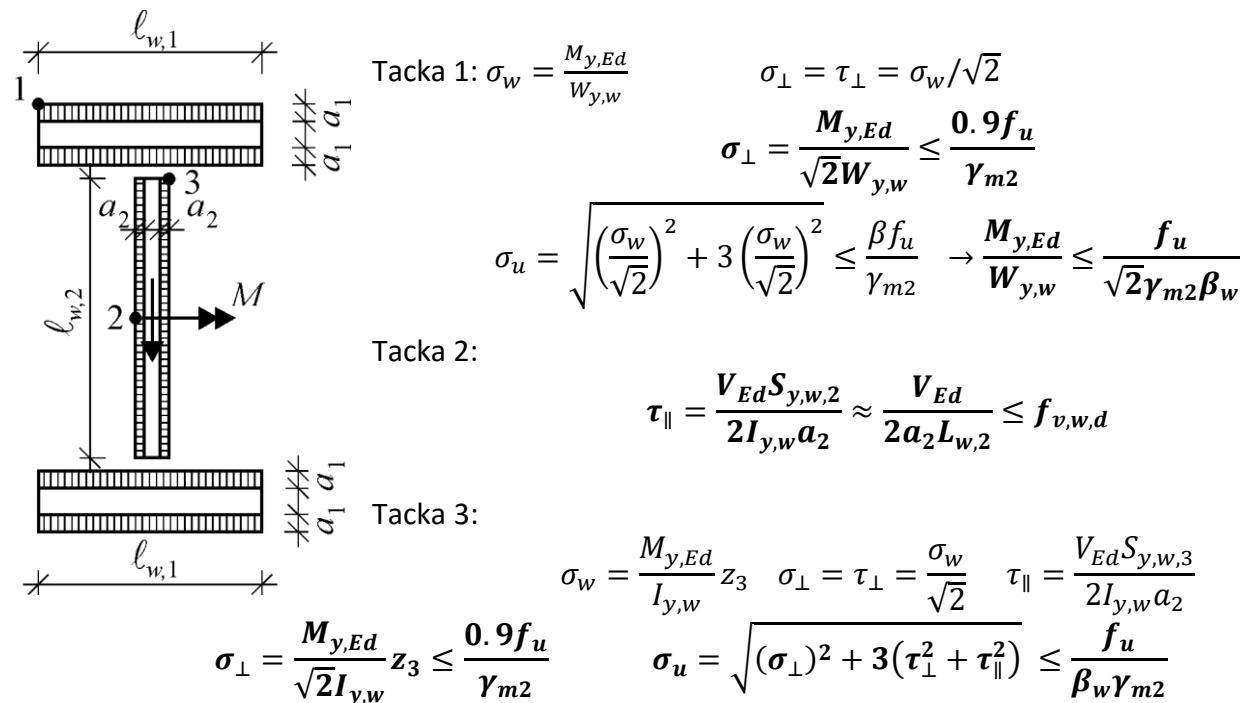
Šavovi treba da imaju adekvatnu nosivost!

smičuće polje rebra stuba  
poprečni pritisak rebra stuba

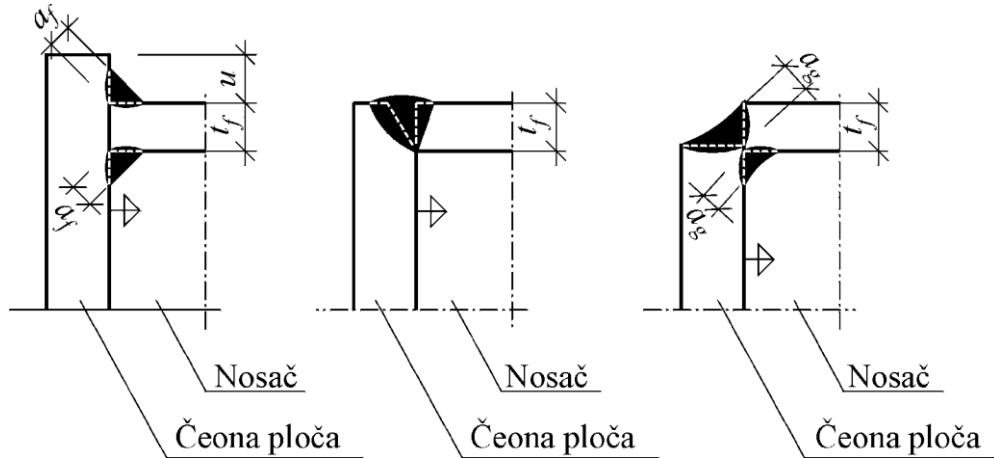
### Proračun šavova

- Šavovi su prisutni kod veza sa čeonom pločom i veza u kompletno zavarenoj izradi;
- Nosivost šavova ne sme da bude manja od nosivosti najslabije komponente u razmatrane zone naprezanja;
- Kada se na mestu veze predviđa **pojava plastičnog zgloba** šavovi treba da se odrede tako da njihov moment nosivosti  $M_{w,Rd}$  bude veći ili jednak od manje od sledeće dve vrednosti:
  - plastičnog momenta nosivosti grede  $M_{pl,b,Rd}$
  - $\alpha$  puta proračunski moment nosivosti veze  $M_{j,Rd}$
- $\alpha = 1,4$  za okvirne sisteme sa spregovima (sa zanemarljivim uticajima II reda);
- $\alpha = 1,7$  za sve ostale slučajeve.
- Uglavnom se primenjuju ugaoni šavovi!
- Dimenzije ugaonih šavova mogu da se odrede kao za statički pokriven nastavak prema debljini lima koji se sapaja (nožica ili rebro), ili na osnovu kontrole naprezanja u šavovima;

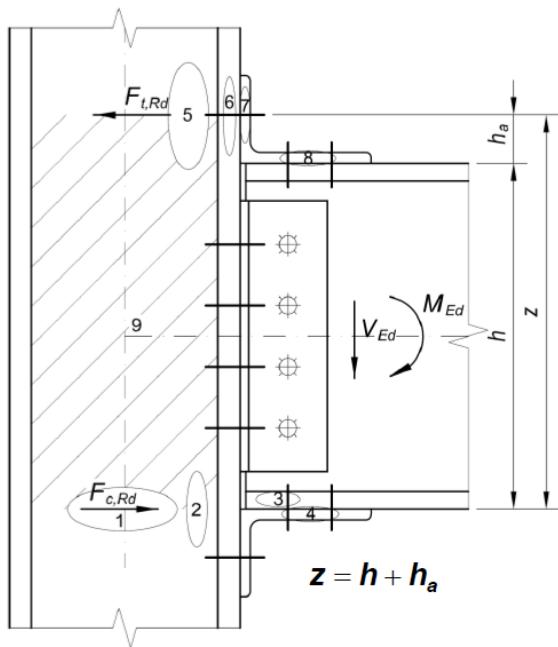
### Proračun šavova za vezu grede I preseka sa čeonom pločom ili nožicom stuba



## Veza čeone ploče sa zategnutom nožicom nosača



## Veze greda-stub sa ugaonicima na nožicama



### Zona pritiska:

1. Nosivost rebra stuba na izbočavanje;
2. Nosivost rebra stuba na gnječenje;
3. Nosivost nožice grede na pritisak;
4. Nosivost kraka ugaonika na pritisak i zavrtnjeva na smicanje

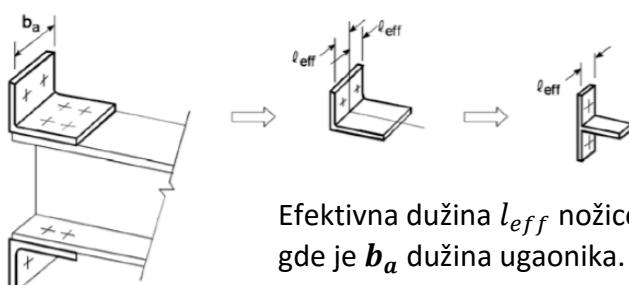
### Zona zatezanja:

5. Nosivost rebra stuba na zatezanje;
6. Nosivost nožice stuba na savijanje i zavrtnjeva na zatezanje (T-element);
7. Nosivost ugaonika na savijanje i zavrtnjeva nazatezanje (T-element);
8. Nosivost kraka ugaonika na zatezanje i zavrtnjeva na smicanje

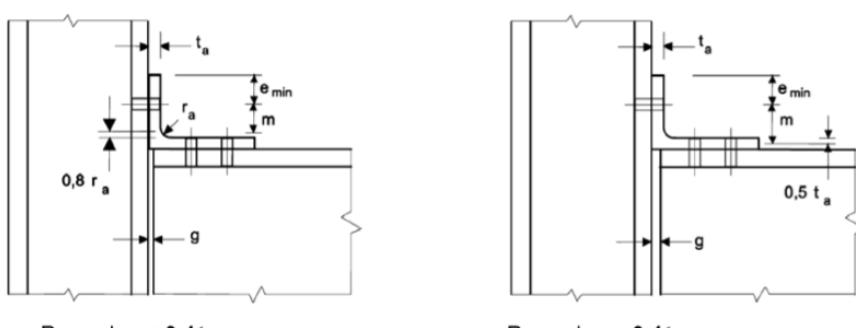
### Zona smicanja:

9. Nosivost smičućeg polja rebra stuba;

## Ekvivalentna dužina i dimenzije ugaonika na nožicama



Efektivna dužina  $l_{eff}$  nožice ekvivalentnog T-elementa je **0,5  $b_a$** , gde je  $b_a$  dužina ugaonika.



Razmak  $g \leq 0,4t_a$

Razmak  $g > 0,4t_a$

Dimenzije  $e_{min}$  i  $m$  za ugaonike na nožicama spojene zavrtnjevima

### 53. Oblikovanje poprečnih preseka punih limenih nosača

#### Primena

- U mostogradnji (glavni i kolovozni nosači ...)
- U zgradarstvu (kranski nosači, podni nosači, podvlake...)

#### Statički sistemi:

- Gredni sistemi (prosta greda i kontinualan nosač);
- Okvirni nosači;
- Sistemi sa kosim zategama;
- Viseći sistemi;

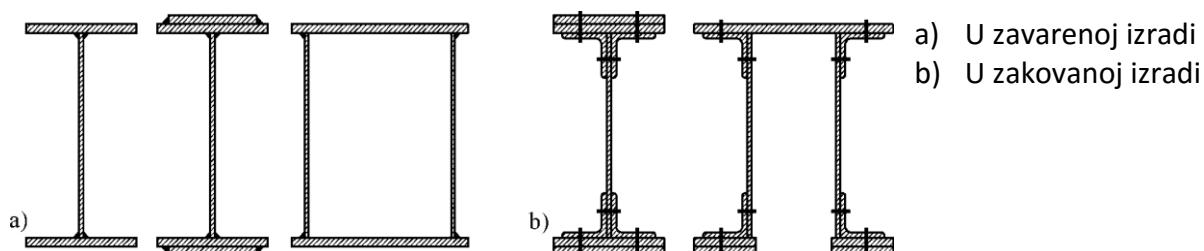
#### Osnovne prednosti punih limenih nosača u odnosu na valjane

- Manja težina konstrukcije,
- Velike mogućnosti oblikovanja poprečnog preseka,
- Savlađivanje velikih raspona i prihvatanje velikih opterećenja,
- Variranje dimenzija poprečnog preseka i prilagođavanje dimenzija preseka stvarnim potrebama (pokrivanje dijagrama momenata)
- Mogućnost optimizacije poprečnog preseka.
- Nedostatak veća jedinična cena u odnosu na valjane profile!

#### Oblici poprečnih preseka

##### Puni limeni nosači mogu da budu:

- **Jednozidni** – otvorenog poprečnog preseka (bisimetrični ili monosimetrični I preseci)
- **Viševidni** – otvorenog ili zatvorenog – sandučastog poprečnog preseka (jednočelijskog ili višečelijskog)



#### Primena sandučastih punih limenih nosača

- Kada nije moguće bočno prižavanje (imaju veliku torzionu krutost i krutost na savijanje oko slabije ose inercije);
- Kada je ograničena građevnska visina, odnosno visina konstrukcije;
- U slučaju velikih raspona i opterećenja;
- U slučaju značajnih torzionih uticaja;

#### Oblikovanje poprečnog preseka jednozidnih punih limenih nosača

##### Visina nosača (rebra):

Zavisi od raspona nosača, intenziteta opterećenja i deformacijskih kriterijuma!

- U visokogradnji  $h = L/20 - L/35$
- Kod drumskih mostova  $h = L/15 - L/25$
- Kod železničkih mostova  $h = L/10 - L/15$

##### Debljina rebara:

U funkciji visine rebara ( $h_w$ ) i intenziteta naprezanja:

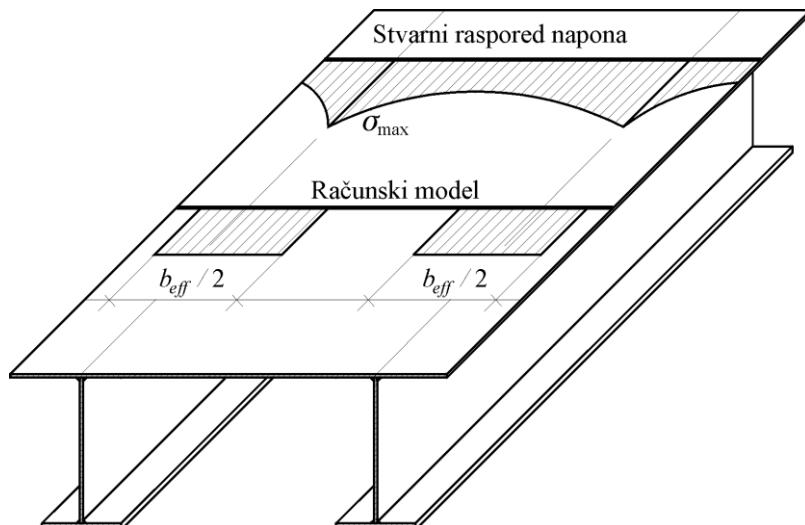
$$t_w[\text{mm}] = \begin{cases} 8 + 2h_w[\text{m}] & \text{za manja opterecenja} \\ 9 + 2.5h_w[\text{m}] & \text{za veća opterecenja} \end{cases}$$

U funkciji kvaliteta celiaka

$$t_w[\text{mm}] = \begin{cases} h_w/120 & \text{S235} \\ h_w/100 & \text{S355} \end{cases}$$

Pri proracunu sanducastih nosaca sa sirokim pojasevima obavezno treba odrediti efektivnu sirinu pojasa s obzirom na neravnomernu raspodelu normalnih napona usled uticaja smicanja poznatog kao shear lag efekat. Ovo je posebno izrazeno kod sirokopojasnih nosaca manjih raspona. Kod pritisnutih pojasnih lamela treba proveriti i lokalnu stabilnost lima na izbocavanje, pa se efektivna sirina određuje na osnovu interakcije izbocavanja i shear lag efekta. Problem izbocavanja uglavnom se resava postavljanjem poduznih i poprecnih ukrucenja, cime se obezbedjuje da, sa stanovista izbocavanja, citava lamela bude aktivna.

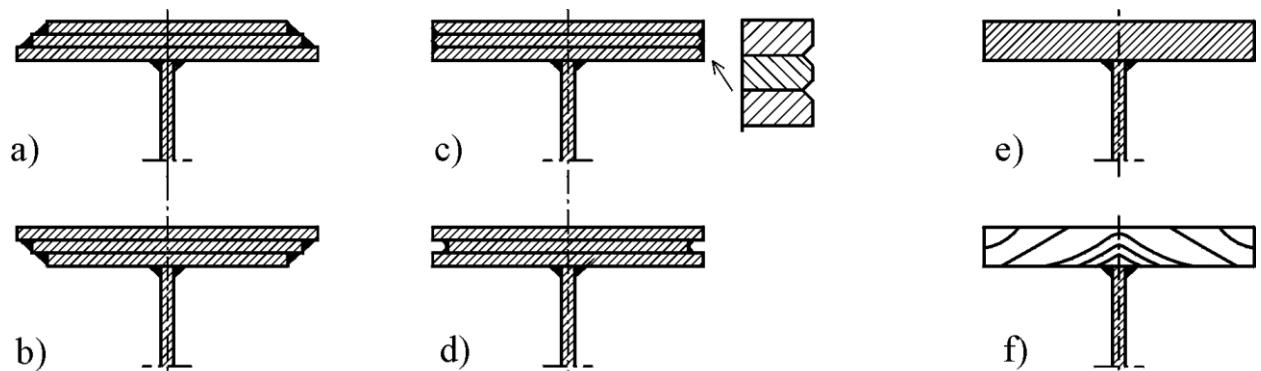
### Efektivna širina pojasa – shear lag efekat



### Dimenzije pojasnih lamela kod jednozidnih nosača

- Maksimalna širina pojasne lamele uslovljena je vitkošću konzolnog prepusta ( $\lambda_k = c/t_f$ );
- Da bi kompletan pojasnji model bio efektivan (klase 3), neophodno je da bude ispunjen uslov:  $c/t_f < 14\epsilon$ , odnosno  $t_f > c/14\epsilon$ , gde je  $c$  referentna dužina konzolnog prepusta pojasne lamele (nožice);
- Preporučena maksimalna debljina pojasne lamele ( $t_f$ ) je:
  - 50 mm za S235
  - 30 mm za S355
- Primena kvalitetnih čelika (normalizovanih - N, termomehanički valjanih M ili HISTAR) omogućava korišćenje limova veće debljine bez redukcije mehaničkih svojstava ( $f_y$  i  $f_u$ ) i problema sa zavarivanjem!

### Uobičajeni oblici poprečnog preseka pojasnih lamela



Resenje sa **slike a** je povoljno sto se tice same tehnike zavarivanja. Poduzni i ceoni ugaoni savovi mogu da se izvedu u jednom potezu oko citave pojasnog lamele. Resenje sa **slike b** je staticki povoljno, medjutim poduzni i ceoni savovi ne lezu u istoj ravni, pa je prelaz sa jednog na drugi komplikovan. Resenje pod **c** je estetski najprihvatljivije ali zahteva dodatnu obradu ivica. Resenje pod **d** je najnepovoljnije zbog stvaranja zljeba u koji ce da upada prasina i prljavstina samim tim smanjuje se korozivna otpornost.

## Potrebna površina pojasne lamele $A_f$

Uslov (za preseke klase 3):

$$W_{y,el} \geq \frac{M_{y,Ed}}{f_y I / \gamma_{M0}} - \text{potreban otporni moment}$$

$$I_y = \frac{1}{12} h_w^3 t_w + 2A_f \left( \frac{h_w}{2} \right)^2$$

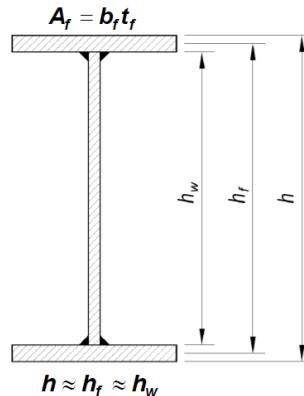
$$W_{y,el} = \frac{I_y}{h_w / 2} = \frac{1}{6} h_w^2 t_w + A_f h_w$$

$$A_f \geq \frac{M_{y,Ed} / h_w}{f_y I / \gamma_{M0}} - \frac{1}{6} h_w t_w$$

Alternativno

$$A_f \approx \frac{M_{y,Ed} / h_w}{f_y I / \gamma_{M0}} - 0,15 h_w t_w$$

$$A_f \approx 0,9 \frac{M_{y,Ed} / h_w}{f_y I / \gamma_{M0}}$$



### 54. Kontrole graničnih stanja kod punih limenih nosača

#### Granična stanja nosivosti - ULS:

- Kontrola nosivosti poprečnih preseka ( $V_{Rd}, M_{Rd}$ );
- Kontrola nosivosti nosača na bočno-torzionalo izvijanje ( $M_{b,Rd}$ );
- Kontrola lokalnog naprezanja (npr. od pritiska točka kod kranskih nosača i mostova) i interakcija sa globalnim naponima;
- Kontrola nosivosti na izbočavanje (usled normalnih naponi pritiska i smicanja, ili lokalnih poprečnih koncentrisanih sila);
- Kontrola nosivosti na zamor (dinamički opterećene konstrukcije);

#### Granična stanja upotrebljivosti - SLS:

- Kontrola deformacija (ugiba i obrtanja);
- Kontrola vibracija (ako je potrebno);
- Kontrola napon (ako je potrebno);

**Kontrole nosivosti poprečnih preseka treba sprovesti u svim merodavnim presecima, za sve potencijalno kritične kombinacije uticaja!**

### 55. Oblici punih limenih nosač i pokrivanje dijagrama momenata (stvarni i teorijski početak ojačanja)

- Prilagođavanjem nosivosti poprečnih preseka nosača stvarnim uticajima može se smanjiti količina čelika;
- Ovo nije racionalno kod nosača malih raspona;
- Kontrola SLS (ugiba,...) treba da se sproveđe sa stvarnom geometrijom nosača!

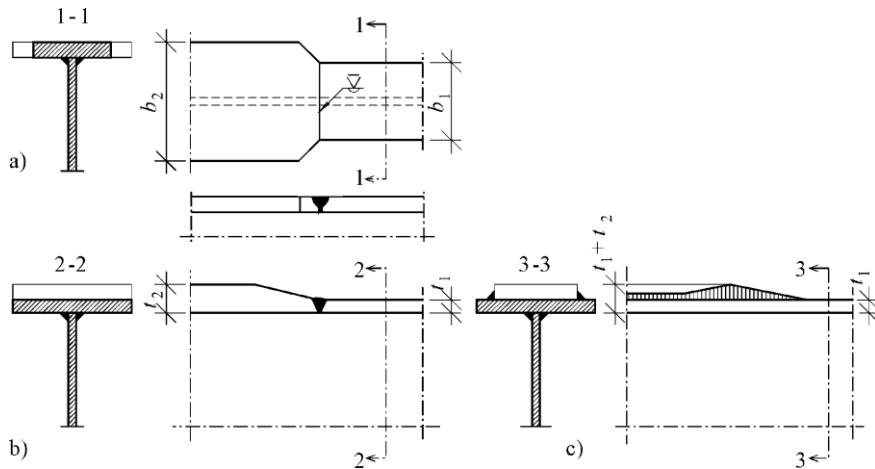
#### Promena geometrijskih karakteristika preseka može se ostvariti:

- promenom visine rebara nosača;
- promenom površine pojasnih lamela (nožica).

#### Promena površine pojasne lamele – ojačanje se može isvesti:

- a) promenom širine pojasnih lamela;
- b) promenom debljine pojasnih lamela;
- c) primenom dodatnih pojasnih lamela.

## Ojačanja pojasne lamele



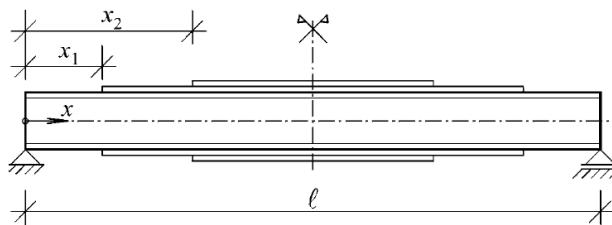
Dakle, bez obzira na koji nacin se ostvaruje promena povrsine pojasa, razlikuju se presek koji ima minimalnu nosivos i jedan ili vise preseka ojacanih preseka u zavisnosti od stepena iskoriscenja nosaca. Polozaj pocetka i zavrsetka ojaca zavisi od anvelope momenata savijanja i nosivosti osnovnog i ojacaog preseka. Odredjivanje teorijskog pocetka ojaca se naziva pokrivanje dijagrama momenata savijanja i moze da se izvrsi grafickim ili numerickim putem.

Graficko odredjivanje teorijskog pocetka ojaca vrsi se tako sto se na jednom crtezu u istoj razmeri nanesu anvelopa momenata savijanja i horizontalne linije koje predstavljaju nosivost osnovnog i ojacanih preseka. Preseci ovih linija sa anvelopom momenata predstavljaju teorijske pocetke i zavrsetke ojaca pojasnih lamele.

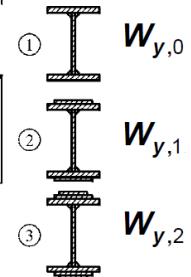
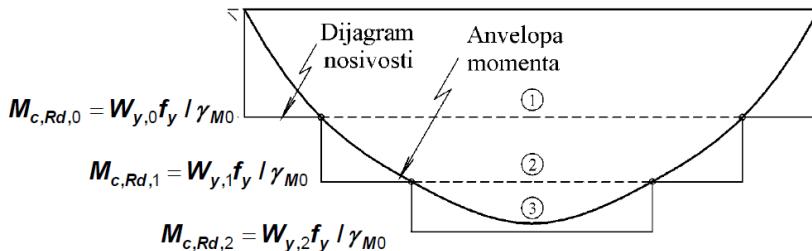
$$M_{Ed}(x) = M_{c,Rd,i}$$

$M_{Ed}(x)$  je anvelopa momenata savijanja;

$M_{c,Rd,i}$  je moment nosivosti  $i$ -tog preseka



$$M_{c,Rd,i} = W_{y,i} f_y / \gamma_{M0}$$



Numericko odredjivanje teorijskog pocetka ojaca zasniva se na poznavanju analitickog izraza za anvelopu momenata. Anvelopa momenata je funkcija koja zavisi od jedne promenljive, to jest od poduzne koordinate  $x$ . Iz uslova

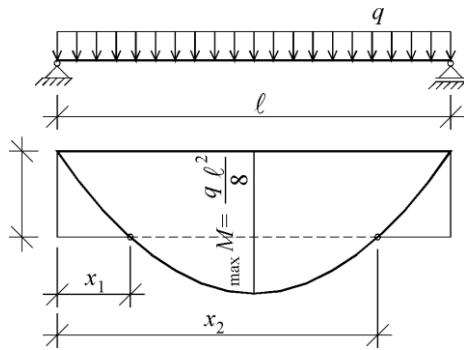
$$M(x) = M_{c,Rd,i}$$

Gde je  $M_{c,Rd,i}$  nosivost  $i$ -tog preseka, a  $M(x)$  funkcija anvelope momenata, moze da se odredi teorijski pocetak ojaca, odnosno pocetak naredne lamele( $i+1$ ).

Za prostu gredu opterecenu jednako podeljenim opterecenjem, moze se relativno jednostavno odrediti teorijski pocetak ojaca. U ovom slucaju anvelopa momenata je poznata kvadratna funkcija, pa se uslov transformise na sledeci nacin:

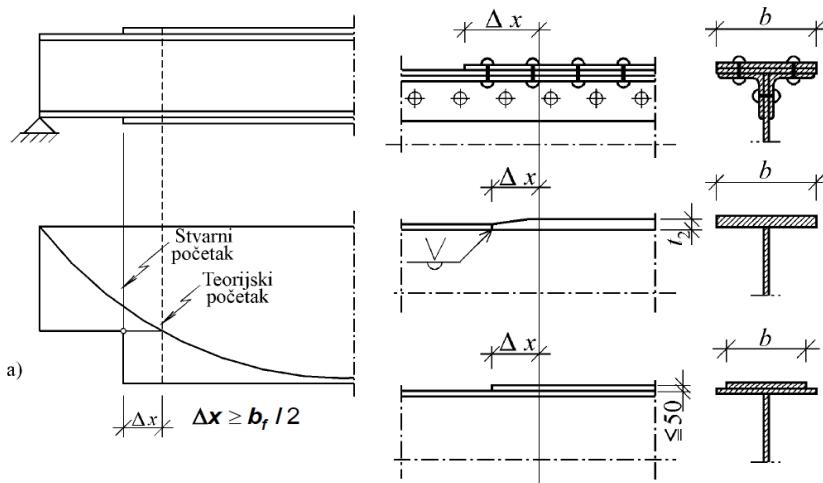
$$M(x) = \frac{qL}{2}x - \frac{q}{2}x^2 = M_{nos,i}$$

Resenje kvadratne jednacine u opstem slucaju ima dva realna resenja, koja predstavljaju teorijski pocetak i zavrsetak ojicanja, a dobijaju se u sledecem obliku:



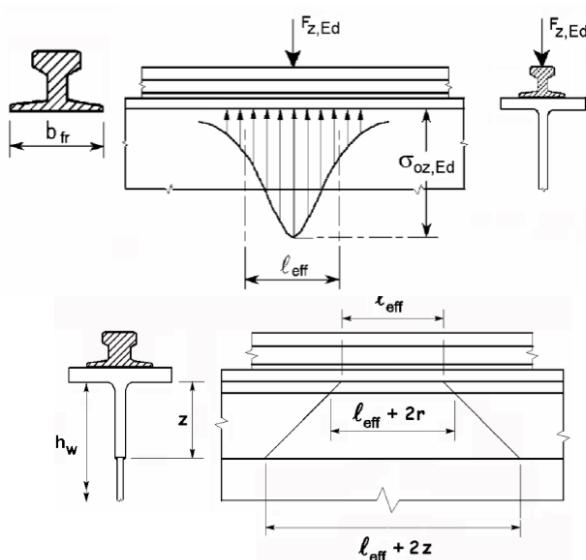
$$x_{1,2} = \frac{l}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_{c,Rd,0}}{M_{max,Ed}}} \right)$$

### Stvarni početak ojačanja



56. Lokalna naprezanja rebra punog nosača usled lokalnih koncentrisanih sila. Interakcija naprezanja

### Lokalna naprezanja rebra kranskog nosača usled pritiska točka



Naponi u rebru, neposredno ispod gornje nožice:

$$\sigma_{oz,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{l_{eff} t_w}$$

$$\tau_{oxz,Ed} = 0.2 \sigma_{oz,Ed}$$

Normalni napon po visini rebra:

$$\sigma_{oz,Ed}(z) = \frac{F_{z,Ed}}{(l_{eff} + 2z)t_w}$$

Propagacija normalnog napona pod uglom od 45°

## Efektivna dužina

Kada je sina kruto vezana sa nozicom (zavarena)

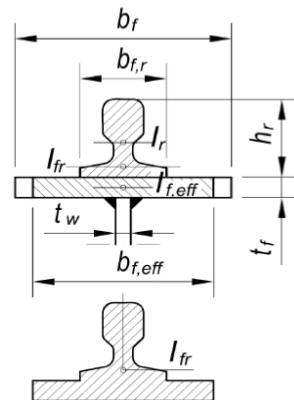
$$l_{eff} = 3.25 \sqrt[3]{I_{rf}/t_w}$$

Kada sine nije kruto vezana sa nozicom

$$l_{eff} = 3.25^3 \sqrt{(I_r + I_{f,eff})/t_w}$$

Kada je sina oslonjena preko podmetaca od elastomera

$$l_{eff} = 4.25 \sqrt[3]{(I_r + I_{f,eff})/t_w}$$



**$I_r$**  moment inercije sine oko horizontalne tezisne ose

$I_{f,eff}$  moment inercije efektivnog dela nozice ( $b_{f,eff}$ ) oko horizontalne tezisne ose

$I_{rf}$  moment inercije zajednickog preseka sine i efektivnog dela nozice ( $b_{f,eff}$ ), oko horizontalne tezisne ose

$$b_{f,eff} = b_{fr} + h_r + t_f$$

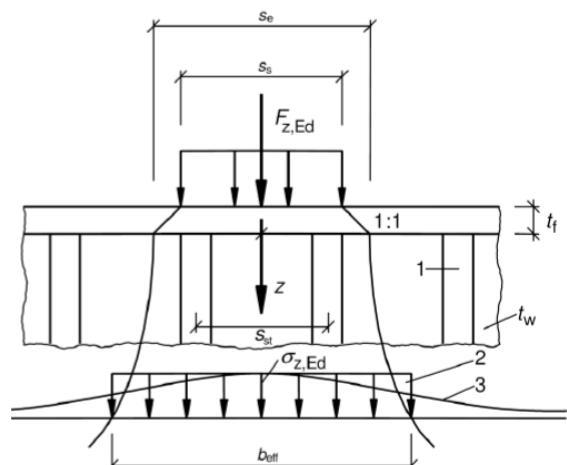
#### Lokalna naprezanja rebra usled poprečnog pritiska (*patch load*)

$$\sigma_{z,Ed} = \frac{F_{Ed}}{b_{eff}(t_w + a_{st,1})}$$

$$b_{eff} = s_e \sqrt{1 + \left(\frac{z}{s_e n}\right)^2}$$

$$n = 0.636 \sqrt{1 + \frac{0.878a_{st,1}}{t_w}}$$

$$s_e = s_s + 2t_f$$



$a_{st,1}$  bruto povrsina poprecnog preseka ukrucenja "razmazana" na duzini  $s_e$ . Konzervativno moze da se usvoji kao povrsina ukrucenja podeljena sa  $s_{st}$ .

$t_w$  debљина ребра  
 $z$  растојање до нозице

#### Kontrola interakcije naprezanja u rebru nosača

$$\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{oz,Ed}^2 + \sigma_{x,Ed}\sigma_{oz,Ed} + 3(\tau_{xz,Ed} + \tau_{oxz,Ed})^2} \leq f_y/\gamma_m$$

$\sigma_{x,Ed}$  proračunska vrednost normalnog napona usled globalnih uticaja u nosaču ( $M_{y,Ed}$  i eventualno  $N_{Ed}$ );

**$\tau_{xz,Ed}$**  proračunska vrednost smičućeg napona usled globalnih uticaja u nosaču ( $V_{Ed}$ );

$\sigma_{oz,Ed}$  proračunska vrednost normalnog napona usled lokalnog pritiska (točak krana ili drugo poprečno opterećenje - *patch load*);

$\tau_{oxz,Ed}$  proračunska vrednost smičućeg napona usled lokalnog pritiska;

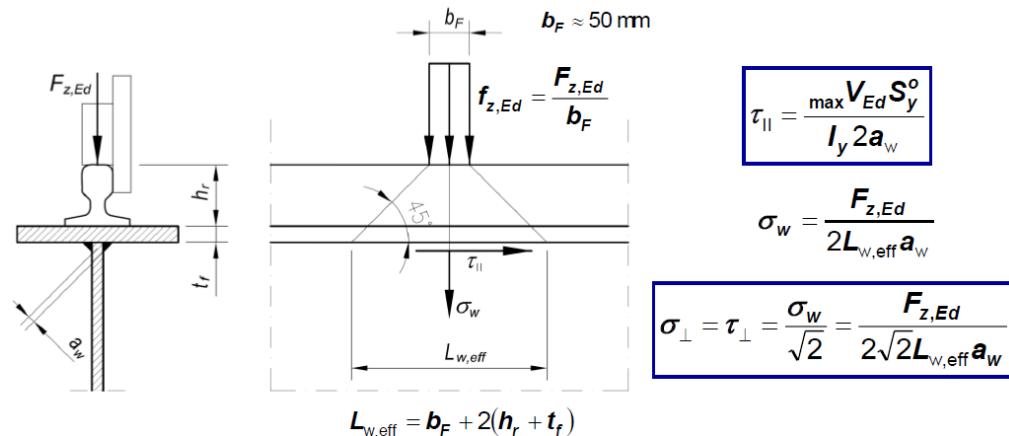
$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{I_y} z$$

$$\tau_{xz,Ed} = \frac{V_{Ed}S_y}{I_y t_w}$$

## 57. Proračun šavova za vezu rebra sa nožicom kod kranskih nosača

### Veza pojasne lamele sa rebrom nosača

#### Opšti slučaj - kranski nosači

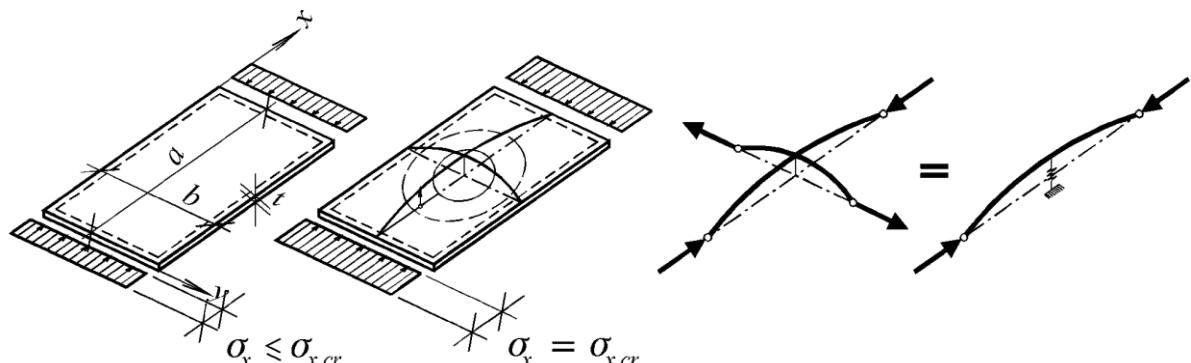


### Kontrola napona u ugaonim šavovima

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{ll}^2 + \tau_{\perp}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

## 58. Izbočavanje pravougaone ploče (teorijske osnove)

Pravougaona ploca opterecena normalnim naponom pritiska  $\sigma_x$  duz sve paralelne ivice i zglobno oslonjena duz sve cetiri ivice, pri malim naprezanjima nema deformacije upravne na svoju srednju ravan. Povecanjem napona ploca se postepeno deformise upravno na svoju srednju ravan, a nastale deformacije su elasticne jer se nakon uklanjanja opterecenja ploca vraca se u prvobitni položaj. Međutim, ako se opterecenje i dalje povecava, u jednom trenutku dolazi do trajne deformacije -izbocene, koja ostaje i nakon uklanjanja opterecenja. Ploca prelazi u drugo, indiferentno ravnotezno stanje, a napon pri kojem dolazi do pojave izbocavanja naziva se kritican napon elasticnog izbocavanja –  $\sigma_{x,cr}$ .



a) Neizbočena ploča

b) Izbočena ploča

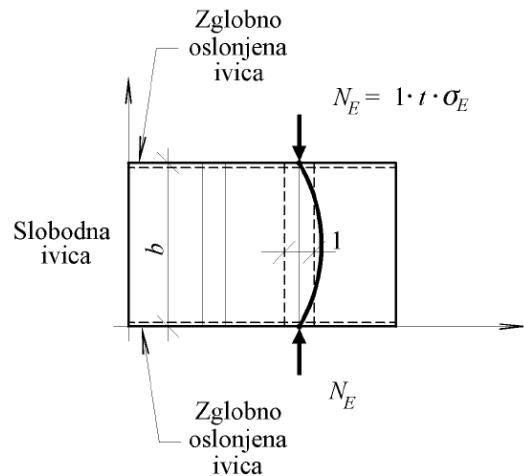
c) Srednja vlakna posle izbočavanja

Problem izbocavanja može da se objasni na uproscenom linijskom modelu u vidu rostilja obrazovanog od poduznih i poprecnih srednjih vlakana (slika c). Poduzna vlakna su pritisnuta, ali ne mogu slobodno da se izviju, jer ih sprecavaju poprecna zategnuta vlakna, koja na neki nacin predstavljaju elastican oslonac. Ukoliko nije obezbedjeno oslanjanje poduznih ivica ploče, koje su paralelne sa pravcem delovanja sile, poprecna vlakna gube stabilizujuću ulogu, pa se problem izbocavanja ploče svodi na izvijanje povrsinskog elementa upravno na svoju ravnu. Tada za traku jedinicne sirine Ojlerov napon izvijanja glasi :

$$\sigma_E = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2} = \pi^2 \frac{E}{b / (\sqrt{12} t)^2} = \frac{\pi^2 E}{12} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

Ojlerov napon izbocavanja:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$



#### 59. Kritičan napon elastičnog izbočavanja – parametri od uticaja

##### Naponska stanja koja izazivaju izbočavanje

Do izbočavanja može da dođe usled dejstva:

- Normalnog napona pritiska  $\sigma_x$  i/ili  $\sigma_y$
- Smičućeg napona  $\tau_{xy}$
- Kombinacije normalnog napona pritiska i smičućeg napona
- Lokalne poprečne sile pritiska;

Za razliku od izvijanja, izbočavanje ne mora obavezno da predstavlja i gubitak globalne stabilnosti konstrukcije, ili njenog dela. Postoji postkritična rezerva nosivosti.

##### Osnove linearno-elastične teorije izbočavanja

- Materijal je idealno elastičan;
- Nema početnih geometrijskih imperfekcija;
- Opterećenje deluje u srednjoj ravni ploče;
- Deformacije upravno na ravan ploče ( $w$ ) su male.

##### Diferencijalna jednačina izbočavanja

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \sigma_x \frac{t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{krutost ploče na savijanje}$$

$\sigma_x$  normalni napon pritiska u srednjoj ravni ploče;

$t$  debljina ploče;

$w$  nepoznata pomeranja, upravna na ravan ploče;

## Rešenje diferencijalne jednačine

Prepostavlja se rešenje u obliku dvostrukog Furijeovog reda:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$A_{mn} \left\{ \pi^4 \left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 - \pi^2 \left( \frac{m}{a} \right)^2 \sigma_x \frac{t}{D} = 0 \right\}$$

Iz uslova o egzistenciji netrivijalnog resenja  $A_{mn} \neq 0$ , može da se odredi izraz za normalni napon:

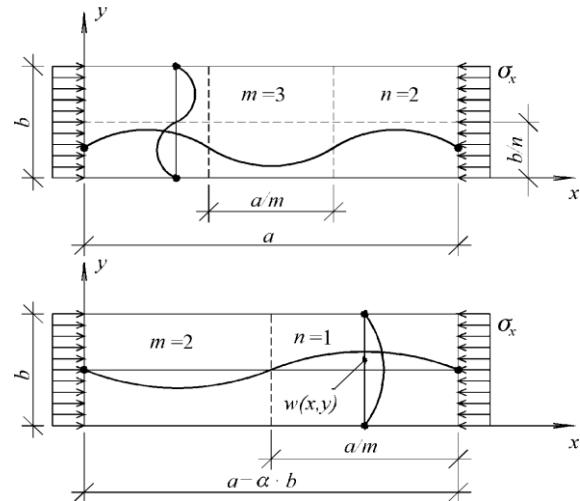
$$\sigma_x = \left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 \pi^2 \left( \frac{a}{m} \right)^2 \frac{D}{t}$$

Prethodnim izrazom odredjen je napon  $\sigma_x$ , pri kojem dolazi do izbocavanja, u funkciji parametara  $m$  i  $n$ , koji imaju jasno fizicko značenje i predstavljaju broj polulalasa izbocavanja u pravcu  $x$ , odnosno  $y$  ose, respektivno. Ako se sa  $\alpha$  označi odnos duzine i sirine ploce i krutost ploce na savijanje  $D$  zameni svojim izrazom, dobija se :

$$\sigma_x = \left[ \frac{m}{\alpha} + n^2 \frac{\alpha}{m} \right]^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

$$\sigma_x = \left[ \frac{m}{\alpha} + n^2 \frac{\alpha}{m} \right]^2 \sigma_E = k \sigma_E$$

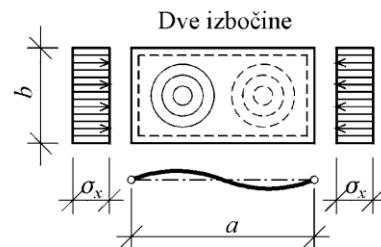
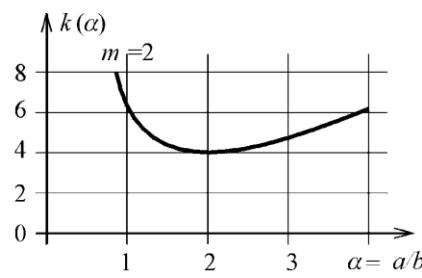
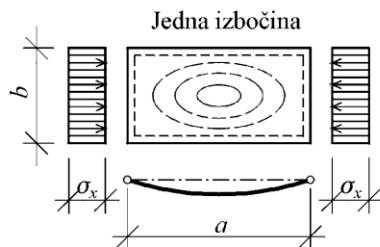
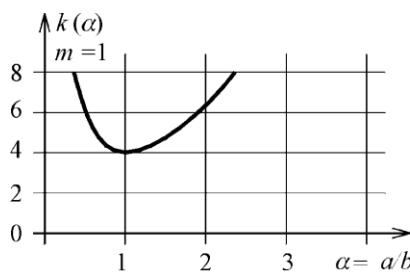
$$k = \left[ \frac{m}{\alpha} + n^2 \frac{\alpha}{m} \right]^2$$



Kako je Ojlerov napon, za zadatu geometriju ploce, konstantan, vrednost kriticnog napona elasticnog izbocavanja dobija se kada koeficijent  $k$  ima minimalnu vrednost. Lako se uočava da koeficijent  $k$  ima minimalne vrednosti za  $n = 1$ , to jest kada se po sirini ploce javlja samo jedan polulatas, odnosno izbocina. U tom slučaju izraz za koeficijent  $k$  ima sledeći oblik:

$$k = \left[ \frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right]^2$$

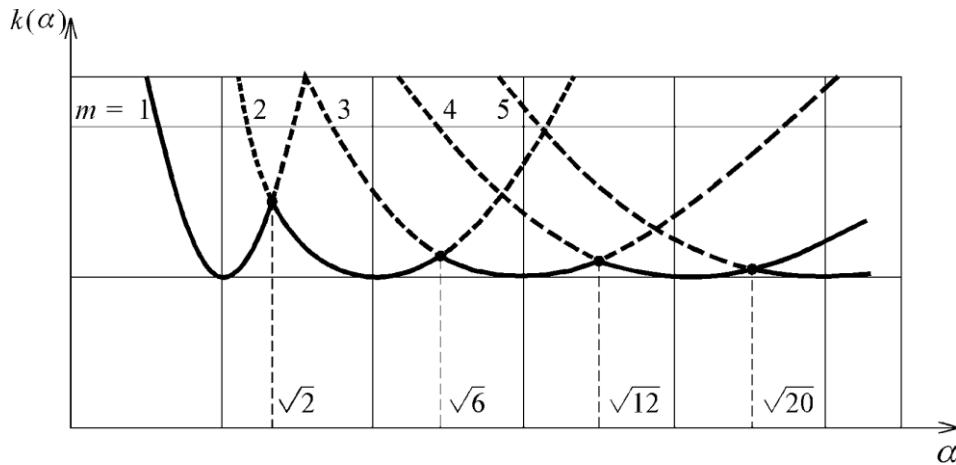
Imajuci u vidu fizicko značenje parametra  $m$ , on može da ima samo celobrojne vrednosti od 1 do  $j$  gde je  $j$  broj polulalasa po duzini ploce. Na taj način dobija se familija krivih za  $m = 1, 2, 3 \dots j$ .



Za  $m = 1$  funkcija ima sledeći oblik :

$$k = \left( \frac{1}{\alpha} + \alpha \right)^2$$

a koeficijent  $k$  ima minimalnu vrednost  $k_{min} = 4.0$  za  $\alpha = 1$ . Na sličan nacin može da se pokaze da, kada je  $m=2$ , koeficijent  $k$  ima istu minimalnu vrednost  $k_{min} = 4.0$  za  $\alpha = 2$ . Daljom analizom može da se utvrdi da sve krive imaju iste minimalne vrednosti  $k_{min} = 4.0$  i da je položaj minimuma određen brojem polutalasa izbocavanja  $\alpha(m) = m$ . Obvojnica minimalnih vrednosti familije krivih prikazana je na sledećoj slici .



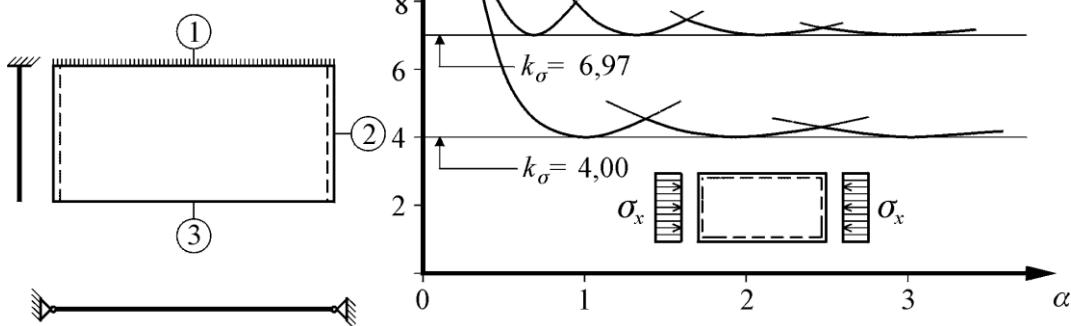
#### Parametri koji utiču na vrednost kritičnog napona

- **Dimenzije ploče** (debljina  $t$ , dužina  $a$  i širina  $b$ ) - uvode se u proračun preko Ojlerovog napona;
- **Uslovi oslanjanja ploče** - uvode se u proračun preko koeficijenta  $k$  ( $k_\sigma$  ili  $k_\tau$ );
- **Način naprezanja ploče** - uvodi se u proračun preko koeficijenta  $k$  ( $k_\sigma$  ili  $k_\tau$ );

#### Uticaj uslova oslanjanja

U klasicnoj teoriji savijanja ploca razlikuju se tri vida oslanjanja. Ivica ploce može da bude ukljedena, zglobno oslonjena ili slobodna. Kod ploca cije su ivice ukljedene vrednost kritičnog napona veća je nego kod zglobno oslonjenih.

- ① Uklještena ivica
- ② Zglobno oslonjena ivica
- ③ Slobodna ivica

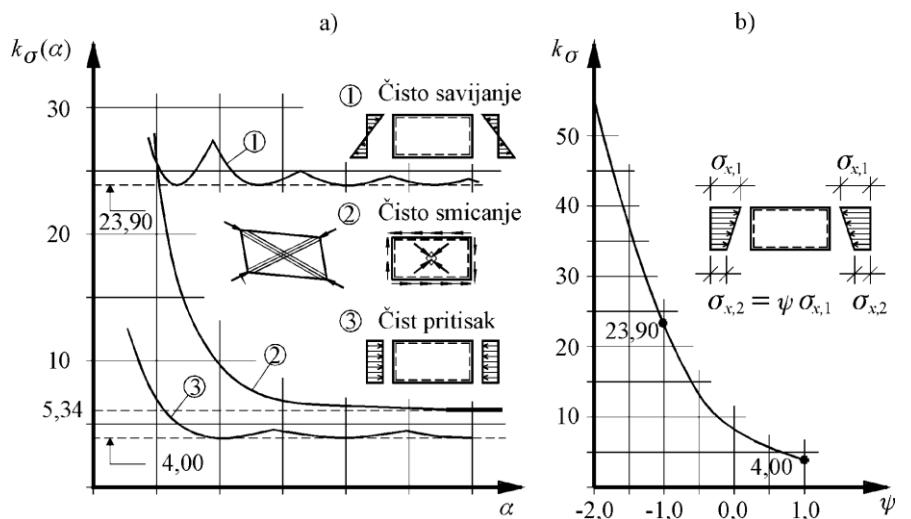


#### Uticaj načina naprezanja

Nacin naprezanja znatno utice na vrednost kritičnog napona elasticnog izbocavanja. Sto se tice normalnih napona, vec je receno da kod ploca opterecenih normalnim naponom zatezanja, nema opasnosti od pojave lokalne nestabilnosti. Međutim, ako je bar deo ploce opterecen normalnim naponom pritiska, postoji realna opasnost od pojave izbocavanja. Kako zona pritiska raste, opada vrednost kritičnog napona, a raste opasnost od pojave izbocavanja. Prema tome, ploca koja je po citavoj visini opterecena konstantnim naponom pritiska predstavlja najnepovoljniji slučaj sa stanovista izbocavanja.

Problem izbocavanja javlja se i kod ploca opterecenim cistim smicanjem. Do izbocavanja ploca smicanjem dolazi usled dejstva glavnog napona pritiska, koji deluje u dijagonalnom pravcu. Kritican napon, slicno kao kod ploce opterecene normalnim naponom pritiska, moze da se odredi na sledeci nacin:

$$\tau_{xy,cr} = k_\tau \sigma_E$$



U tabeli su date vrednosti koeficijenata  $k_\sigma$  i  $k_\tau$  za nekoliko karakterističnih slučajeva naprezanja i oslanjanja.

Uslovi oslanjanja	Normalni naponi ( $k_\sigma$ )					Smičuci naponi ( $k_\tau$ )
	$\psi = 1$	$\psi = 0,5$	$\psi = 0$	$\psi = -0,5$	$\psi = -1$	
	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	
	4,00	5,32	7,81	13,40	23,90	$\alpha \geq 1 : k_\tau = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2}$ $\alpha < 1 : k_\tau = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2}$
	6,97	9,27	13,54	24,50	39,52	$\alpha \geq 1 : k_\tau = 9 + \frac{3,3}{\alpha^2}$ $\alpha < 1 : k_\tau = 7 + \frac{5,3}{\alpha^2}$
	5,41	-	11,73	-	23,94	$\alpha \geq 1 : k_\tau = 7,5 + \frac{4}{\alpha^2}$ $\alpha < 1 : k_\tau = 6,5 + \frac{5}{\alpha^2}$
	5,41	-	9,54	-	-	-
	1,28	-	5,91	-	2,134	-
	1,28	-	1,608	-	-	-
	0,426	-	1,702	-	0,851	-
	0,426	-	0,567	-	-	-

Rebra punih limenih nosaca, zbog svoje velike vitkosti posebno su osetljiva na izbocavanje. Uslovi oslanjanja rebra su takvi da se, sa zadovoljavajucom tacnoscu, kao proracunski model moze koristiti ploca zglobno oslojnjena na sve cetiri strane. Kako su nosaci optereceni na savijanje, normalan napon  $\sigma_x$  se linearno menja po visini rebra. Za slučajeve koji nisu obuhvaceni tebelom, koeficijent  $k_\sigma$  moze da se odredi u funkciji parametra  $\Psi$ :

$$k_\sigma \begin{cases} 8.2/(1.05 + \Psi) & \text{za } 0 < \Psi < 1 \\ 7.81 - 6.29\Psi + 9.78\Psi^2 & \text{za } -1 < \Psi < 0 \\ 5.98(1 - \Psi)^2 & \text{za } -3 < \Psi < -1 \end{cases}$$

## 60. Nosivost pravougaone ploče na izbočavanje – koncept efektivnog preseka

Ponasanje ploce u postkriticnoj fazi moze da se opise proracunskim modelom koji podrazumeva konstantan raspored napona na efektivnoj sirini  $b_{eff}$ . Efektivna sirina ploce koja ostaje aktivna i nakon elasticnog izbocavanja. Ona moze da se odredi iz uslova da je kritican napon elasticnog izbocavanja za plocu efektivne sirine  $b_{eff}$  jednak naponu na granici razvlacenja. Prema tome :

$$f_y = \sigma_{x,cr}(b_{eff}) = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_{eff}}\right)^2$$

Daljom transformacijom:

$$f_y = \sigma_{x,cr}(b_{eff}) = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_{eff}}\right)^2 \left(\frac{b}{b_{eff}}\right)^2 = \sigma_{x,cr} \left(\frac{b}{b_{eff}}\right)^2$$

izraz za efektivnu sirinu dobija sledeci oblik:

$$b_{eff} = b \sqrt{\sigma_{x,cr}/f_y}$$

$\sigma_{x,cr}$  kritican napon elasticnog izbocavanja za plocu sirine b.

Ako se, slicno kao kod izvijanja stapa i bocno torzionog izvijanja nosaca, uvede relativna vitkost ploce  $\bar{\lambda}_p$  koja je definisana izrazom:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{f_y/\sigma_{x,cr}}$$

Efektivna sirina ploce moze da se napise na sledeci nacin:

$$b_{eff} = b \frac{1}{\bar{\lambda}_p} = \rho b$$

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p}$$

$\rho$  je Karmanova hiperbola koje daje zavisnost izmedju relativne vitkosti ploce i efektivne sirine. Ona ne obuhvata uticaj struktturnih i geometrijskih imperfekcija koje su neminovne kod realnih ploca.

$$\rho = \rho(\bar{\lambda}_p) \leq 1$$

$\rho$  koeficijent redukcije za realne ploce treba da uzme u obzir strukturne i geometrijske imperfekcije.

## 61. Efektivne širine konzolnih i unutrašnjih delova preseka

### Određivanje koeficijenta redukcije $\rho$ :

- za unutrasnje pritisnute delove poprecnog preseka:

$$\rho = 1.0 \quad \text{za} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055\psi}$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{za} \quad \bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055\psi}$$

- za konzolne pritisnute delove poprecnog preseka:

$$\rho = 1.0 \quad \text{za} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0.748$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0 \quad \text{za} \quad \bar{\lambda}_p > 0.748$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,cr}}} = \sqrt{\frac{f_y}{k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu)} \left(\frac{t}{\bar{b}}\right)}} = \frac{\bar{b}/t}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

$\bar{\lambda}_p$  relativna (bezdimenzionalna) vitkost ploce na izbocavanje

$\bar{b}$  odgovarajuća sirina razmatranog dela preseka

$t$  debljina lima (ploce)

$\psi$  odnos normalnih napona ( $\psi = \sigma_2/\sigma_1$  gde je  $\sigma_1$  maksimalni normalni napon pritiska na razmatranom delu preseka, a  $\sigma_2$  normalni napon na suprotnoj ivici istog dela preseka)

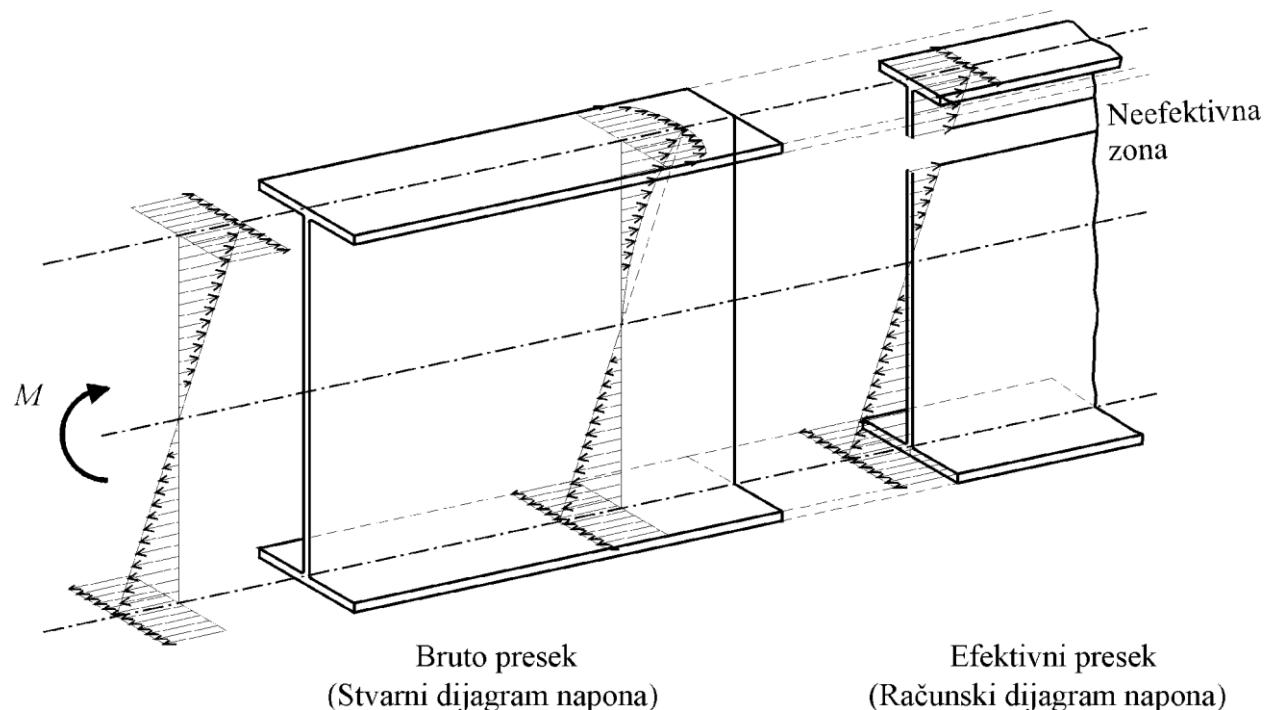
$k_\sigma$  koeficijent izbocavanja koji zavisi od granicnih uslova (uslova oslanjanja po konturi razmatranog dela preseka) i odnosa napona  $\psi$ .

$\sigma_{x,cr}$  elastičan kritičan napon izbocavanja  $\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E = k_\sigma 190000(t/\bar{b})^2$  u  $[N/mm^2]$

$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$  gde je  $f_y$  granica razvlačenja u  $[N/mm^2]$

## 62. Efektivni poprečni presek. Povećanje nosivosti primenom ukrućenja

Efektivni poprečni presek – puni limeni nosači



## Postupak proračuna prema konceptu efektivnog preseka

- Na ovaj način može da se sproveđe proračun stabilnosti na izbočavanje usled dejstva normalnih napona pritiska (poprečni preseci klase 4);
- Sračunavaju se efektivne širine pojedinih, pritisnutih delova poprečnog preseka (pritisnuta nožica i deo rebra nosača);
- Neefektivni delovi poprečnog preseka tretiraju se kao "rupe";
- Određuju se geometrijske karakteristike preostalog, efektivnog poprečnog preseka ( $A_{eff}$ ,  $I_{eff}$ ,  $W_{eff}$ , ...) i vrši kontrola nosivosti:  $M_{Ed} \leq M_{c,Rd}$
- Nosivost se može povećati postavljanjem podužnih ukrućenja (uglavnom na rebru).

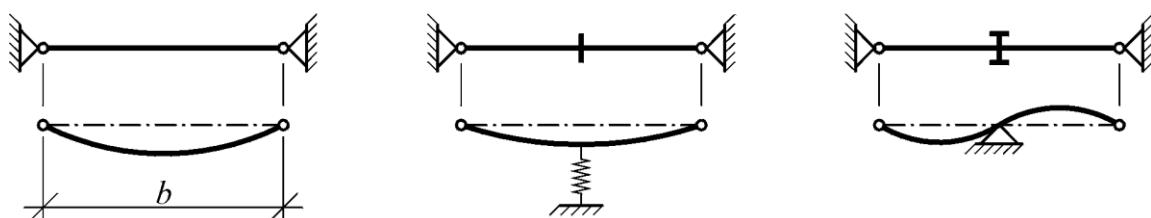
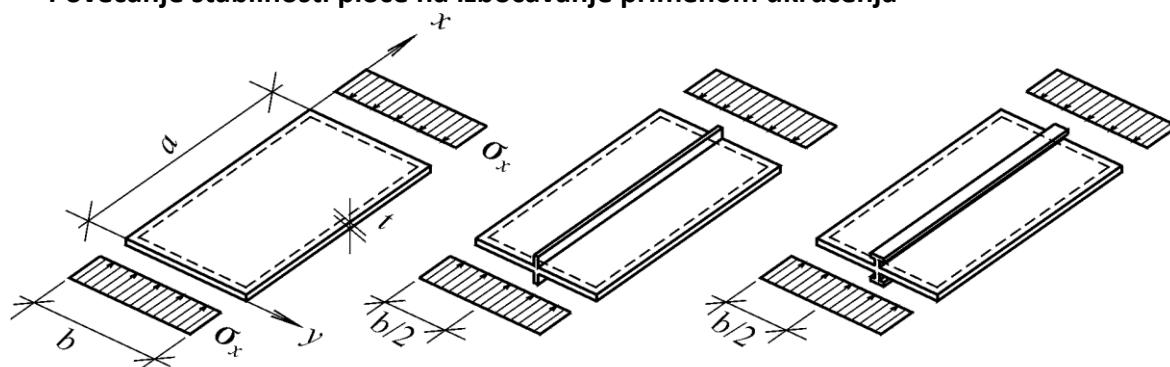
## Granične vitkosti pritisnutih delova poprečnog preseka prema EC3

Za nožice - konzolne pritisnute elemente ( $k_\sigma = 0.426$ ;  $\psi = 1$ ) :  $\bar{b}/t \leq 14\epsilon$

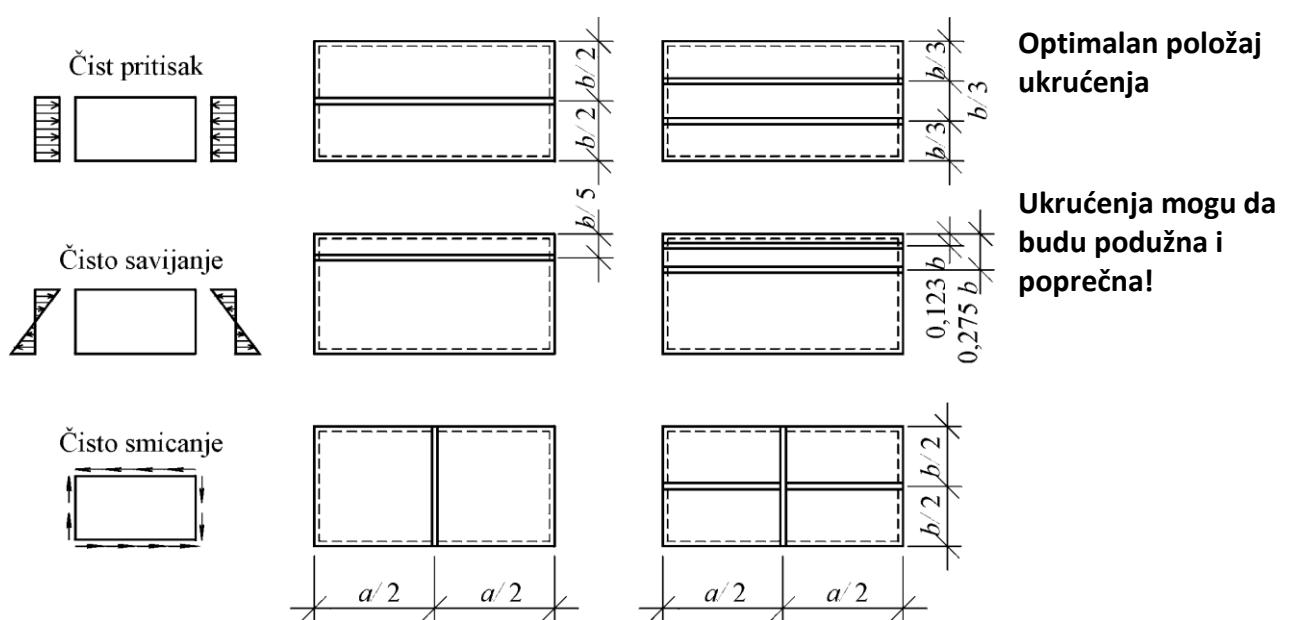
Za rebra – u slučaju čistog savijanja ( $k_\sigma = 23.9$ ;  $\psi = -1$ ) :  $\bar{b}/t \leq 124\epsilon$

Za rebra – u slučaju čistog pritiska ( $k_\sigma = 4.0$ ;  $\psi = 1$ ) :  $\bar{b}/t \leq 42\epsilon$

## Povećanje stabilnosti ploče na izbočavanje primenom ukrućenja



Postavljanjem ukrućenja na sredini polja, tj deljenjem polja na pojedinacna polja sirine  $b/2$  postize se cetvorostruko veći Ojlerov, a samim tim i kritičan napon izbocavanja.



### 63. Izbočavanje ukrućene ploče usled normalnih napona pritiska (efektivni presek, redukovana debljina)

#### Izbočavanje ukrućenih ploča usled normalnog napona pritiska

Proracun nosivosti na izbocavanje ukručenih ploca prema EC3 se zasniva na konceptu efektivnog poprecnog preseka. Za limove sa poduznim ukručenjima moraju da se uzmu u obzir uticaji lokalnog izbocavanja svih pritisnutih pojedinačnih polja kao i uticaji globalnog izbocavanja ukručenog lima.

Efektivna povrsina preseka svakog pojedinačnog polja treba da se odredi kao u slučaju neukručenog lima, pomocu koeficijenata redukcije  $\rho_{loc}$ , koji se određuje posebno za unutrasnje, odnosno za konzolne delove poprecnog preseka. Na ovaj nacin se uzima lokalno izbocavanje neukručenog lima izmedju poduznih ukručenja i ili rebara nosaca. Pored toga neophodno je da se proveri i globalno izbocavanje ukručene ploce.

Efektivna povrsina pritisnute zone ukručenog lima treba da se odredi na osnovu :

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t$$

$\rho_c$  koeficijent redukcije kojim se uzima u obzir uticaj globalnog izbocavanja ukručene ploce.

$t$  debljina ukručene ploce (lima)

$b_{edge,eff}$  sirine ivičnih pritisnutih delova lima uz rebro punog limenog elementa koji ne ucestvuje u globalnom izbocavanju ukručene ploce

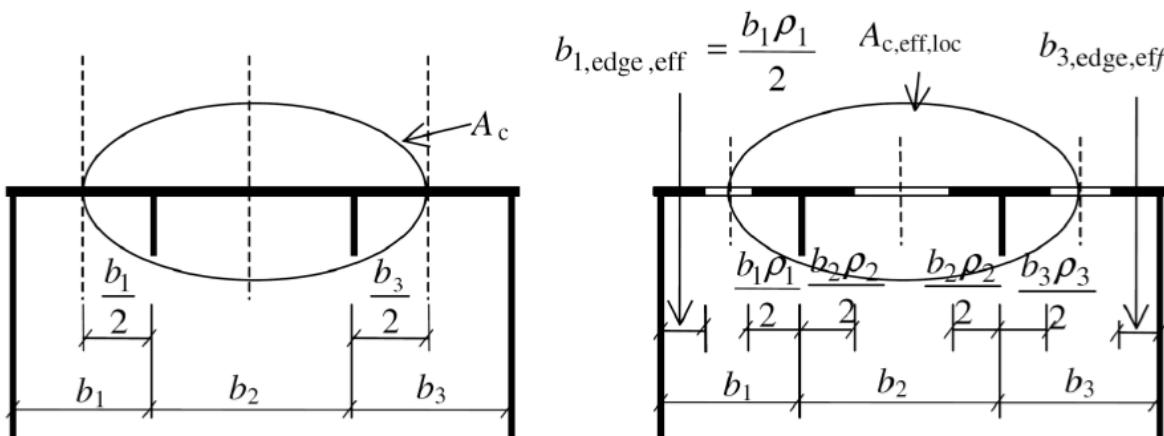
$A_{c,eff,loc}$  efektivna povrsina preseka svih ukručenja i pojedinačnih polja koja su potpuno ili delimično pritisnuti, izuzimajući ivične delove sirine  $b_{edge,eff}$

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + t \sum \rho_{loc,i} b_i = A_{sl,eff} + \sum b_{i,eff}$$

$A_{sl,eff}$  suma efektivnih preseka svih poduznih ukručenja koja se nalaze u pritisnutoj zoni, ciji je bruto poprecni presek  $A_{sl}$

$\rho_{loc,i}$  koeficijent redukcije usled lokalnog izbocavanja i-tog pojedinačnog polja

$b_{i,eff}$  efektivna sirina i-tog pritisnutog pojedinačnog polja



Pri određivanju koeficijenta redukcije  $\rho_c$ , pored površinskog ponasanja ploce, odnosno cistog izbocavanja treba da se uzme u obzir i stubni tip izbocavanja. Koeficijent  $\rho_c$  se određuje na osnovu interpolacije, izmedju koeficijenta redukcije  $\rho$  za cisto izbocavanje ploce i koeficijenta redukcije  $\chi_c$  za stubno ponasanje – izvijanje stuba.

Kada postoje i "shear lag" efekti, sto može biti slučaj nosaca sa sirokim pojasevima, efektivna povrsina pritisnute zone ukručenog lima  $A_{c,eff}$  treba da se odredi kao  $A_{c,eff}^*$  uzimajući u obzir, ne samo efekte izbocavanja, već i "shear lag" efekte.

## 64. Čisto izvijanje, čisto izbočavanje i njihova interakcija

Koeficijent redukcije  $\rho$  za cisto izbocavanje se određuje u funkciji relativne vitkosti, prema izrazima za neukrucenu plocu, relativna vitkost  $\bar{\lambda}_p$  koja se određuje na sledeći nacin:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\beta_{A,c} f_y / \sigma_{cr,p}}$$

$$\beta_{A,c} = A_{c,eff,loc} / A_c$$

$A_c$  bruto povrsina pritisnute zone ukrucenog lima, izuzimajuci delove pojedinačnih polja koji su oslonjeni na susedne pune limene elemente

$A_{c,eff,loc}$  efektivna povrsina istog dela ploce, uzimajući u obzir odbitak usled izbocavanja pojedinačnih polja i ukrucenja

$\sigma_{cr,p}$  kritičan napon izbocavanja ukrucene ploce

### Kritičan napon izbočavanja ukrućene ploče

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 190000 \left(\frac{t}{b}\right)^2 [N/mm^2]$$

$\sigma_{cr,p}$  je elastičan kritičan napon izbočavanja na ivici polja u kojoj se javlja maksimalan napon pritiska.

$k_{\sigma,p}$  se određuje iz literature, za odgovarajući raspored ukrucenja i dijagram normalnih napona, ili na osnovu odgovarajuće numeričke analize (softvera) na bazi MKE (npr. EBplate).

Prema SRPS EN 1993-1-5, za ukrucene limove sa bar tri ekvidistantna poduzna ukrucenja koeficijent izbocavanja  $k_{\sigma,p}$  može da se aproksimira sledecim izrazom:

$$k_{\sigma,p} = \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)} \text{ ako je } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma}$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} \text{ ako je } \alpha > \sqrt[4]{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{I_{sl}}{I_p}; \quad \delta = \frac{\sum A_{sl}}{A_p}; \quad \alpha = \frac{a}{b} \geq 0.5; \quad \psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \geq 0.5; \quad I_p = \frac{bt^3}{12(1 - \nu^2)}; \quad Ap = bt;$$

$I_{sl}$  moment inercije lima sa svim poduznim ukrucenjima

$I_p$  moment inercije lima na savijanje

$\sum A_{sl}$  suma bruto povrsina svih poduznih ukrucenja

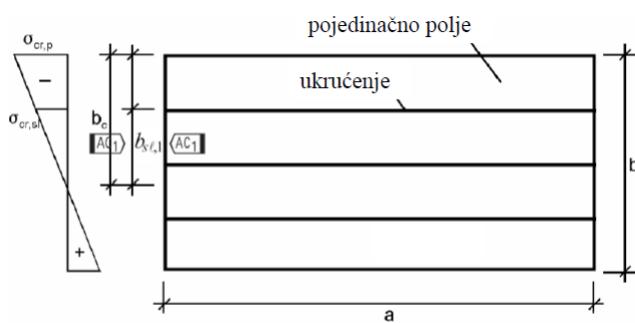
$Ap$  bruto povrsina lima

$\sigma_1$  veci ivicni napon pritiska

$\sigma_2$  manji ivicni napon pritiska

$a$  razmak poprecnih ukrucenja

### Rebro nosača sa podužnim ukrućenjima



$$\sigma_{cr,p} = \sigma_{cr,sl} b_c / b_{sl,1}$$

$a$  razmak između poprečnih ukrucenja;

$b$  visina lima (rebra)  $b=hw$ ;

$b_c$  visina pritisnutog dela rebra;

$b_{sl,1}$  rastojanje od neutralne ose do ukrucenja 1 (najopterećenijeg);

Kritičan napon izbočavanja ukrucene ploče  $\sigma_{cr,p}$  dobija se ekstrapolacijom kritičnog napona izbočavanja najopterećenijeg podužnog ukrućenja u zoni pritiska  $\sigma_{cr,sl}$

**Rebro nosača sa jednim podužnim ukrućenjem u pritisnutoj zoni**

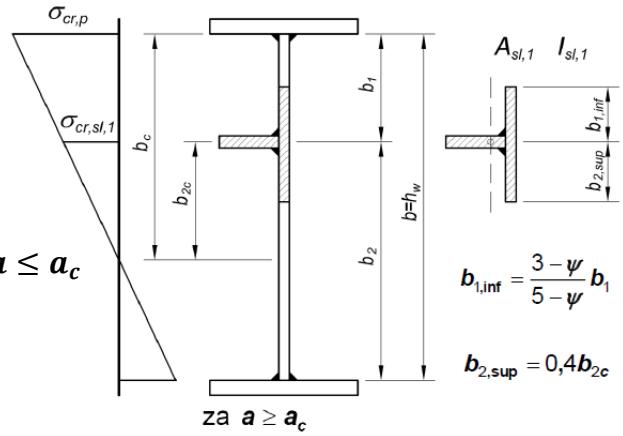
Kod limova sa jednim poduznim ukrucenjem u pritisnutoj zoni, sto je veoma cest slučaj kod rebara punih limenih nosaca, proračun kritičnog napona izbacivanja  $\sigma_{cr,p}$  može da se pojednostavi primenom fiktivnog pritisnutog stuba na elasticnim osloncima koji reprezentuju uticaj lima. U opstem slučaju, zanemarujući ukrucenja u zategnutoj zovi, elastičan napon izvijanja ukrucenja može da se odredi na sledeći nacin:

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\sigma_{cr,sl} b_c}{b_{sl,1}} \quad b_{sl,1} = b_{2c}$$

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{1.05E\sqrt{I_{sl,1}t^3b}}{A_{sl,1}b_1b_2} \quad \text{za } a \geq a_c$$

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 EI_{sl,1}}{A_{sl,1}a^2} + \frac{Et^3ba^2}{4\pi^2(1-v^2)A_{sl,1}b_1^2b_2^2} \quad za \quad a \leq a_c$$

$$a_c = 4.33 \sqrt[4]{\frac{I_{sl,1} b_1^2 b_2^2}{t^3 b}}$$



$A_{sl,1}$  bruto povrsina ekvivalentnog stuba koga cine ukrucenja i sadejstvujuci delovi lima  
 $I_{sl,1}$  moment inercije ekvivalentnog stuba oko njegove tezisne ose, paralelne ravni lima  
 $\mathbf{b}_1$  i  $\mathbf{b}_2$  rastojanja od poduznih ivica rebra do ukrucenja ( $\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 = \mathbf{b}$ )

## **Čisto izvijanje - stubno ponašanje**

Relativna vitkost  $\bar{\lambda}_c$  se određuje na osnovu kritičnog napona elasticnog izvijanja  $\sigma_{cr,c}$  na sledeći nacin:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}} \text{ za neukrucene limove } \sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 Et^2}{12(1-\nu^2)a^2}$$

$$\overline{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}} \text{ za ukrucene limove } \sigma_{cr,c} = \frac{\sigma_{cr,sl} b_c}{b_{sl,1}}$$

$$\beta_{A,c} f_y = A_{sl,1,eff}/A_{sl,1} \quad \quad \sigma_{cr,sl} = \pi^2 EI_{sl,1}/A_{sl,1}a^2$$

$A_{sl,1}$  bruto povrsina poprecnog preseka ukrucenja sa sadejstvujucim delovima lima

$A_{sl,1,eff}$  efektivna povrsina poprecnog preseka ukrucenja sa sadejstvujucim delovima lima uzimajuci u obzir odbitak usled likalnog izbocavanja

$I_{sl,1}$  moment inercije bruto poprecnog preseka ukrucenja sa sadejstvujucim delovima lima (za savijanje izvan rebra)

### Koeficijent redukcije usled izvijanja $\chi_c$

Koeficijent redukcije  $\chi_c$  treba da se odredi na osnovu relativne vitkosti  $\overline{\lambda}_c$  i odgovarajuće krive izvijanja. Za neukrucene limove se primjenjuje kriva izvijanja **a** sa koeficijentom imperfekcije  **$\alpha=0.21$** . Za ukrucene limove koeficijent imperfekcije treba da se odredi na sledeći nacin:

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0.09}{i/e}$$

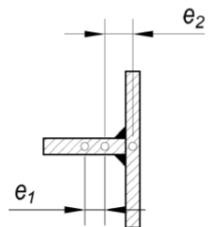
$$i = \sqrt{I_{sl}/A_{sl,1}} \quad e = \max(e_1; e_2)$$

$e_1$  rastojanje od tezista ukrucenja do tezista ekvivalentnog stuba

$e_2$  rastojanje od tezista lima do tezista ekvivalentnog stuba

$\alpha = 0.34$  (kriva b) za ukrucenja zatvorenog poprečnog preseka

$\alpha = 0.49$  (kriva c) za ukrucenja otvorenog poprečnog preseka



## Interakcija izvijanja i izbočavanja – $\rho_c$

Interakcija izvijanja i izbocavanja ukrucenog lima se uzima u obzir pomocu koeficijenta redukcije  $\rho_c$  koji se određuje interpolacijom izmedju vrednosti  $\chi_c$  i  $\rho$  na sledeći nacin:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c$$

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,p}} - 1 \text{ ali } 0 \leq \xi \leq 1$$

$\xi = 0 \rightarrow \rho_c = \chi_c$  cisto izvijanje

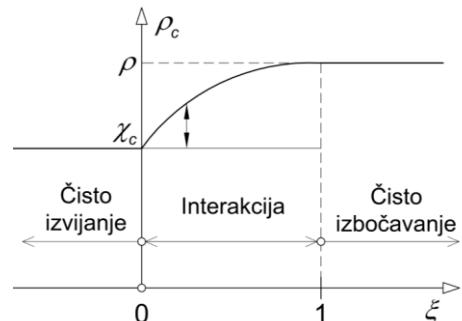
$\xi = 1 \rightarrow \rho_c = \rho$  cisto izbocavanje

$\sigma_{cr,p}$  elastican kritican napon izbocavanja

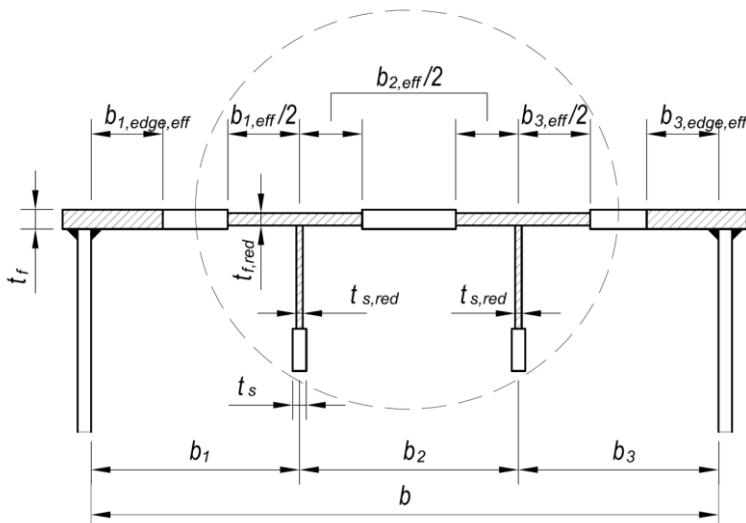
$\sigma_{cr,p}$  elastican kritican napon izvijanja

$\chi_c$  koeficijent redukcije usled izvijanja

$\rho$  koeficijent redukcije usled izbocavanja



## Redukovane debljine u zoni ukrućenja - pritisnuti pojas



$$t_{f,red} = \rho_c t_f$$

$$t_{s,red} = \rho_s t_s$$

$$A_{sl,eff} = \sum b_{s,eff,j} t_{s,j}$$

$$A_{c,eff} = \rho_c (A_{sl,eff} + \sum \rho_{loc,i} b_i t_f) + \sum b_{edge,eff} t_f$$

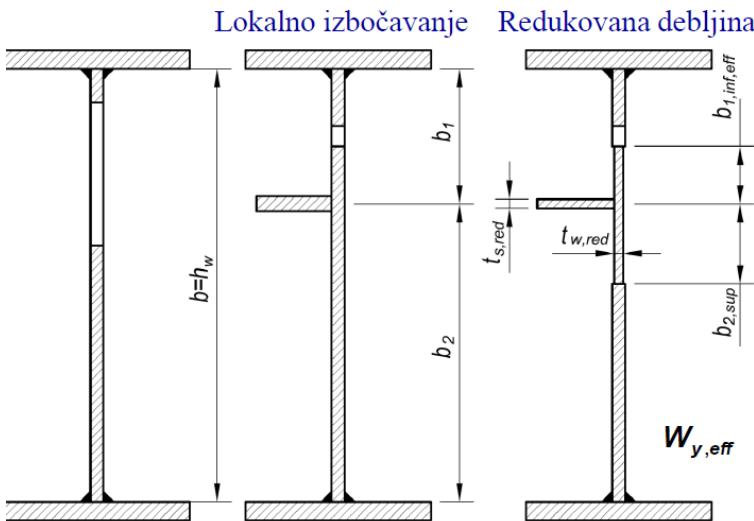
$$A_{c,eff} = \sum b_{s,eff,j} t_{s,red,j} + \sum \rho_{loc,i} b_i t_{f,red} + \sum b_{edge,eff} t_f$$

## Efektivan poprečni presek ukrucenog rebra nosača

Kada se primenjuje uproscena metoda proračuna kriticnog napona za limove sa jednim ili dva poduzna ukrucenja u zoni pritiska, ako je vrednost  $\rho_c f_y / \gamma_m 1$  veća od prosečnog napona u ukrucenju  $\sigma_{com,Ed}$  nije potrebna redukcija poprečnog preseka usled interakcije izvijanja i izbocavanja. U suprotnom, neophodno je da se, kao u slučaju ukrucenih limova izloženim konstantnom naponu pritiska, redukuje poprečni presek ukrucenja (slika b). Redukcija preseka ukrucenja takođe nije potrebna kad je ukrucenje potpuno efektivno, odnosno kada je  $\rho_c = 1$ .

Efektivan presek  
bez ukrućenja

Efektivan presek  
sa ukrućenjem



$$b_{1,inf,eff} = \frac{3 - \psi}{5 - \psi} b_{1,eff}$$

$$b_{1,eff} = \rho_{1,loc} b_1$$

$$b_{2,sup} = 0.4 b_{2c}$$

$$t_{w,red} = \rho_c t_w$$

$$t_{s,red} = \rho_c t_s$$

### Kontrola izbočavanja usled normalnih napona pritiska

Primenom metode efektivnog preseka kontrola nosivosti na izbočavanje rasmatrano ukrucenog ili neukrucenog polja, elementa izloženog pritisku i kosom savijanja treba da se sproveđe na sledeći nacin :

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A_{eff} f_y} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{y,N}}{\frac{W_{y,eff,min} f_y}{\gamma_m 0}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{z,N}}{\frac{W_{z,eff,min} f_y}{\gamma_m 0}}$$

$N_{Ed}$  proračunska vrednost aksijalne sile pritiska

$M_{y,Ed}$  i  $M_{z,Ed}$  proračunske vrednosti momenata savijanja oko y-y i z-z ose, respektivno

$e_{y,N}$  i  $e_{z,N}$  eventualni ekscentriciteti tezista efektivnog poprečnog preseka u odnosu na teziste bruto preseka

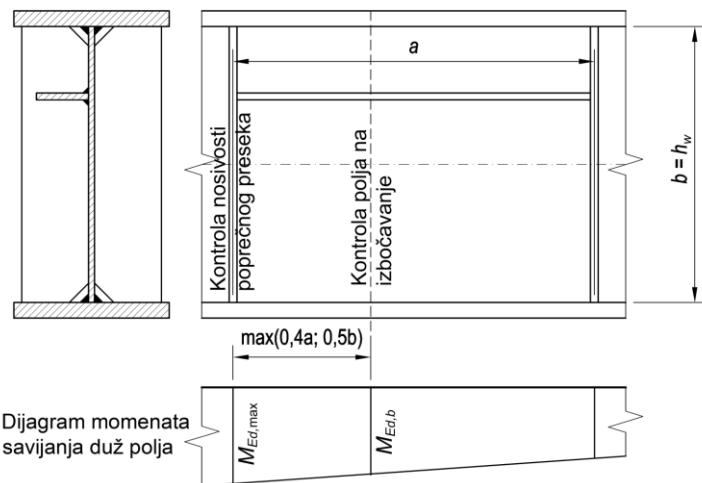
$A_{eff}$  efektivna povrsina poprečnog preseka koji je izložen cistom pritisku

$W_{y,eff,min}$  elasticni otporni moment efektivnog poprečnog preseka oko y-y ose

$W_{z,eff,min}$  elasticni otporni moment efektivnog poprečnog preseka oko z-z ose

$\gamma_m 0$  parcijalni koeficijent

### Uticaji u polju rebra za proračun izbočavanja



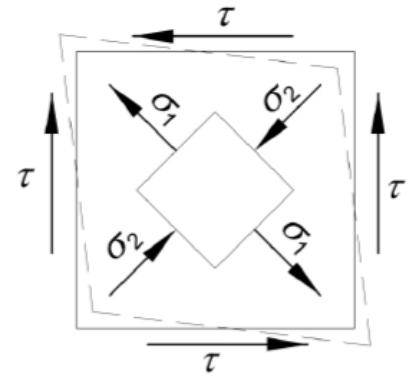
Ako postoji značajna promena momenata savijanja duž razmatranog polja, izbočavanje se proverava za uticaje u preseku na rastojanju  $\max(0,4a; 0,5b)$  od ivičnog preseka sa maksimalnim uticajima; Kontrolu nosivosti (bruto) preseka treba sprovesti na mestu maksimalnih uticaja.

## 65. Izbočavanje smicanjem

Do izbocavanja ploca smicanjem dolazi usled dejstva glavnog napona pritiska  $\sigma_2$ , koji deluje u dijagonalnom pravcu, pod uglom od  $45^\circ$ . Oblik i položaj izbocene se u ovom slučaju potpuno razlikuje u odnosu na izbocavanje usled normalnih napona pritiska. Izbocina u vidu jednog ili više izduzenih nabora se formira dijagonalno u pravcu delovanja glavnog napona zatezanja  $\sigma_1$ .

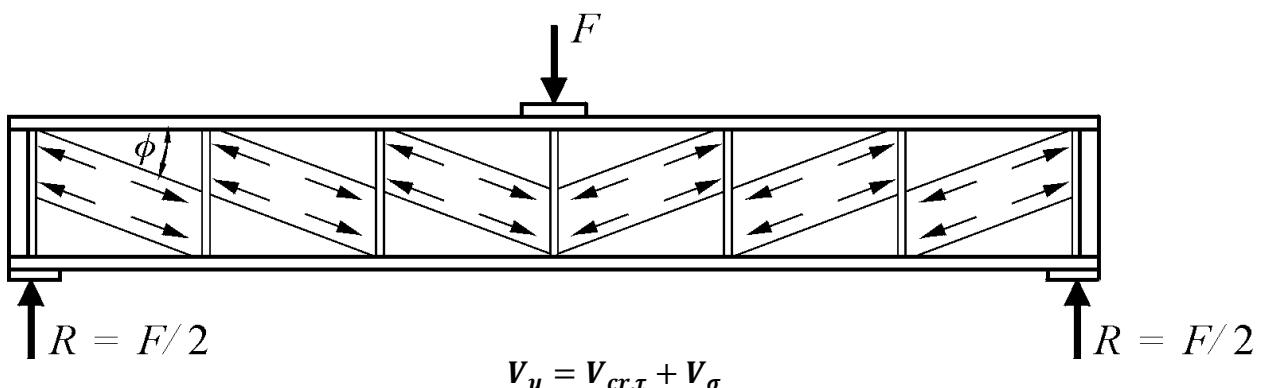
Kod nosača kod kojih je vitkost rebra  $h_w/t_w$  veća od  $72\varepsilon/\eta$  za neukrućena rebra, odnosno  $31\varepsilon/\eta k_\tau^{0.5}$  za ukrućena rebra, treba da se proveri izbočavanje smicanjem, a na osloncima treba predvideti ukrućenja. ( $\eta = 1, 0!$ )

Pri izbocavanju smicanjem nakon dostizanja kritičnog napona  $\tau_{cr}$  i formiranja izbocene ne dolazi do kolapsa odnosno iscrpljenja nosivosti citavog elementa. Nakon dostizanja kritičnog napona  $\tau_{cr}$ , smicuce polje je sposobno da prihvati dodatne uticaje, odnosno može se reci da postoji **post-kritična rezerva nosivosti** koja se ostvaruje ponasanjem smicuceg polja kao fiktivnog resetkasnog nosaca sa dojagonalno zategnutim poljem. Ovu resetkastu strukturu cine nozice nosaca kao pojasevi, poprečna ukrućenja kao vertikale i dojagonalno izboceno rebro kao zategnuta dijagonala, odnosno zategnuto polje. Do kolapsa smicuceg polja, dakle, dolazi tek nakon iscrpljenja nosivosti zategnutog poja. Ovakav mehanizam loma je moguc samo kod nosaca koji imaju oslonacka ukrućenja koja su sposobna da omoguće ankerisanje horizontalne sile iz zategnutog polja.



$$\tau_{cr} = k_\tau \sigma_E$$

### Proračunski model za nosivost na izbočavanje smicanjem - Post-kritična rezerva nosivosti



$V_u$  granična nosivost,

$V_{cr,\tau}$  sila pri izbočavanju rebra smicanjem,

$V_\sigma$  post-kritična rezerva nosivosti.

### Metoda zategnutog polja - EC3

#### Rokijev model

Nakon iscrpljenja nosivosti rebra na izbocavanje smicanjem potpunom plastifikacijom zategnutog polja, ne dolazi do loma smicuceg polja. Naime, i nozice nosaca takodje ucestvuju u nosivosti smicuceg polja, pa tek nakon njihove plastifikacije i formiranja plasticnih zglobova dolazi do formiranja mehanizma loma i kolapsa polja nosaca usled izbocavanja smicanjem. Ovaj mehanizam se sastoji od cetiri plasticna zglobova, po dva na svakoj nozici. U opstem slučaju, kod monosimetričnih I nosaca, dodatna nosivost koja je posledica dopinosa nozica  $V_{bf}$  može da se odredi kao zbir reakcija prostih greda na cijim kajevima su formiani plastični zglobovi, a koje se nalaze na gornjoj i donjoj nozici:

$$V_{bf,Rd} = \frac{2M_{pl,f1}}{s_c} + \frac{2M_{pl,f2}}{s_t}$$

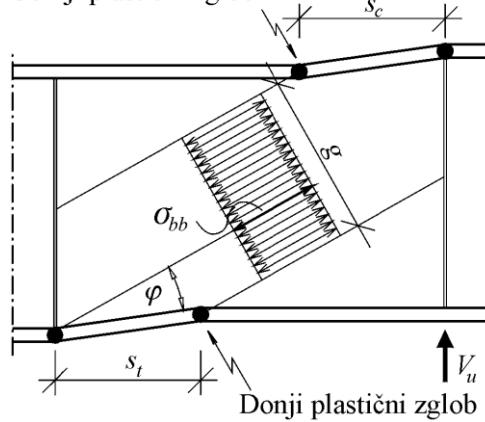
$s_c$  razmak izmedju plasticnih zglobova na gornjoj nozici

$s_t$  razmak izmedju plasticnih zglobova na donjoj nozici

$M_{pl,f1}$  plastican moment nosivosti gornje nozice

$M_{pl,f2}$  plastican moment nosivosti donje nozice

Gornji plastični zglob



Prema Heglundu razmak izmedju plasticnih zglobova, odnosno raspon proste grede na cijim krajevima se formiraju plasticni zglobovi treba da se odredi na osnovu izraza :

$$c_i = a(0.25 + 1.6 \frac{M_{pl,fi}}{M_{pl,w}})$$

a razmak izmedju poprečnih ukrucenja

$M_{pl,fi}$  plastici moment nosivosti posmatrane nozice ( $i=1,2$ )

$M_{pl,w}$  plastici moment nosivosti rebra

U slučaju obostrano simetričnih I nosaca kod kojih je

$M_{pl,f1} = M_{pl,f2}$  i  $s_c = s_t = c$  vazi :

$$V_{bf,Rd} = \frac{4M_{f,Rd}}{c}$$

Doprinos nozica ukupnoj nosivosti na izbocavanje je uglavnom mala, pogotovo ako se ima u vidu da su nozice uglavnom iskoriscene za prijem globalnog momenta savijanja oko glavne y-y ose  $M_{y,Ed}$ , što bitno utice na smanjenje plasticnog momenta nosivosti nozica  $M_{pl,f}$ . Izuzetak mogu da budu krajnja, oslonacka polja nosaca, kod kojih su momenti savijanja mali, a koji imaju nozice znacajnih debljina.

Proracunska nosivost ukrucenog, ili neukrucenog rebra na izbocavanje smicanjem treba da se odredi na osnovu sledećeg izraza:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd}$$

$V_{bw,Rd}$  doprinos rebra

$V_{bf,Rd}$  doprinos nozica

Pri tome treba istaci da proracunska nosivost rebra na izbocavanje smicanjem ne može da bude veća od plasticne nosivosti poprečnog preseka na smicanje :

$$V_{b,Rd} \leq V_{pl,Rd} \leq \eta \frac{f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{m1}} = \eta A_w \tau_y / \gamma_{m1}$$

**Doprinos rebra**

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{m1}}$$

$\chi_w$  koeficijent redukcije za izbocavanje smicanjem (tabela)

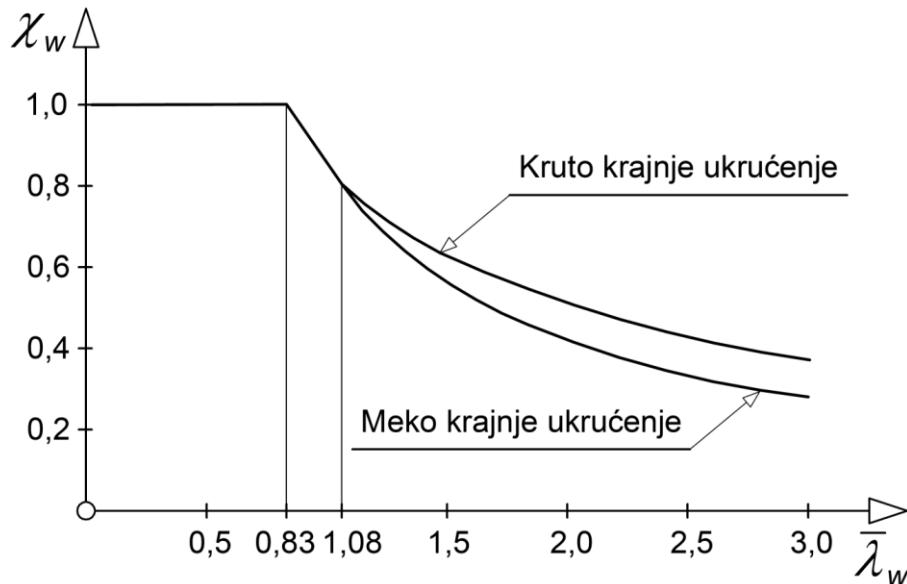
$f_{yw}$  granica razvlačenje rebra

$\gamma_{m1}$  parcijalni koeficijent sigurnosti

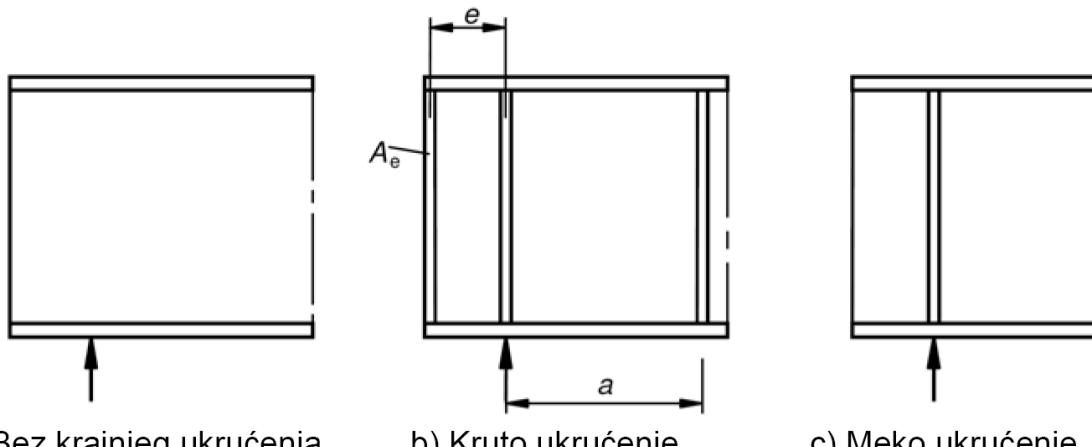
	Kruto krajnje ukrucenje	Meko krajnje ukrucenje
$\bar{\lambda}_w < 0.83/\eta$	$\eta$	$\eta$
$0.83/\eta \leq \bar{\lambda}_w < 1.08$	$0.83/\eta$	$F_{Rd} = \frac{f_{yw} L_{eff} t_w}{\gamma_{m1}}$
$\bar{\lambda}_w > 1.08$	$1.37/(0.7 + \bar{\lambda}_w)$	

Prema SRPS EN 1993-1-5/NA  $\eta = 1$

Graficka interpretacija koeficijenta redukcije  $\chi_w$  u funkciji relativne vitkosti  $\bar{\lambda}_w$  za kruta i meka krajnja oslonacka ukrucenja za  $\eta=1$



#### Nacin oslanjanja na krajevima nosaca



#### Relativna vitkost rebra na izbočavanje smicanjem

$$\bar{\lambda}_w = 0.76 \sqrt{f_{yw}/\tau_{cr}} \quad \tau_{cr} = k_\sigma \sigma_E \quad \sigma_E = 190000 \left( \frac{t_w}{h_w} \right)^2 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$$

- za rebra nosaca sa poprecnim ukrcenjima samo na osloncima ( $k\tau=5.34$ )

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w/t_w}{86.4\epsilon}$$

- za rebra nosaca koja pored oslonackih imaju i poprecna medjuukrcenja ili poduzna ukrcenja, ili i poduzna i poprecna ukrcenja

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w/t_w}{37.4\epsilon\sqrt{k_\tau}}$$

- za rebra sa poprecnim i poduznim ukrcenjima:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_{wi}/t_w}{37.4\epsilon\sqrt{k_{\tau i}}}$$

$h_{wi}$  i  $k_{\tau i}$  se odnose na pojedinacno polje koje ima najvecu vitkost od svih pojedinacnih polja u okviru posmatranog polja rebra. Uzima se manja vrednost od maksimalne vitkosti pojedinacnih polja i vitkosti ukrcenog polja.

### Koefficijent izbočavanja smicanjem - $k_\tau$

Za zglobno oslonjene limove sa krutim poprecnim ukrucenjima, bez poduznih ukrucenja, ili sa vise od dva poduzna ukrucenja, kao i za limove sa jednim ili dva poduzna ukrucenja, kao i za limove sa jednim ili dva poduzna ukrucenja, kod kojih je  $\alpha = a/h_w \geq 3$  :

$$\begin{aligned} k_\tau &= 5.34 + 4/\alpha^2 + k_{tsl} && \text{kada je } \alpha \geq 1 \\ k_\tau &= 4 + 5.34/\alpha^2 + k_{tsl} && \text{kada je } \alpha < 1 \\ k_{tsl} &= 9 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \sqrt[4]{\left( \frac{I_{sl}}{(t_w^3 h_w)^3} \right)} && \text{ali ne manje od } \frac{2.1}{t_w} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}} \end{aligned}$$

$k_{tsl} = 0$  kada nema poduznih ukrucenja

$a$  rastojanje uzmedju krutih poprecnih ukrucenja

$I_{sl}$  moment inercije (oko z-z ose) poduznog ukrucenja sa sadejstvujucim delovima ukrucenog lima od po  $15t_w \epsilon$  sa svake strane ukrucenja. Za rebra sa dva ili vise ukrucenja,  $I_{sl}$  je zbir krutosti pojedinacnih ukrucenja

Za limove sa jednim ili dva poduzna ukrucenja i odnosom  $\alpha < 3$  je:

$$k_\tau = 4.1 + \frac{6.3 + 0.18 \frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}{\alpha^2} + 2.2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}$$

### Doprinos nozica

Doprinos nozica nosivosti na izbocavanje smicanjem, moze da se uzme u obzir kada njihova nosivost nije u potpunosti iskoriscena za prihvatanje momenta savijanja oko jace glavne ose inercije, odnosno kada je  $M_{y,Ed} < M_{y,f,Rd}$ , i to na sledeci nacin:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_m} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

$b_f$  i  $t_f$  sirina i debljina nozice koja ima manju aksijalnu nosivost (to je uvek nozica sa menjom povrsinom, izuzev u slucaju hibridnih nosaca); Pri tome za  $b_f$  ne treba da se usvoji vrednost veca od  $15t_f \epsilon$  sa obe strane rebra.

$M_{Ed}$  proracunska vrednost momenta savijanja oko y-y ose koji deluje na posmatrano polje  $M_{f,Rd} = M_{f,k}/\gamma_m$  moment nosivosti poprecnog preseka koga cine samo efektivne povrsine nozica

$c$  razmak izmedju plasticnih zglobova, koji treba da se odredi prema sledecem izrazu:

$$c = a \left( 0.25 + \frac{1.6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t_w h_w^2 f_{yw}} \right)$$

$f_{yf}$  granica razvlacenja materijala od koga je izradjena nozica koja ima manju aksijalnu nosivost  $f_{yw}$  granica razvlacenja materijala od koga je izradjeno rebro nosaca

**Doprinos nozica je po pravilu znatno manji od doprinosa rebra!**

Kontrola stabilnosti rebra na izbocavanje smicanjem treba da se sproveده за svako merodavno polje smicanja na sledeci nacin :

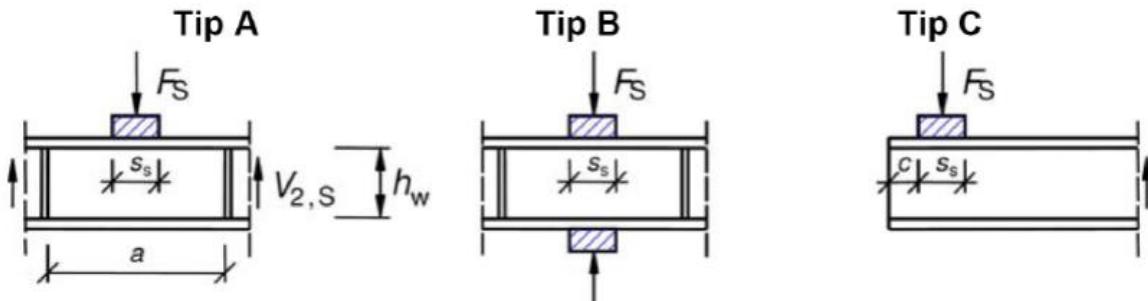
$$\eta_3 = V_{Ed}/V_{b,Rd}$$

$V_{Ed}$  proracunska smicu sila koja uključuje i uticaj smicucih napona usled torzije, ako ona postoji.

## 66. Izbočavanje usled dejstva lokalne poprečne sile

U Evrokodu je analiziran problem granicne nosivosti na izbocavanje usled dejstva poprecne koncentrisane sile za tri slučaja naprezanja, odnosno tri modela nanosenja opterecenja:

- **Tip A:** opterecenje deluje preko jedne nozice i prihvata se smicim silama u rebru nosaca
- **Tip B:** opterecenje deluje preko obe nozice i prenosi se direktno kroz rebro
- **Tip C:** opterecenje deluje preko jedne nozice u blizini neukrucenog kraja nosaca



$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

$$k_F = 3.5 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

$$k_F = 2 + 6 \left( \frac{s_s + c}{h_w} \right) \leq 6$$

Koeficijenti izbocavanja  $k_F$  za razlike tipove delovanja opterecenja

Za neukrucena i ukrucena rebra nosivost na izbocavanje usled dejstva poprecnih sila treba da se odredi na osnovu sledeceg izraza :

$$F_{Rd} = \chi_F \frac{l_y t_w f_{yw}}{\gamma_m 1} = \chi_F \frac{F_y}{\gamma_m 1}$$

$\chi_F$  koeficijent redukcije za izbocavanje usled poprecne sile

$l_y$  efektivna opterecena duzina koja odgovara duzini krutog oslonca  $S_s$

$t_w$  debljina rebra

$f_{yw}$  granica razvlacenja rebra

$F_y$  nosivost rebra pri plastifikaciji

$$\chi_F = \frac{0.5}{\bar{\lambda}_F} \leq 1 \quad \bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}} \quad F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w}$$

$\bar{\lambda}_F$  relativna vitkost na izbocavanje

$F_{cr}$  kriticna sila izbocavanja pravougaone ploce usled dejstva lokalne poprecne sile

Kod rebara sa poduznim ukrucenjem na koja deluje poprecno opterecenje (**Tip A**), koeficijent izbocavanja  $k_F$  moze da se odredi na sledeci nacin :

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + \left( 5.44 \frac{b_1}{a} - 0.21 \right) \sqrt{\gamma_s}$$

$a$  razmak izmedju susednih poprecnih ukrucenja

$b_1$  visina opterecenog pojedinacnog polja, koja predstavlja cisto rastojanje izmedju opterecene nozice i poduznog ukrucenja

$\gamma_s$  relativna krutost ukrucenja

$$\gamma_s = 10.9 \frac{I_{sl,1}}{h_w t_w^3} \leq 13 \left( \frac{a}{h_w} \right)^3 + 210 \left( 0.3 - \frac{b_1}{a} \right)$$

$I_{sl,1}$  moment inercije ukrucenja koje je najbliže nozici na koju deluje poprecno opterecenje uključujući sadejstvujuce delove rebra

## Opterećena dužina $l_y$

Za modele opterecenja **Tip A** i **Tip B**, efektivna opterećena dužina  $l_y$  treba da se odredi na osnovu izraza:

$$l_y = s_s + 2t_f \left( (1 + \sqrt{m_1 + m_2}) \right) \leq a$$

$s_s$  dužina krutog oslonca

$t_f$  debljina nozice na kojoj deluje poprecna sila

$a$  razmak izmedju susednih poprecnih ukrucenja

Za model opterecenja **Tip C**, efektivna dužina  $l_y$  treba da se odredi na sledeći nacin:

$$l_y = \min(l_{y,1}; l_{y,2})$$

$$l_{y,1} = l_e + t_f \sqrt{\frac{m_1}{2} + \left(\frac{l_e}{t_f}\right)^2 + m_2}$$

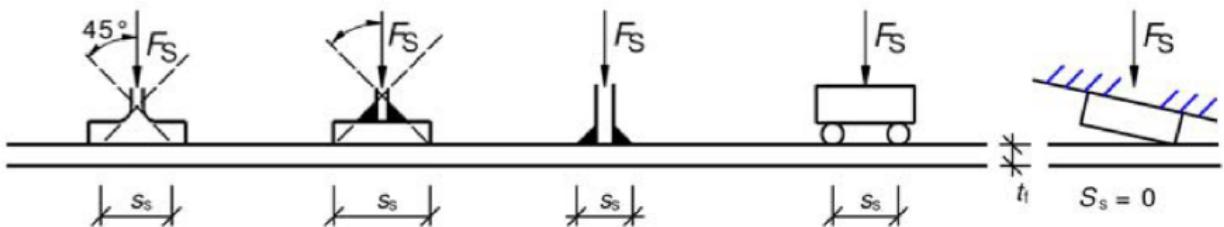
$$l_{y,2} = l_e + t_f \sqrt{m_1 + m_2}$$

$$l_e = \frac{k_F E t_w^2}{2 f_{yw} h_w} \leq s_s + c$$

$c$  rastojanje od kraja prepusta nosaca do mesta pocetka delovanja poprecne sile

$$m_1 = \frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w} \quad m_2 = \begin{cases} 0.02 \left(\frac{h_w}{t_f}\right)^2 & \text{za } \bar{\lambda}_F > 0.5 \\ 0 & \text{za } \bar{\lambda}_F \leq 0.5 \end{cases}$$

Duzina krutog oslonca  $s_s$  je jednaka dužini na kojoj se aplicirano opterecenje rasprostire u rebro nosaca pod nagibom od  $44^\circ$ , ali uz uslov da  $s_s$  ne može da bude veće od visine rebra nosaca  $h_w$ . Ukoliko nekoliko koncentrisanih sila deluje na bliskom rastojanju, nosivost treba da se proveri za svaku silu pojedinačno, kao i za ukupnu silu sa duzinom krutog oslonca  $s_s$  koja je jednaka rastojanju izmedju centara delovanja spoljasnjih koncentrisanih sila.



Kontrola nosivosti na lokalno izbocavanje usled poprecne koncentrisane sile treba da se sprovede na sledeći nacin :

$$\eta_2 = \frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1$$

$F_{Ed}$  proracunska vrednost poprecne koncentrisane sile

$F_{Rd}$  proracunska nosivost na lokalno izbocavanje usled dejstva poprecne sile

67. Interakcije izbočavanja (usled normalnih i smičućih napona, usled normalnih napona i poprečne sile)

**Interakcija izbočavanja usled normalnog i smičućeg napona**

Interakcija izbocavanja usled savijanja i smicanja rebra kod nosaca I ili sanducastih preseka ne treba da se kontrolise kad je ispunjen uslov:

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} \leq 0.5$$

$V_{Ed}$  proracunska vrednost sile smicanja

$V_{bw,Rd}$  doprinos rebra nosivosti na izbocavanje smicanjem

U suprotnom, kada je  $\bar{\eta}_3 > 0.5$ , neophodna je kontrola izbocavanja usled normalnih i smicućih napona. Tada je neophodno da bude zadovoljen sledeći uslov:

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1 \text{ za } \bar{\eta}_1 \geq \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}$$

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \quad \bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}$$

$M_{Ed}$  proracunska vrednost momenta savijanja

$M_{f,Rd}$  proracunski plasticni moment nosivosti poprečnog preseka koga cine samo efektivne povrsine nozica

$M_{pl,Rd}$  proracunski plasticni moment nosivosti poprečnog preseka koga cine efektivne povrsine nozica i citavo rebro, bez obzira na njegovu klasu

Plastican moment nosivosti  $M_{f,Rd}$  može da se usvoji kao proizvod granice razvlačenja, efektivne povrsine nozice koja ima najmanju vrednost  $A_f f_y / \gamma_{m0}$  i rastojanja izmedju tezista nozica

**Interakcija izbočavanja usled normalnog napona i poprečne sile**

Ako je nosač izložen dejstvu koncentrisane poprečne sile  $F_{Ed}$  koja deluje na pritisnutoj nožici i dejstvu momenta savijanja  $M_{Ed}$  i aksijalne sile  $N_{Ed}$  pored pojedinačnih kontrola nosivosti na izbočavanje treba da se proveri i interakcija:

$$\eta_2 + 0.8\eta_1 \leq 1.4$$

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{f_y A_{eff}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{y,N}}{f_y W_{y,eff}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{z,N}}{f_y W_{z,eff}}$$

$$\eta_2 = \frac{F_{Ed}}{F_{Rd}}$$

Ako koncentrisana sila  $F_{Ed}$  deluje na zategnutoj nožici, vrši se samo kontrola nosivosti na izbočavanje usled lokalne sile i kontrola uporednog napona u rebru nosača

$$\sigma_{eq,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{x,Ed}\sigma_{z,Ed} + \sigma_{z,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq f_y / \gamma_{m0}$$

## 68. Proračun i konstruisanje ukrućenja kod punih limenih nosača

### Ukrućenja

Primenom ukrućenja povećava se nosivost na izbočavanje.

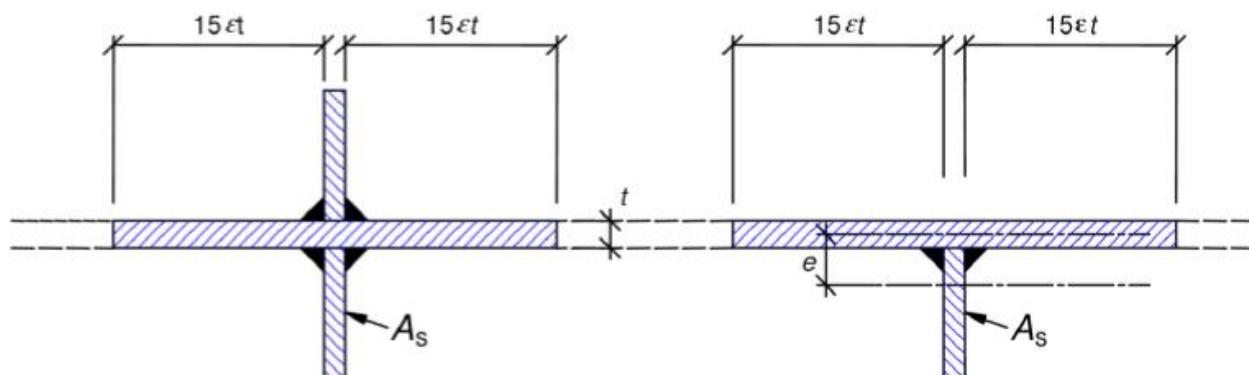
Ukrućenja se prema svom položaju mogu podeliti na:

- podužna (ili horizontalna);
- poprečna (ili vertikalna).

Prema načinu oblikovanja mogu da budu:

- otvorenog poprečnog preseka (ravan lim, L, T);
- zatvorenog poprečnog preseka.

Pri kontroli nosivosti ukrućenja usvaja se presek sa sadejstvjućim delom rebra nosača od **15εt** sa svake strane ukrućenja.



### Poprečna ukrućenja rebara

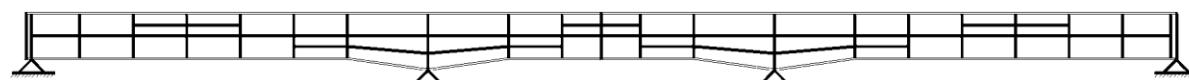
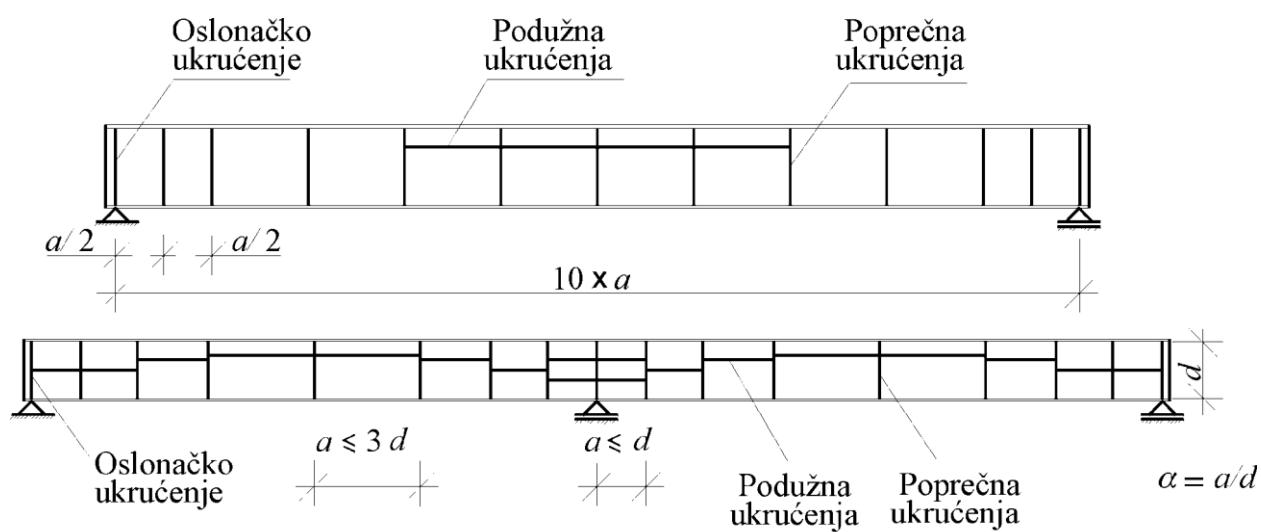
Povećavaju nosivost rebara na izbočavanje;

Obezbeđuju pravilno unošenje koncentrisanih sila i oslonačkih reakcija u rebro nosača;

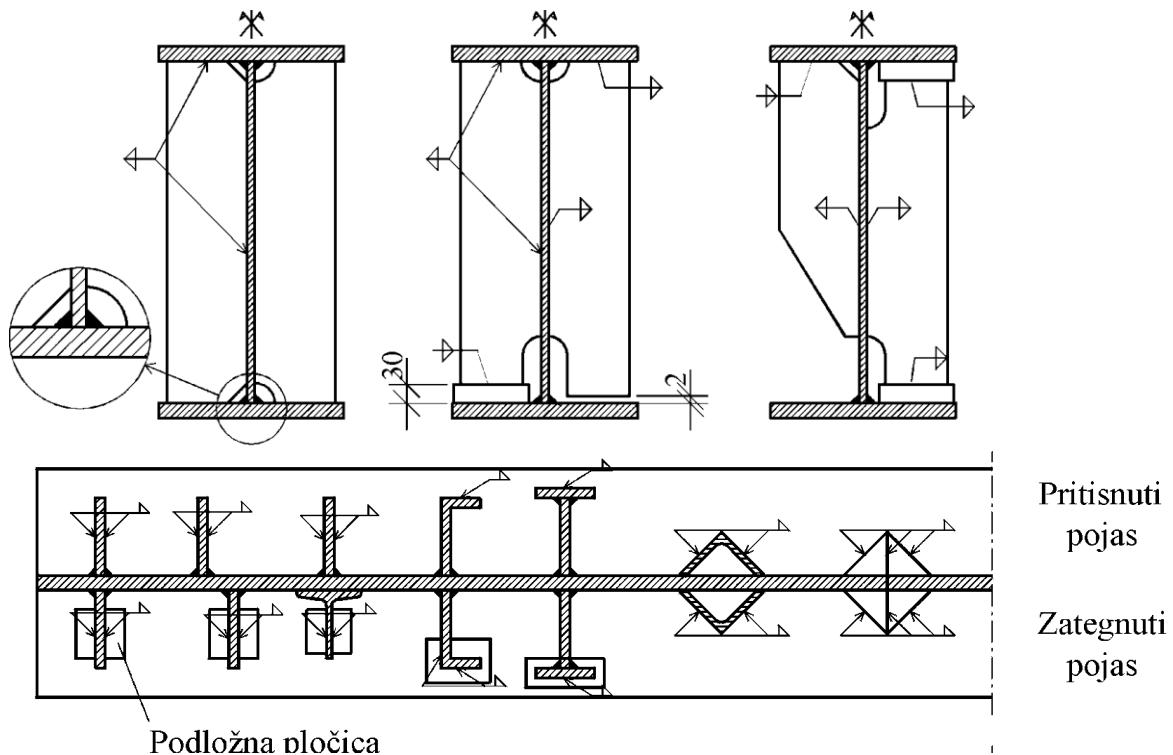
Mogu da budu:

- Oslonačka ukrućenja;
- Međuukrućenja;

### Dispozicija ukrućenja na rebru nosača

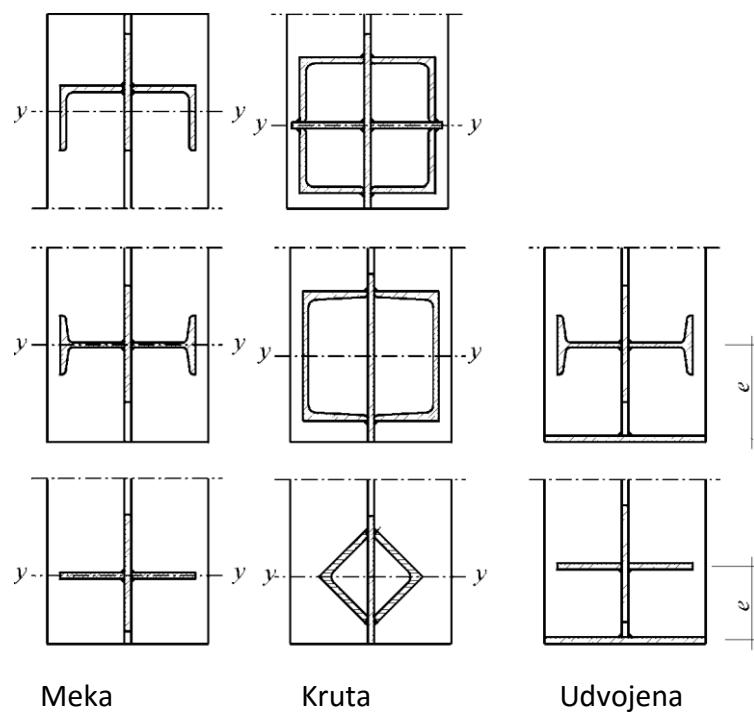


## Oblikovanje poprečnih ukrućenja



## Oslonačka ukrućenja

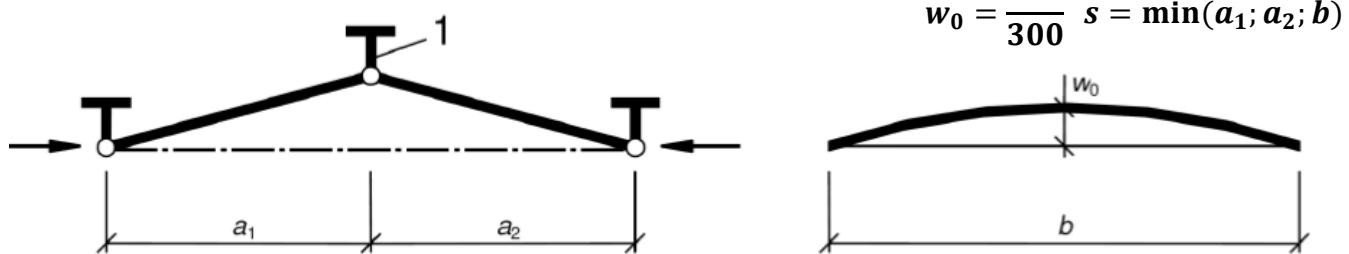
Osnovna uloga oslonackih ukrućenja je da prihvate reakciju oslonca i obezbede njeno pravilno unosenje u rebro nosaca. Pored toga, krajnja oslonacka ukrućenja treba da obezbede i ankerisanje horizontalne komponente normalnog napona iz poslednjeg zategnutog polja  $\sigma_h$  koja nastaje usled izbocavanja smicanjem. Pod pojmom krajnja oslonacka ukrućenja podrazumevaju se oslonacka ukrućenja koja se nalaze na krajevima nosaca. Ovo se ne odnosi na srednje oslonce kontinualnih greda. Po svojoj konstrukciji, krajnja oslonacka ukrućenja mogu da budu **kruta** i **meka**.



Nosivost oslonackih ukrućenja na izvijanje izvan ravni nosača određuje se na osnovu dužine izvijanja  $L_{cr} = 0,75h_w$ , koristeći krivu izvijanja  $c$ .

Ukoliko postoji ekscentricitet ukrućenja u odnosu na srednju ravan rebra on se mora uzeti u obzir!

## Proračun krutosti poprečnih ukrućenja



Primenom elasticne analize drugog reda treba dokazati da:

- maksimalni napon u ukrućenju nije veci od  $f_y/\gamma_{m0}$
- dodatni ugib ukrućenja nije veci od  $b/300$

Može se smatrati da su oba kriterijuma zadovoljena ako mement inercije poprečnih ukrućenja  $I_{sl}$  zadovoljava uslov :

$$I_{sl} > \frac{\sigma_m}{E} \left( \frac{b}{\pi} \right)^4 \left( 1 - w_0 \frac{300}{b} u \right) \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \frac{N_{Ed}}{b} \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right)$$

$$u = \frac{\pi^2 E e_{max}}{f_y 300 b / \gamma_{m1}} \geq 1$$

$e_{max}$  maksimalno rastojanje od krajnjeg vlakna ukrućenja do njegovog tezista.

$N_{Ed}$  maksimalna sila pritiska u susednim poljima, ali ne manja od maksimalnog napona pritiska pomnozenog polovinom efektivne povrsine pritisnute zone polja, uključujući i ukrućenja.

$\sigma_{cr,c}$  i  $\sigma_{cr,p}$  su kriticni naponi za cisto izvijanje i izbocavanje.

### Zahtevane krutosti poprečnog ukrućenja

Kada se ne sprovodi preciznija analiza sledeći uslov treba da bude zadovoljen:

$$\frac{I_T}{I_P} \geq 5.3 \frac{f_y}{E} \quad \text{ili} \quad \sigma_{cr} \geq \theta f_y \quad \theta = 2$$

$I_T$  Sen Venanova torziona konstanta za ukrućenje.

$I_P$  polarni moment inercije ukrućenja oko ivice spojene sa limom.

$\sigma_{cr}$  kritičan napon torzionog izvijanja ukrućenja.

Pored toga, **zbog izbočavanja smicanjem**, efektivni presek međuukrućenja koje deluje kao kruti oslonac za polje rebara treba da ima minimalan moment inercije  $I_{st}$ :

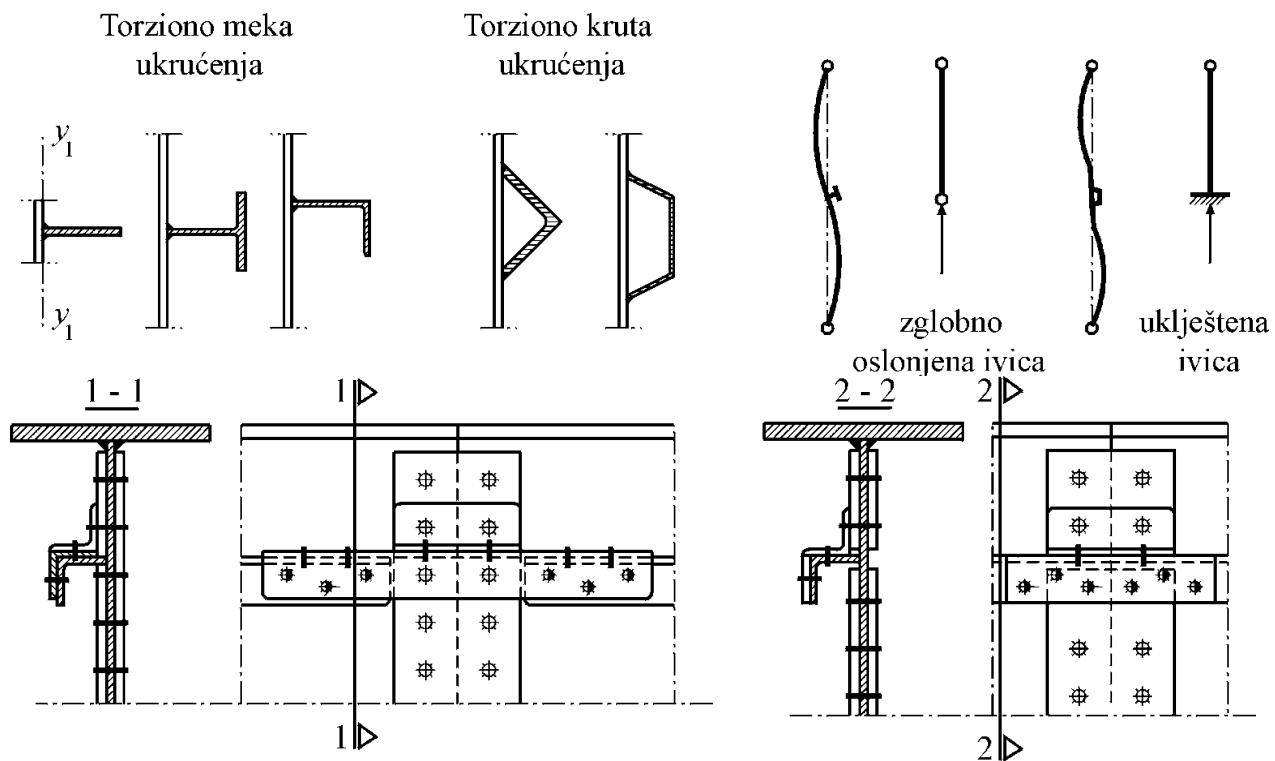
$$I_{st} \geq 1.5 \frac{h_w^3 t_w^3}{a^2} \quad \text{za} \quad \frac{a}{h_w} < \sqrt{2}$$

$$I_{st} \geq 0.75 h_w t_w^3 \quad \text{za} \quad \frac{a}{h_w} \geq \sqrt{2}$$

## Poduzna ukrućenja

Poduzna ukrućenja po pravilu treba da budu kontinuirana na mestima ukrstavnja sa poprečnim ukrućenjima, i u tom slučaju su sposobna da prihvataju poduzne normalne napone i ucestvuju u nosivosti poprečnog preseka. Tada se poduzna ukrućenja uzimaju u obzir pri globalnoj analizi napona i treba da se provere na dejstvo normalnih napona koji nastaju usled naprezanja citavog preseka, a deluju na mestima ukrućenja. Kontrola nosivosti kontinualnih poduznih ukrućenja treba da se sprovede u sklopu kontrole nosivosti na izbocavanje usled normalnih napona pritiska.

Diskontinualna poduzna ukrućenja, odnosno poduzna ukrućenja koja ne prolaze kroz otvore na poprečnim ukrućenjima, ili nisu spojena sa bilo kojom stranom poprečnog ukrućenja mogu da se koriste samo na rebrima nosaca (nisu dozvoljena kod nozica) i treba da se zanemare pri globalnoj analizi i proracunu napona. Ona se razmatraju samo pri proracunu efektivne sirine pojedinačnih rebara i proracunu elasticnog kriticnog napona. Pri tome treba voditi racuna da udaljenost kraja poduznog ukrućenja u odnosu na poprečno ukrućenje ne bude velika kako bi se izbeglo formiranje plastичnog mehanizma loma. Kontinuiranje poduznih ukrućenja uvek mora da bude ostvareno na mestima monraznih nastavaka kako bi se obezbedili granicni uslovi u pogledu izbocavanja delimičnih polja.



Zahtevana krutost poduznih ukrućenja treba da bude kao u slučaju poprečnih ukrućenja!

## Rešetkasti nosači

### Osnovne karakteristike

- Sastoje se od medjusobno povezanih aksijalno opterećenih štapova;
- Moment savijanja prenosi se naprezašem pojasnih štapova, a uticaj transverzalnih sila preuzimaju štapovi ispune;
- Bolje iskorišćenje materijala (konstantna raspodela napona)
- Manja težina u odnosu na pune nosače;
- Mogućnost premošćavanja velikih raspona;
- Transparentnost i mogućnost provođenja instalacija;
- Komplikovanija izrada u odnosu na pune nosače;
- Veća jedinična cena;

### Primena rešetkastih nosača

- **U zgradarstvu** (rožnjače, krovni nosači, podni nosači i podvlake, kranski nosači većih raspona, spregovi i ukrućenja za prijem uticaja od veta...)
- **U mostogradnjiji** (glavni nosači, poprečni nosači i ukrućenja, spregovi za prijem vetra spregovi za kočenje i bočne udare,...)

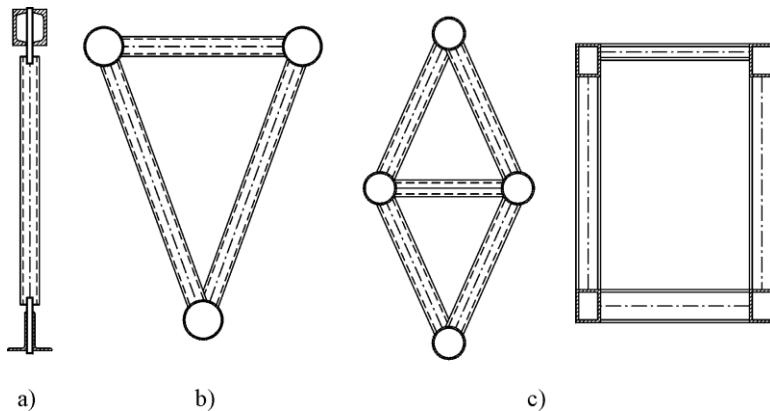
### 69. Podela rešetkastih nosača

#### Podela rešetkastih nosača

- Prema broju pojaseva;
- Prema prostornom obliku;
- Prema intenzitetu opterećenja;
- Prema oblikovanju čvorova.

#### Podela prema broju pojaseva

- Dvopojasni;
- Višepojasni (tropojasni, četvoropojasni,...)

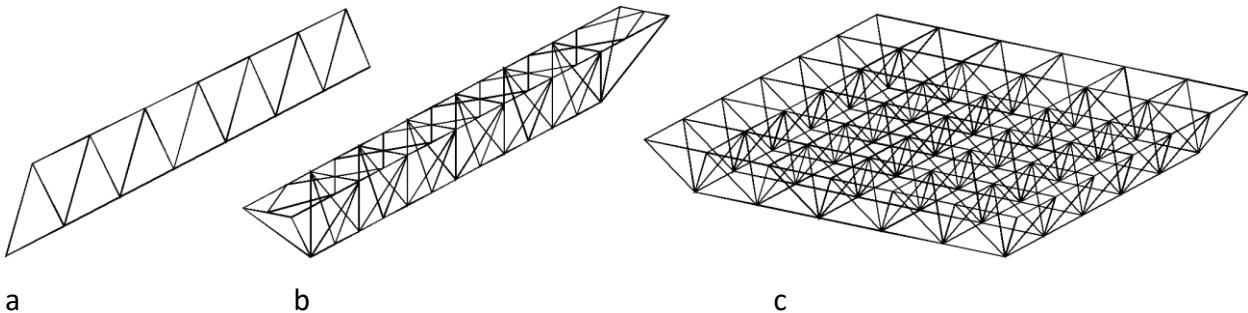


#### Podela prema prostornom obliku

**Ravanski** rešetkasti nosači – sistemne linije svih stapova leže u jednoj ravni (slika a)

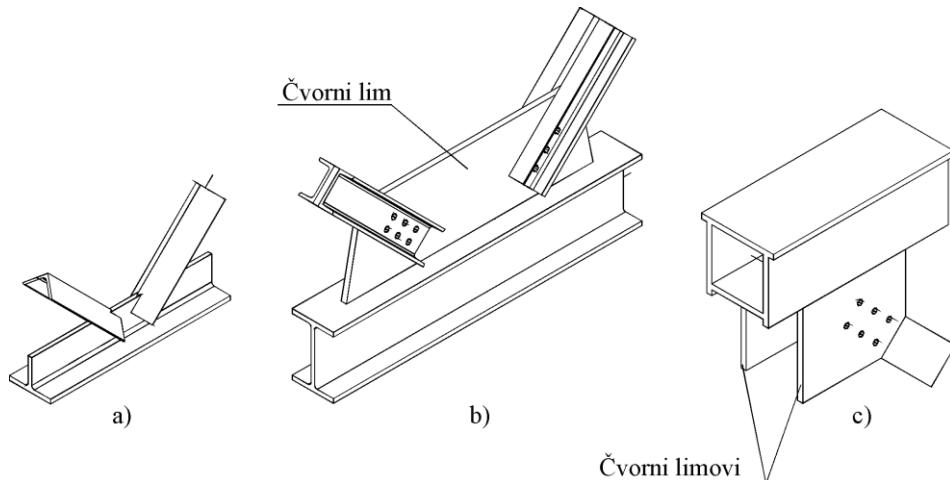
**Prostorni** rešetkasti nosači – sistemne linije stapova ne leže u jednoj ravni vec formiraju prostornu strukturu. Sa statickog stanovista mogu se podeliti na :

- **linijski** – imaju jasno izrazen pravac pruzanja, odnosno jednu dimenziju koja je dominantna u odnosu na druge dve (slika b)
- **površinski** – predstavljaju diskretizaciju ploca, odnosno ljudski i u globalnom smislu ponasaju se slicno povrsinskim nosacima. Kao i kod "punih" povrsinskih nosaca i kod rešetkastih nosaca dve dimenzije su dominantne u odnosu na trecu – visinu rešetkastog nosaca. Momenti savijanja, koji se kod ploca javljaju u dva pravca, prihvataju se ,vezom aksijalno napregnutih pojasnih stapova, dok se smicuce sile i kod ovakvih nosaca prihvataju stapovi ispune. (slika c)



### Podela prema intenzitetu opterećenja

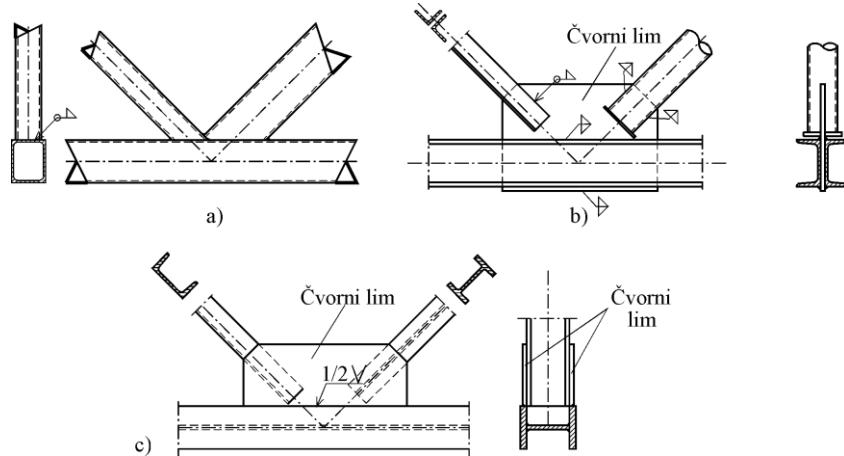
- **Laki** rešetkasti nosači – koriste se uglavnom u zgradarstvu, kada su opterecenja mirna i umerenog intenziteta. (slika a)
- **Srednje teški** rešetkasti nosači – se primjenjuju za veće raspone i opterecenja znacajnog intenziteta, i to uglavnom kao krovni i podni nosaci, ili kao kranski nosaci u industrijskim objektima. (slika b)
- **Teški** rešetkasti nosači – se po pravilu primjenjuju kod izuzetno velikih raspona i opterecenja. Najčešće je to slučaj sa glavnim mostovskim nosacima, koji se izvode kao rešetkasti nosaci za raspone od 30 do 100m. (slika c)



### Podela prema načinu oblikovanja čvorova

Rešetkasti nosači **bez čvornih limova** – veza u cvoru se ostvaruje direktnim vezivanjem stapova ispune za pojasevine stapova, bilo zavrtnjima ili zavarivanjem. Bez cvornog lima se najčešće izrađuju laki rešetkasti nosaci, ali se takođe mogu konstruisati i srednje teski nosaci od hladno oblikovanih profila zatvorenog (kružnog ili kvadratnog) poprečnog preseka (slika a).

Rešetkasti nosači **sa čvornim limovima** – su nosaci kod kojih se stapovi ispune za pojasevine stapove priključuju pomoću posebnih, dodatnih limova, koji se nazivaju cvorni limovi. Rešetkasti nosači kod kojih se za priključak koristi jedan cvorni lim nazivaju se **jednozidni rešetkasti nosaci** i primjenjuju se za luke i srednje teske nosace u zgradarstvu (slika b). Kada se veza ostvaruje preko dva cvorna lima koji leže u dve paralelne ravni, takvi rešetkasti nosaci se nazivaju **dvozidni rešetkasti nosaci** (slika c).



## 70. Osnovna pravila za konstruisanje rešetkastih nosača

### Osnovna pravila za konstruisanje

1. Opterećenje treba da deluje u čvorovima;
2. Dužina pritisnutih štapova treba da bude što manja;
3. Štapovi treba da budu pravi izmedju čvorova;
4. Sistemne linije štapova treba da se seknu u čvoru (centrisani štapovi)
5. Uglovi štapova ispune ne treba da budu suviše oštiri (ne manji od  $30^\circ$ );
6. Montažni nastavci pojasnih štapova izvode se izvan čvorova (u neposrednoj blizini) na strani slabije opterećenog štapa);

## 71. Oblici rešetkastih nosača i oblici poprečnih preseka štapova

Oblik rešetkastog nosača zavisi od oblika pojasnih štapova;

Po svom obliku rešetkasti nosači mogu da budu:

- Rešetkasti nosači **sa paralelnim pojasevima**;
- Rešetkasti nosači **sa gornjim pojasevom u nagibu** (uglavnom prati nagib krovnih ravnih)
- Rešetkasti nosači **sa paraboličnim pojasevima** ili pojasevima;

### Rešetkasti nosači sa paralelnim pojasevima

Sistemna visina rešetkastih nosača ( $h$ ) se kreće:

- od  $L/10$  do  $L/15$  za luke rešetkast nosače;
- od  $L/7$  do  $L/9$  za teške rešetkaste nosače;

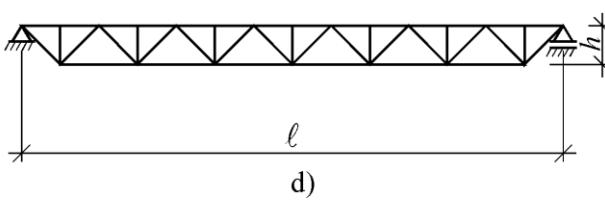
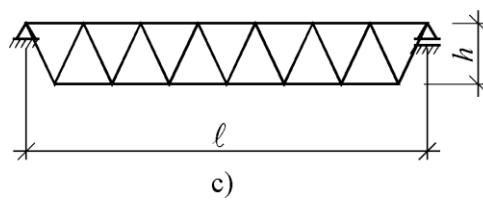
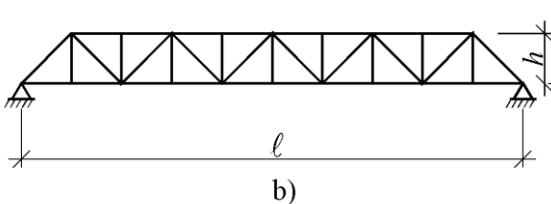
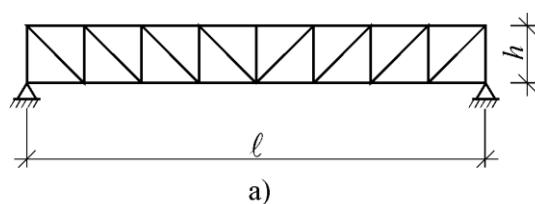
Za kontinualne nosače mogu se usvojiti manje visine.

Rasponi ( $L$ ) mogu biti:

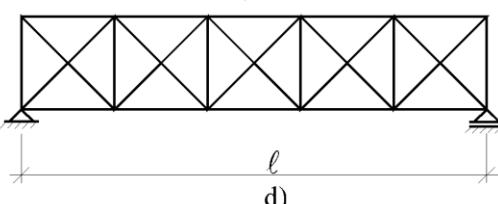
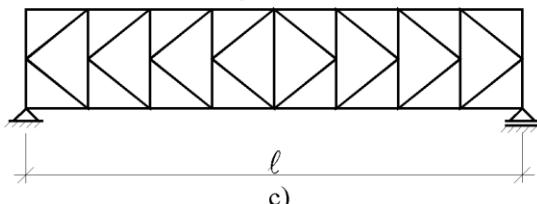
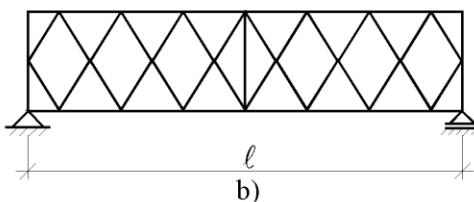
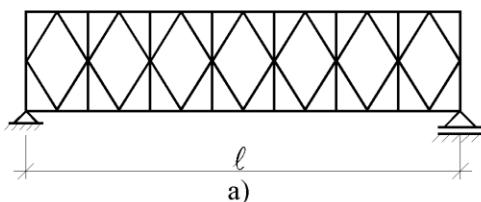
- od 12 do 18 m za rožnjače i podne nosače,
- od 30 do 100 m pa i više (npr. u mostogradnjama)

### Oblici rešetkastih nosača sa paralelnim pojasevima

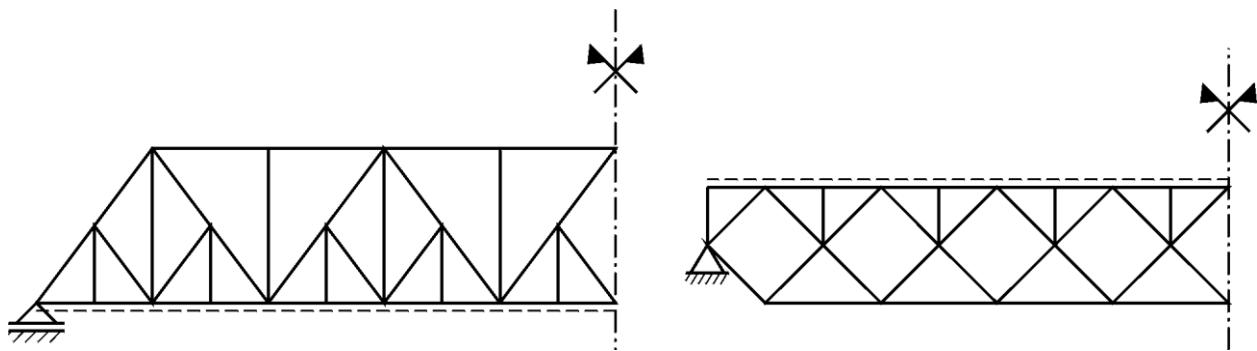
$$h \in (\ell/7 — \ell/15)$$



### Oblici ispune kod spregova



## Rešetkasti nosači sa paralelnim pojasevima i sekundarnom ispunom



Primenjuju se kod mostovskih nosaca velikih raspona.

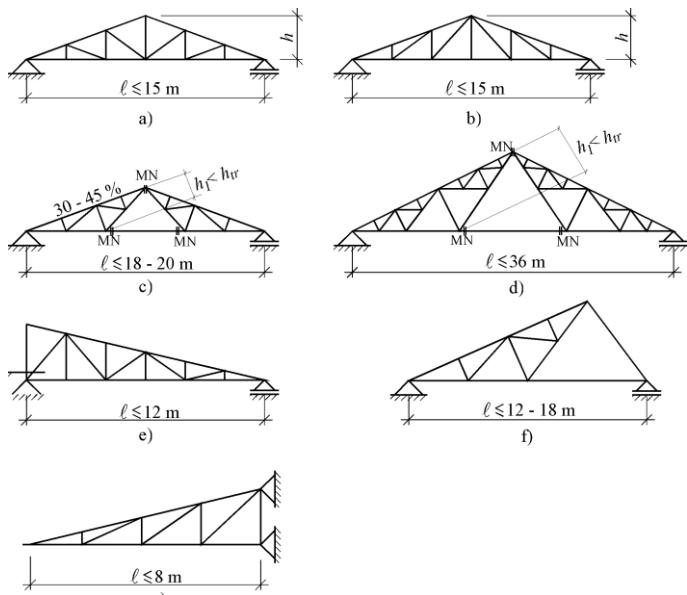
### Rešetkasti nosači sa gornjim pojasmom u nagibu

Uglavnom se krije kao krovni nosači, a nagibi gornjeg pojasa prate nagib krovne ravni.

Razlikuju se dva osnovna oblika:

- trougaoni rešetkasti nosači.
- trapezasti ili poligonalni rešetkasti nosači.

#### Trougaoni rešetkasti nosači



#### Oblici poprečnih preseka štapova

Različiti oblici poprečnih preseka primenjuju se za:

- Pojasne štapove,
- Stapove ispune,
- Zategnute štapove,
- Pritisnute štapove. Izbor oblika poprečnih preseka je jako veliki

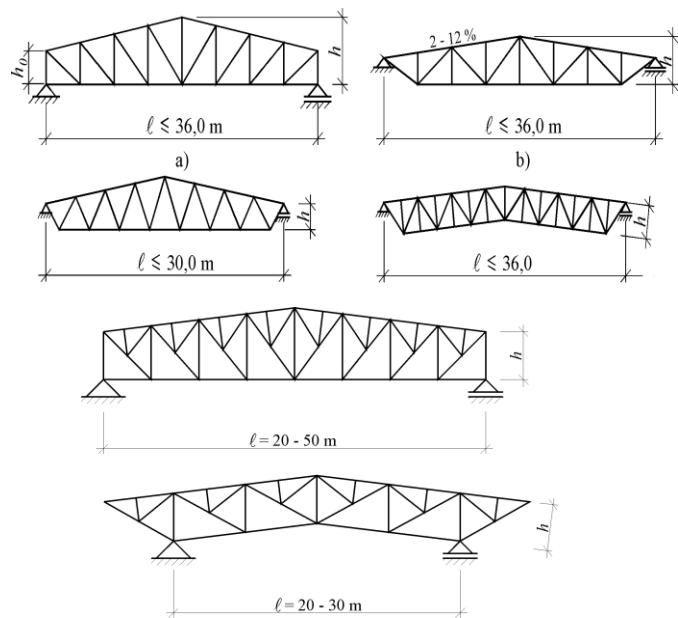
Treba voditi računa da izbor oblika pojasnih štaova i štapova ispune bude u skladu sa predvijenim oblikovanjem čvornog lima!

#### Proračun rešetkastih nosača

Prilikom proračuna uticaja u rešetkastim nosačima pretpostavlja se:

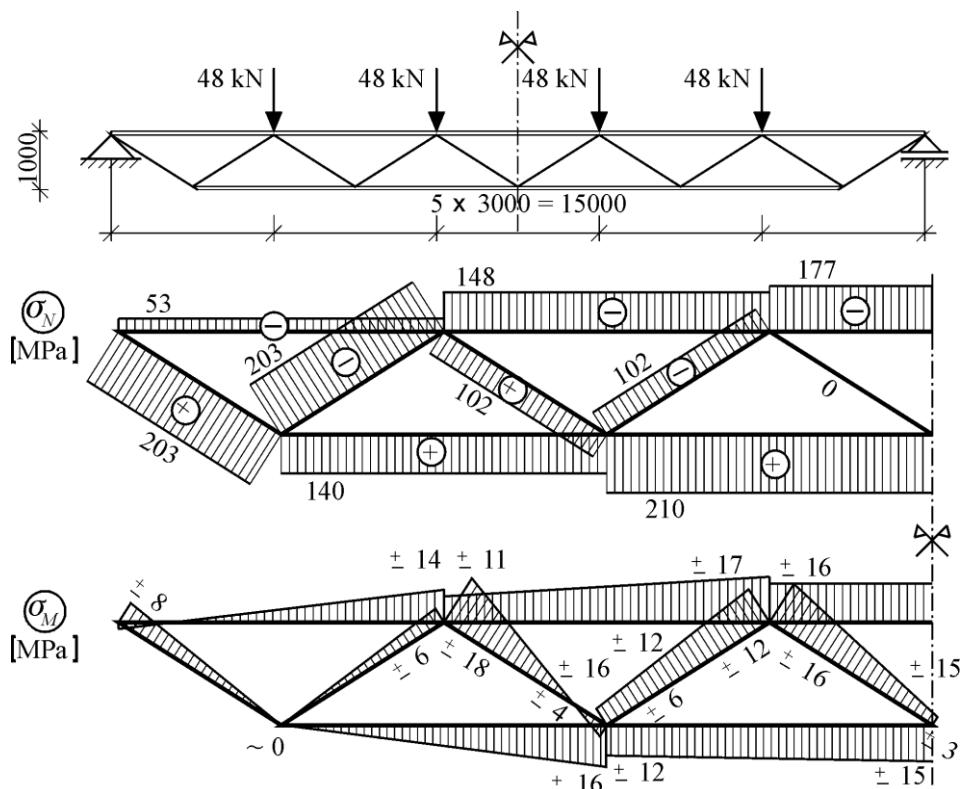
- Da su veze u čvorovima idealno zglobne,
- Da sile deluju isključivo u čvorovima nosača,
- Da su štapovi izmedju čvorova pravi i da su centrisani u čvoru.

#### Trapezasti – poligonalni rešetkasti nosači



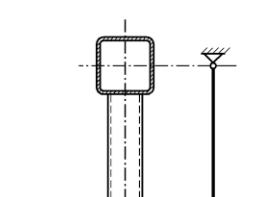
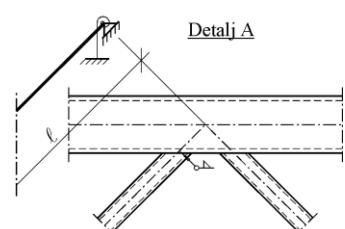
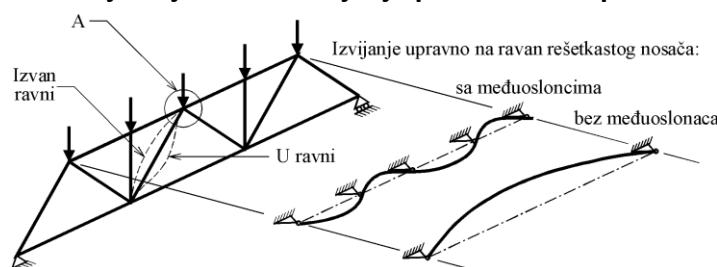
## Primarna i sekundarna naprezanja kod rešetkastih nosača

Ovakva odstupanja od idealizovanog proracunskog modela, bilo da je rec o krutim vezama u cvorovima ili ekscentricnom vezivanju, dovode do pojave sekundarnih uticaja. Naime, u stupovima rešetkastih nosaca se kao dominantna, odnosno primarna naprezanja javljaju normalni naponi izazvani dejstvom aksijalnih sila ( $\sigma_N$ ), dok se uticaji nastali usled momenata savijanja ( $\sigma_M$ ) smatraju sekundarnim. Medutim, moze se pokazati da uticaji usled momenata savijanja u krutim uglovima mogu da se zanemare. Kao potvrda ove cinjenice moze da posluzi primer sa slike, na kojem se uocava da su normalni naponi usled aksijalnih sila i preko 10 puta veci od sekundarnih naponi izazvanih savijanjem. Momenti savijanja u cvorovima rešetkastog nosaca odredjeni su uz pretpostavku o idealno krutim vezama. Kod vecine veza izvedenih pomocu zavrtnjeva dolazi do izvesne relativne rotacije, usled ponistavanja zazora izmedju vrata zavrtnja i rupe deformacije prikljucnih elemenata, pa su usled polukrutog ponašanja ovakvih veza momenti savijanja, a samim tim i sekundarni naponi, jos manji i mogu da se zanemare. (prepostavljam da ovo nema veze sa pitanjem ali mora da se zna).



72. Dužine izvijanja štapova rešetkastih nosača

### Određivanje dužine izvijanja pritisnutih štapova



- Posebno se analiziraju **pojasni štapovi i štapovi ispune** (dijagonale i vertikale), kao i izvijanje **u ravni** rešetkastog nosača i **izvan ravni** rešetkastog nosača;

- **Sistemna dužina** u ravni rešetkastog nosača jednaka je rastojanju izmedju čvorova rešetkastog nosača, a izvan ravni je jednaka osovinskom rastojanju izmedju tačaka bočnog pridržavanja;

## Dužine izvijanja pojaseva

- Generalno, dužina izvijanja pojasnog elementa **u ravni i izvan ravni** jednaka je njegovoj **sistemnoj dužini  $L$**  ( $\beta = 1$ )!
- Za pojase štapove od I ili H preseka, može se usvojiti da je dužina izvijanja **u ravni** jednaka  **$0,9L$**  ( $\beta = 0,9$ ), a **izvan ravni** jednaka je sistemnoj dužini  **$L$**  ( $\beta = 1$ )!
- Za pojase štapove od **šupljih profila**, dužina izvijanja **u ravni i izvan ravni** jednaka je  **$0,9L$**  ( $\beta = 0,9$ ), gde je  **$L$**  sistemna dužina!
- **Za izvijanje izvan ravni sistemna dužina jednaka je rastojanju tačaka bočnog pridržavanja!**

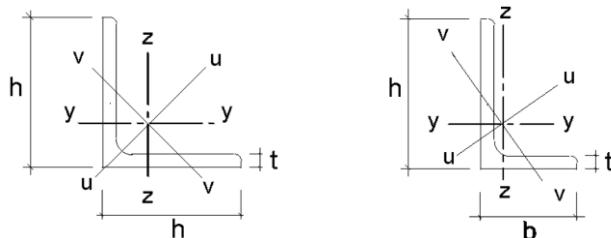
## Dužine izvijanja štapova ispune

- Generalno, dužina izvijanja štapova ispune **izvan ravni** jednaka je sistemnoj dužini  **$L$** ;
- Dužina izvijanja **u ravni** rešetkastog nosača jednaka je  **$0,9L$**  **izuzev** u slučaju štapova od **ugaonika**;
- Kod rešetkastih nosača od **šupljih profila** kod kojih je odnos širine pojasa ( $b_0$ ) i širine štapa ispune ( $b_i$ ) manji od 0,6, dužina izvijanja **u ravni i izvan ravni** je  **$0,75L$** ;

## Dužine izvijanja štapova ispune od L profila

Za štapove ispune od ugaonika (L profila), kada veza sa pojasm poseduje određen stepen uklještenja (zavarena ili sa bar 2 zavrtnja) može se zanemariti ekscentritet, a ugaonik se proračunava kao centrično pritisnut element sa ekvivalentnom relativnom vitkošću:

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}_{eff,v} &= 0.35 + 0.7\bar{\lambda}_v \\ \bar{\lambda}_{eff,y} &= 0.50 + 0.7\bar{\lambda}_y \\ \bar{\lambda}_{eff,z} &= 0.50 + 0.7\bar{\lambda}_z\end{aligned}$$



U slučaju veze sa samo jednim zavrtnjem ekscentričnost mora da se uzme u obzir, a dužina izvijanja je jednaka sistemnoj dužini  $L$ ;

73. Proračun i konstruisanje čvorova kod jednozidnih rešetkastih nosača

74. Proračun veze u čvoru jednozidnog rešetkastog nosača

## Proračun i oblikovanje detalja čvorova zavisi od:

- tipa rešetkastog nosača (sa čvornim limom ili bez njega),
- oblika poprečnih preseka pojasnih štapova i štapova ispune;
- broja čvornih limova (kod čvorova sa čvornim limom);
- vrste spojnih sredstava (zavrtnjevi ili zavarivanje);

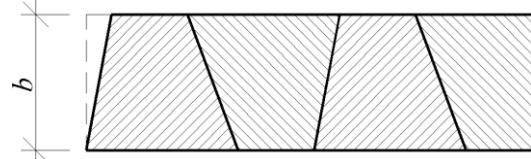
## Rešetkasti nosači sa čvornim limom

Čvorni limovi se oblikuju tako da:

- imaju minimalne dimenzije i
- da im je oblik jednostavan za izradu (po mogućству da imaju dve paralelne ivice).

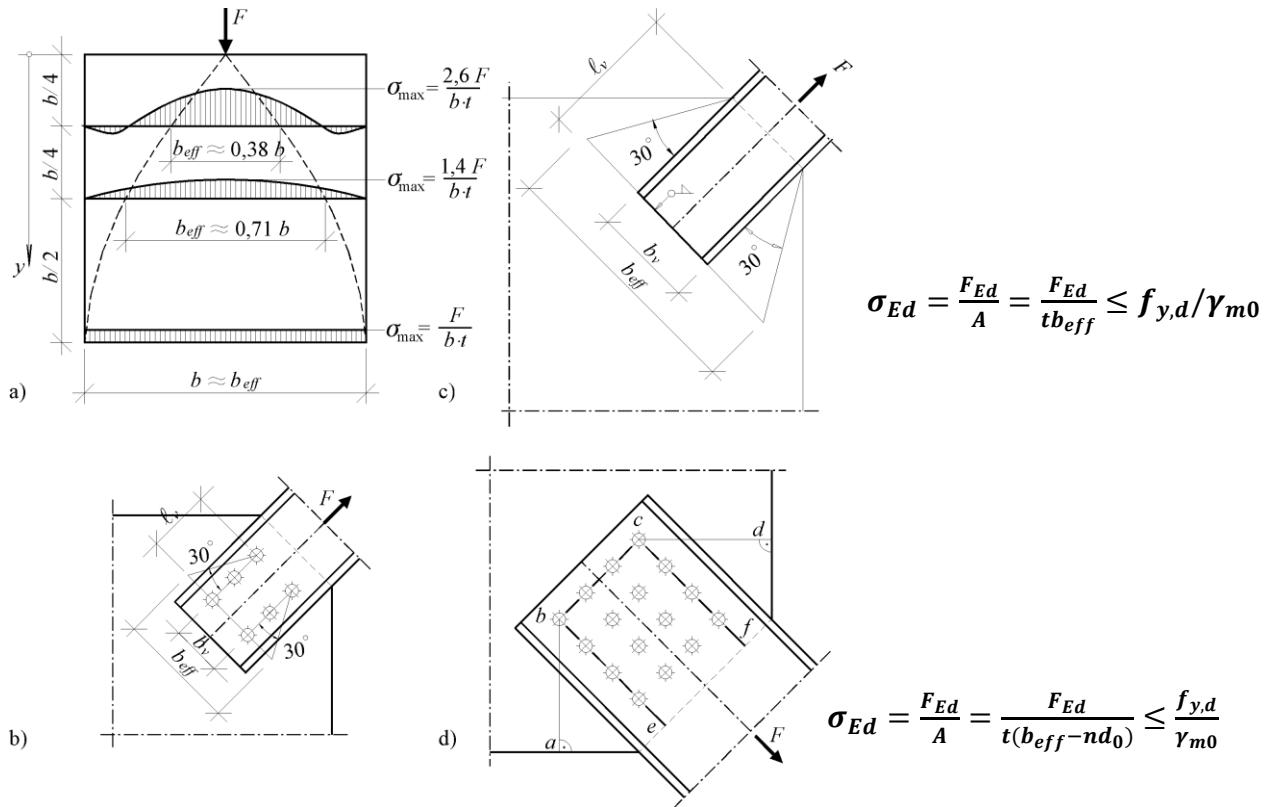
Sto su veće dimenzije cvornog lima, veca je i krutost cvora, pa se zbog toga povecavaju sekundarni uticaji usled momenata savijanja u krutim uglovima. Dimenzije cvornog lima bitno zavise od uglova izmedju štapova. Isuvise ostri uglovi (manji od  $30^\circ$ ) prouzrokuju znatno veće dimenzije cvornih limova, pa ih treba izbegavati.

Prilikom oblikovanja cvornih limova treba teziti da bar dve ivice budu paralelne kako bi citava serija cvornih limova mogla da se izreze iz jedne celicne trake uz minimalan otpad. Izrada ovakvih cvornih limova je znatno jednostavnija i jeftinija.



Cvorni lima ima dvojaku funkciju: da omoguci uvodjenje sila iz stapova ispune u cvor resetkastog nosaca i da obezbedi ravnotezu cvora. Zbog toga se u njemu javlja slozeno – dvoosno naponsko stanje, koje se ne moze jednostavno analiticki definisati. S obzirom na dvojaku funkciju cvornog lima, njegova debljina treba da se odredi na osnovu dva kriterijuma, tj do loma čvornog lima može da dodje **lokalno** u zoni unošenja sila iz štapova ispune, ili **globalno** po čitavoj visini čvornog lima, na mestu teorijskog čvora.

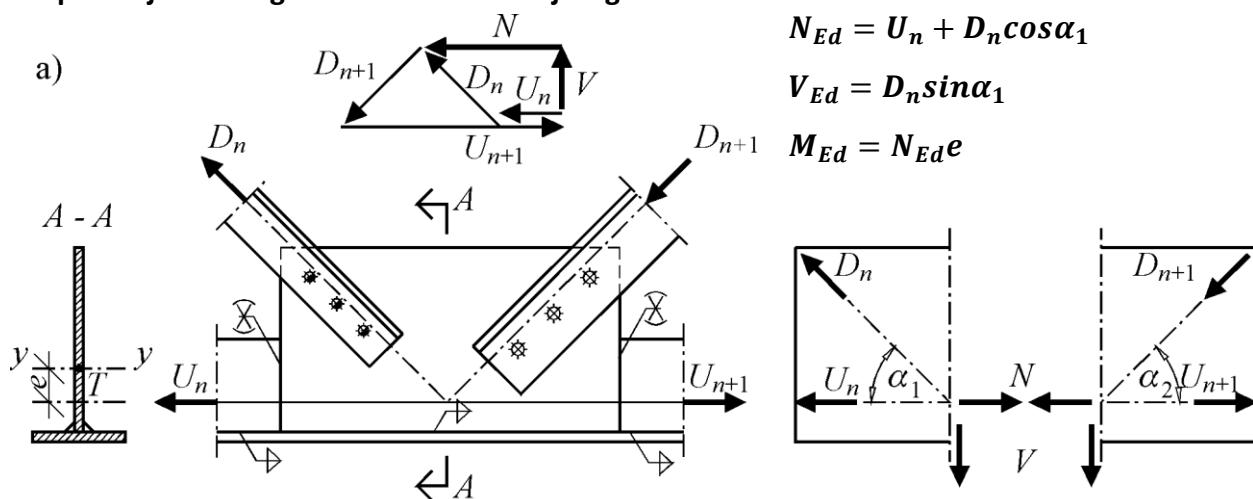
Realan raspored normalnih napona (slika a) u zoni uvodjenja sile u cvorni lima, odredjen na osnovu neke precizne analize, dozvoljava primenu uproscenog proracunskog modela, koji podrazumeva linearno prostiranje napona pod uglom od  $30^\circ$ . Prema ovom modelu dijagram normalnih napona je konstantan na efektivnoj sirini  $b_{eff} = b_v + 2l_v \operatorname{tg} 30^\circ$  (slika b i c).



Kod sirokih zategnutih stapova ispune, koji za cvorni lim vezani sa nekoliko linija zavrtnjeva (slika d), lom cvornog lima moze da nastupi po izlomljenim neto preseцима a-b-c-d, ili, ko kratkih veza, e-b-c-f. Tj. treba proveriti i cepanje bloka.

$$F_{Ed} \leq V_{eff,1,Rd}$$

#### Naprezanja čvornog lima na mestu teorijskog čvora



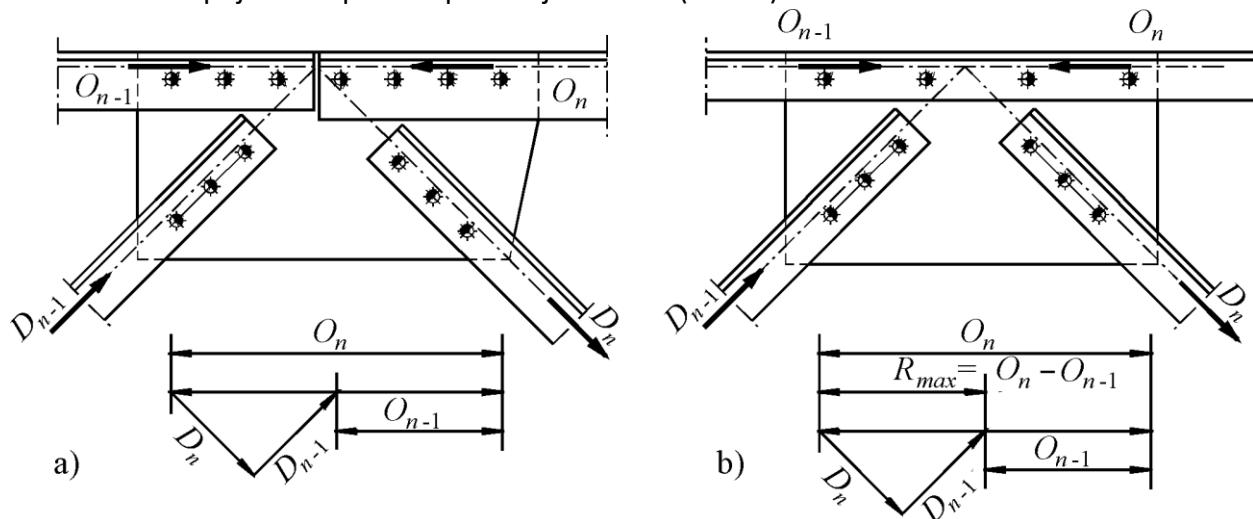
Poprečni presek koga čine zajeno pojasnji štap i čvorni lim treba da se preoveri na dejstvo presečnih sila  $N_{Ed}$ ,  $M_{Ed}$  i  $V_{Ed}$ .

$e$  rastojanje izmedju tezista pojasnih stapova i tezista preseka A-A

## Veza čvornog lima sa pojasnim štapovima

Veza čvornog lima sa pojasnim štapovima se uglavnom izvodi zavarivanjemili, pomocu mehanickih sredstava. Pri proracunu ove veze, bilo da je ona ostvarena zavarivanjem ili mehanickim spojnim sredstvima, postoje dva sustinski razlicita slučaja:

- Kada se pojasni stupovi prekidaju u cvoru (slika a)
- Kada se pojasni stupovi ne prekidaju u cvoru (slika b)

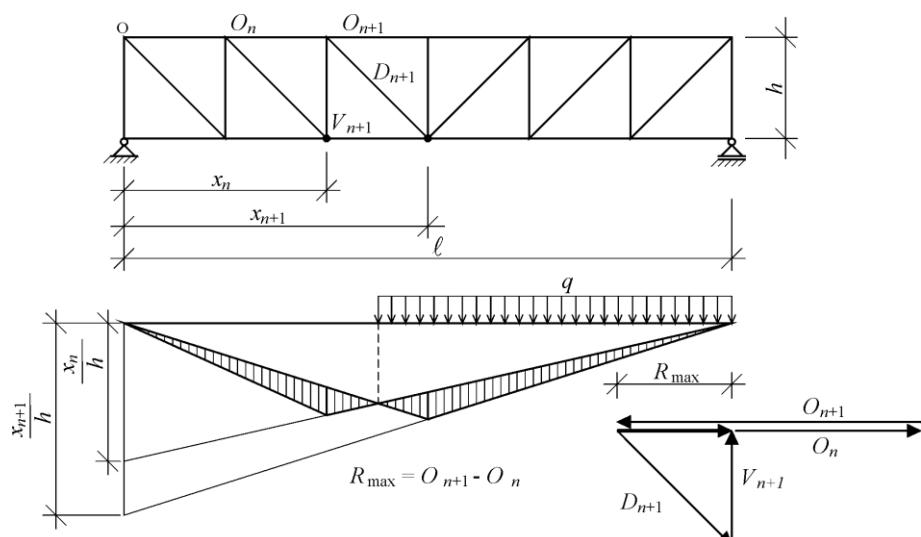


U savremenim čeličnim konstrukcijama prekidanje pojasnih štapova u čvoru nije uobičajeno, a veza čvornog lima sa pojasnim štapovima se, po pravilu, ostvaruje zavarivanjem!

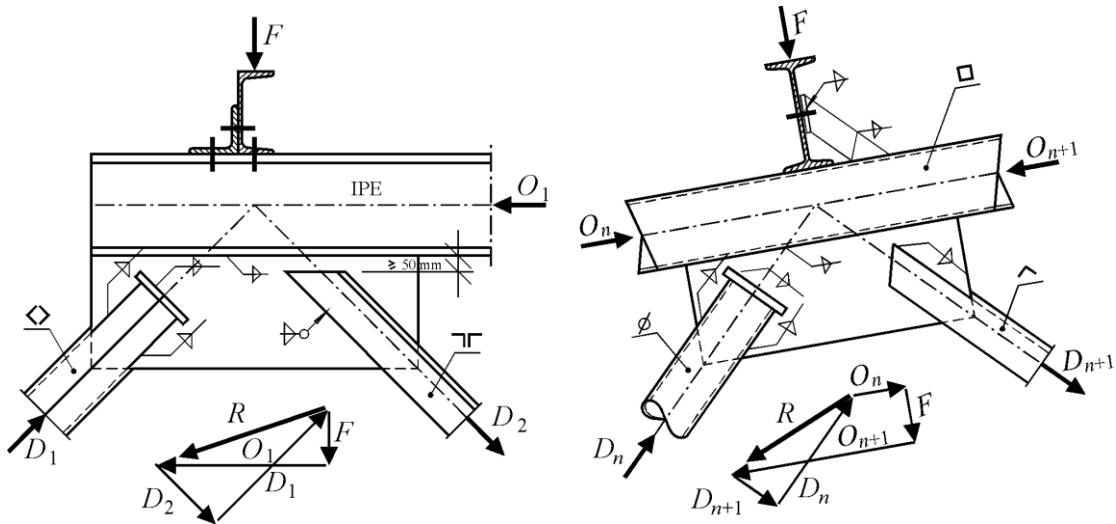
## Određivanje rezultante štapova ispune u čvoru u slučaju pokretnog opterećenja

Kod resetkastih nosaca koji su izlozeni dejstvu pokretnog opterecenja, kao sto su mostovski ili kranski nosaci, rezultantu treba odrediti na osnovu uticajne linije za razliku sila. Vrednost maksimalne rezultante može da se odredi i pribлизно prema sledecem izrazu :

$$R_{max} = 1.2 - 1.5(\max O_{n+1} - \max O_n)$$



Ukoliko u cvoru deluje i spoljasnje opterecenje u vidu koncentrisane sile, vezu čvornog lima sa pojasnim stupovima treba dimenzionisati i za dejstvo ove sile. Na slici su prikazana dva karakteristična cvora u kojima deluje i spoljasnja koncentrisana sila  $F$ . Sila  $R$  prema kojoj se dimenzionise veza čvornog lima može da se odredi na osnovu plana sile, kao vektorski zbir rezultante stupova ispune i spojlasnje sile  $F$ . Treba napomenuti da ova sila  $R$  deluje u cvoru i da, ukoliko teziste pojasnih stupova ne poklapa sa tezistom veze, dolazi do ekscentriteta, koji treba uzeti u obzir pri proracunu spojnih sredstava. Ovaj ekscentritet prouzrokuje moment savijanja u vezi.



### Primer proračuna veze u čvoru rešetkastog nosača

$f_{vw,d} \leq \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M2}}$

$\tau_{II} = \frac{\Delta O}{A_w} = \frac{\Delta O}{2 a \ell}$

$\sigma_M = \frac{M}{W_w} = \frac{\Delta O h / 2}{2 a \ell^2 / 16}$

$\sigma_F = \frac{F}{2 a \ell_{eff}}$

$\sigma_w = \sigma_M + \sigma_F$

$\sigma_\perp = \tau_\perp = \sigma_w / \sqrt{2}$

$\sigma_u = \sqrt{\sigma_\perp^2 + 3(\tau_{II}^2 + \tau_\perp^2)} \leq f_{vw,d}$

$\sigma_\perp \leq 0,9 \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$

$\tau_{II} = \frac{D_{n+1}}{A_{w,2}} = \frac{D_{n+1}}{4 a_2 \ell_2} \leq f_{vw,d}$

$\sigma_\perp = \tau_\perp = \sigma_w / \sqrt{2}$

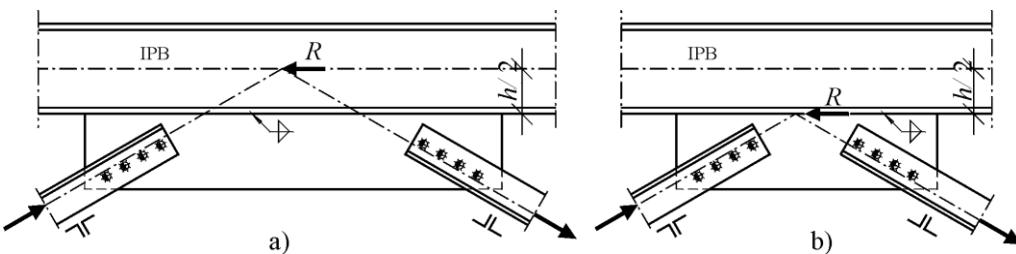
$\sigma_\perp \leq 0,9 \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$

$\tau_{II} = \frac{D_n}{A_{w,1}} = \frac{D_n}{2 a_1 \ell_1}$

$\sigma_w = \frac{D_n e}{W_{w,1}} = \frac{D_n e}{2 a_1 \ell_1^2 / 16}$

$\sigma_u = \sqrt{\sigma_\perp^2 + 3(\tau_{II}^2 + \tau_\perp^2)} \leq f_{vw,d}$

Ako su pojasci masivni, sto je uglavnom slučaj kod rešetkastih nosaca ciji je pojasc izložen lokalnom savijanju (npr. kranski nosci), centricna veza pojascova ispune prouzrokuje veoma dugacke cvorne limove koji su neracionalni i estetski neprihvativi (slika a), pa se u ovakvim slučajevima pribegava ekscentričnom prikljucku pojascova ispune (slika b). Na taj nacin se znatno smanjuju dimenzije cvornog lima, kruti pojascni stup se dodatno opterecuje momentom ekscentriteta  $M_p = R e = R h / 2$ , koji se javlja kao posledica ovakvog prikljucka, a savovi su oslobođeni dejstva momenta ekscentriteta.



## Rešetkasti nosači od šupljih profila

Spadaju u rešetkaste nosače bez čvornog lima;  
Veze u čvorovima se ostvaruju direktim zavarivanjem;  
Prednosti u odnosu na klasične rešetkaste nosače:

- manja težina,
- jeftinija antikoroziona zaštita (manji odnos O/A)
- povoljniji aerodinamički oblik u odnosu na otvorene preseke;
- velike mogućnosti konstrukterskog i arhitektonskog oblikovanja.

Izradjuju se od:

- šupljih profila **kružnog** poprečnog preseka (CHS);
- šupljih profila **kvadratnog ili pravougaonog** preseka (RHS).

Proračun veza prema poglavlju 7 EN 1993-1-8.

### Polje primene poglavlja 7 EN 1993-1-8

Pravila za proračun veza rešetkastih nosača od šupljih profila data u Evrokudu 3 važe za:

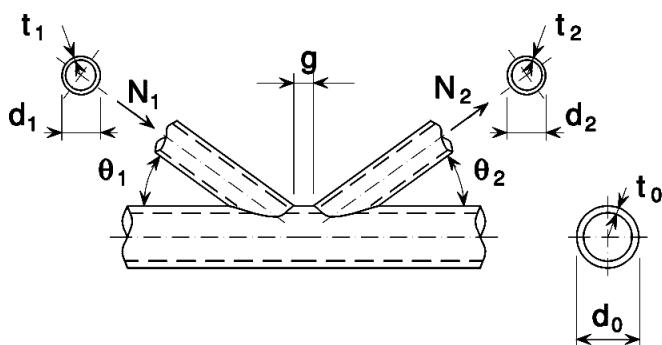
- vrućevaljane (EN10210) i hladnooblikovane (EN10219) šuplje profile izredjene od čelika sa granicom razvlačenja ne većom od 460 MPa; Kada je granica razvlačenja veća od 355 MPa proračunske nosivosti treba redukovati množenjem sa 0,9 (10%).
- šuplje profile sa debljinom zida  $t$  ne manjom od 2,5 mm;
- pojase štapove sa debljinom zida  $t_0$  ne većom od 25 mm;
- rešetkaste nosače sa uglom izmedju pojasa i elemenata ispune ne manjim od  $30^\circ$  ( $\square \square 30^\circ$ );
- pritisnute štapove klase 1 ili 2 za slučaj čistog savijanja;

Obuhvaćeni su različiti tipovi ravanskih i prostornih čvorova!

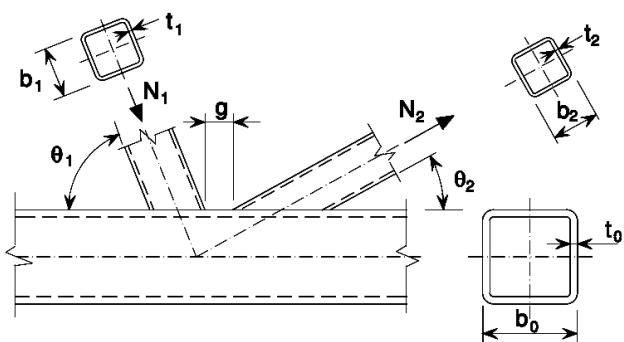
75. Proračun i konstruisanje rešetkastih nosača od šupljih profila kružnog poprečnog preseka

76. Proračun i konstruisanje rešetkastih nosača od šupljih profila pravougaonog poprečnog preseka

#### Kružni - CHS

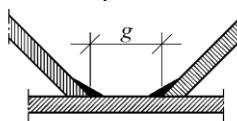


#### Pravougaoni - RHS



Prilikom direktnog zavarivanja stapova ispune za pojase stope, ukoliko se u cvoru vezuje bad dva stapa ispune, sto je najcesce slucaj, razlikuju se dva tipa cvorova:

- cvorovi sa razmakom
- cvorovi sa preklopom



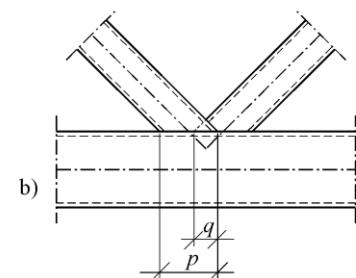
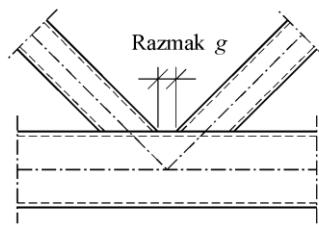
Minimalni razmak izmedju dva stapa ispune na mestu veze proistice iz potrebe za ostvarenjem kvalitetnih savova i ne treba da je manji od zbora debljina zidova stope i spune:

$$g \geq t_1 + t_2$$

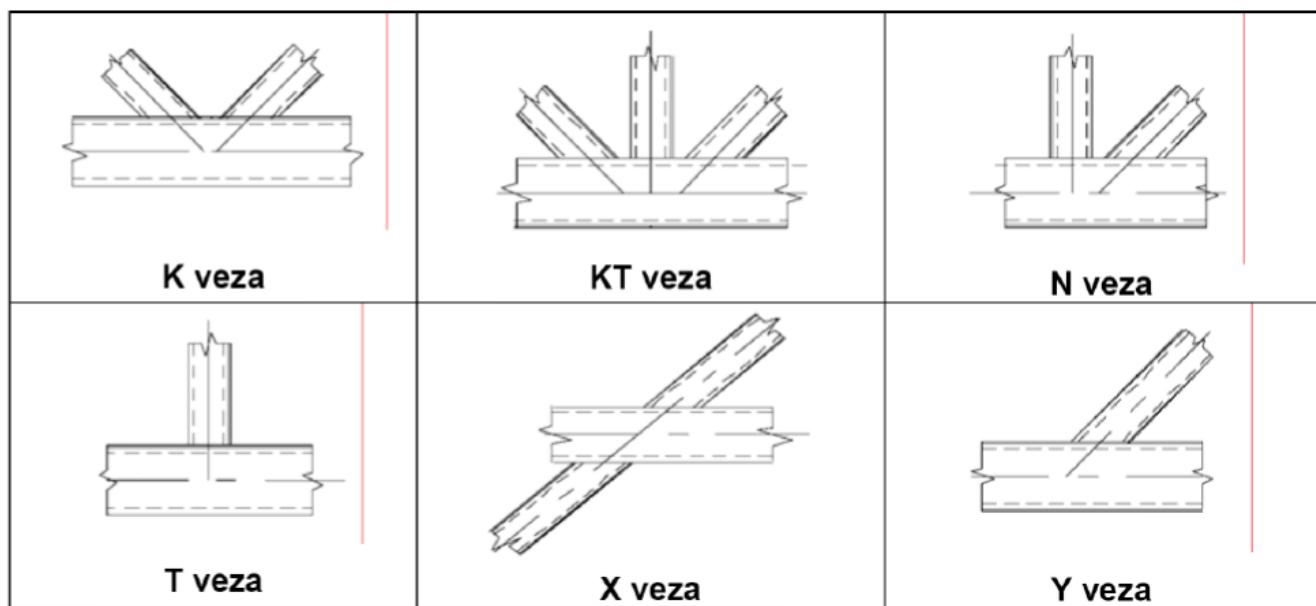
Preklop se izrazava u procentima:

$$\lambda_{ov} = \frac{g}{p} 100 [\%]$$

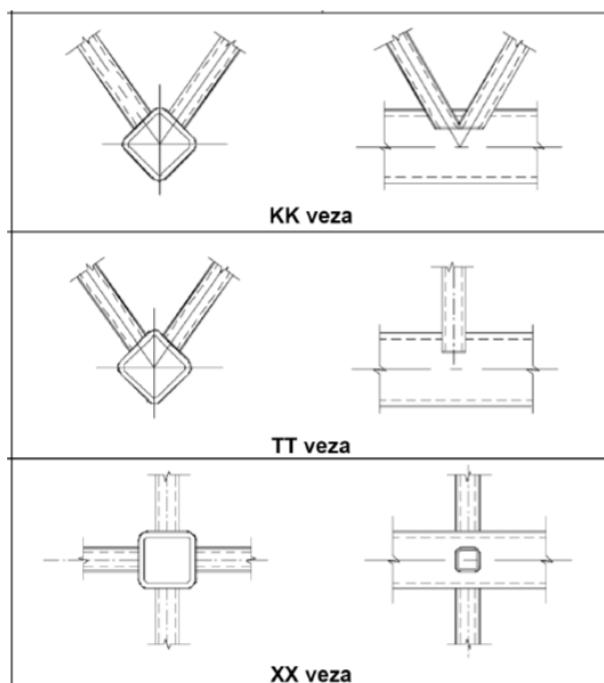
i ne treba da bude veci od 25%



#### Tipovi ravanskih veza u čvorovima



#### Tipovi prostornih čvorova



### Geometrijski parametri dimenzija poprečnih preseka od šupljih profila

T, Y i X veze	K i N veze	KT veze
za šuplje profile kružnog preseka		
$\beta = \frac{d_1}{d_0}$	$\beta = \frac{d_1 + d_2}{2d_0}$	$\beta = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3d_0}$
za šuplje profile pravougaonog preseka		
$\beta = \frac{b_1}{b_0}$	$\beta = \frac{b_1 + b_2 + h_1 + h_2}{4b_0}$	$\beta = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + h_1 + h_2 + h_3}{6b_0}$
za šuplje profile pravougaonog (pojas) i kružnog preseka (ispuna)		
$\beta = \frac{d_1}{b_0}$	$\beta = \frac{d_1 + d_2}{2b_0}$	$\beta = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3b_0}$
$\beta$ odnos srednjeg prečnika ili širine elementa ispune i širine pojasa $\gamma$ odnos širine ili prečnika pojasa i dvostrukе debljne zida $\gamma = \frac{d_0}{2t_0}$ (za CHS) $\gamma = \frac{b_0}{2t_0}$ (za RHS)		

### Naponi u pojasnim štapovima

$$\sigma_{0,Ed} = \frac{N_{0,Ed}}{A_0} + \frac{M_{0,Ed}}{W_{el,0}} \quad n = (\sigma_{0,Ed}/f_{y,0})/\gamma_m 5$$

$$\sigma_{p,Ed} = \frac{N_{p,Ed}}{A_0} + \frac{M_{0,Ed}}{W_{el,0}} \quad n_p = (\sigma_{p,Ed}/f_{y,0})/\gamma_m 5$$

$$N_{p,Ed} = N_{0,Ed} - \sum_{i>0} N_{i,Ed} \cos \theta_i$$

### Tipovi loma veza elemenata od šupljih profila

- Lom plastifikacijom površine pojasa** ili njegovog čitavog poprečnog preseka plastični lom površine pojasa ili plastični lom poprečnog preseka pojasa;
- Lom bočnih zidova pojasa ili lom rebara pojasa** usled plastifikacije, gnječenja ili nestabilnosti (ulubljenje ili izbočavanje bočnih zidova pojasa ili rebara pojasa) ispod pritisnutog elementa ispune;
- Lom smicanjem pojasa;**
- Lom usled kidanja (proboja) smicanjem** zida šupljeg profila pojasa (pojava prsline koja dovodi do odvajanja elementa ispune od pojasa);
- Lom elemenata ispune** sa redukovanim efektivnom širinom (prsline u šavovima ili u elementima ispune);
- Lom izbočavanjem** elemenata ispune ili šupljeg profila pojasnog elementa na mestu veze.

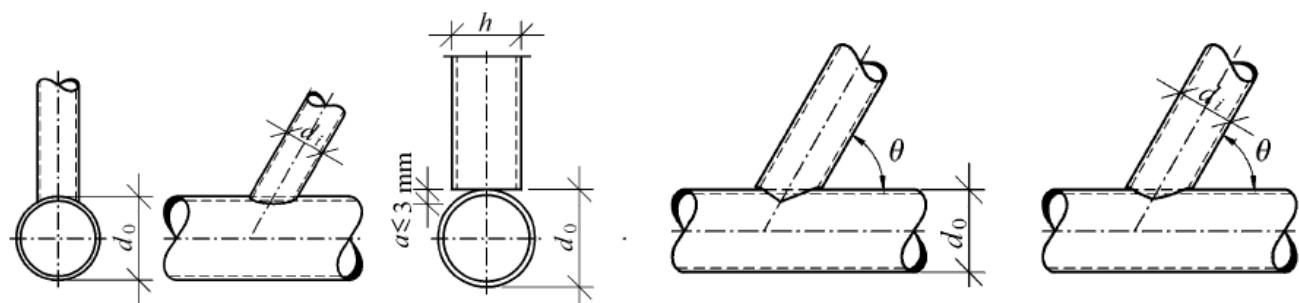
### Tipovi loma kod CHS

Oblik loma	Aksijalno opterećenje	Momenat savijanja
a		
b		
c		
d		
e		
f		

### Tipovi loma kod RHS

Oblik loma	Aksijalno opterećenje	Momenat savijanja
a		
b		
c		
d		
e		
f		

### Rešetkasti nosači od šupljih profila kružnog poprečnog preseka (CHS)



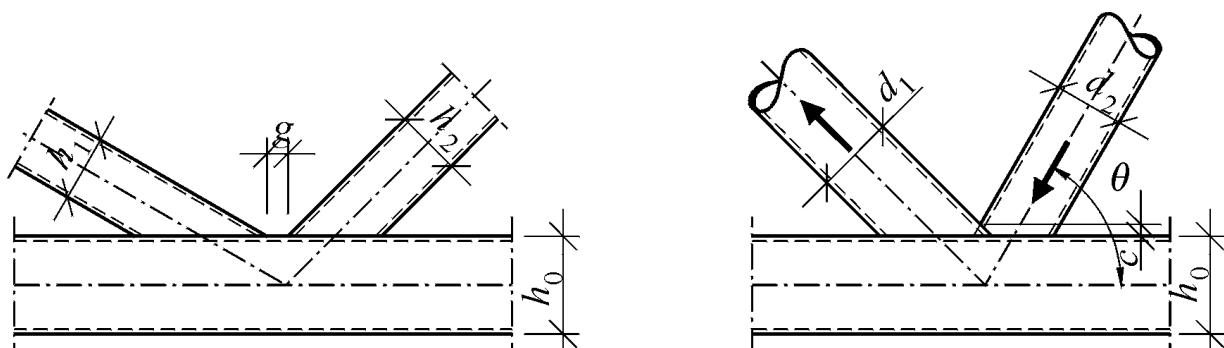
Opseg vazenja za zavarene veze izmedju elemenata ispune i pojaseva od supljih profila kružnog poprečnog preseka

$0,2 \leq d_i / d_0 \leq 1,0$			
Klasa 2	i	$10 \leq d_0 / t_0 \leq 50$	u opštem slučaju
ali		$10 \leq d_0 / t_0 \leq 40$	za X čvorove
Klasa 2	i	$10 \leq d_i / t_i \leq 50$	
$\lambda_{ov} \geq 25\%$			
$g \geq t_1 + t_2$			

## Proračunske nosivosti za različite tipove veza elemenata od CHS

Lom plastifikacijom površine pojasa	- T i Y veze
	$N_{1,Rd} = \frac{\gamma^{0,2} k_p f_{y0} t_0^2}{\sin \theta_1} (2,8 + 14,2 \beta^2) / \gamma_{M5}$
Lom plastifikacijom površine pojasa	- X veze
	$N_{1,Rd} = \frac{k_p f_{y0} t_0^2}{\sin \theta_1} \frac{5,2}{1 - 0,81 \beta} / \gamma_{M5}$
Lom plastifikacijom površine pojasa	- K i N veze sa razmakom ili preklopom
	$N_{1,Rd} = \frac{k_g k_p f_{y0} t_0^2}{\sin \theta_1} \left( 1,8 + 10,2 \frac{d_1}{d_0} \right) / \gamma_{M5}$ $N_{2,Rd} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} N_{1,Rd}$
Lom usled kidanja smicanjem	- K, N i KT veze sa razmakom i sve T, Y i X veze
Kada je: $d_i \leq d_0 - 2t_0$	$N_{i,Rd} = \frac{f_{y0}}{\sqrt{3}} t_0 \pi d_i \frac{1 + \sin \theta_i}{2 \sin^2 \theta_i} / \gamma_{M5}$
$k_g = \gamma^{0,2} \left[ 1 + \frac{0,024 \gamma^{1,2}}{1 + \exp(0,5g/t_0 - 1,33)} \right]$	$k_p = 1 - 0,3 n_p (1 + n_p) \leq 1$ za $n_p > 0$ (pritisak) $k_p = 1$ za $n_p \leq 0$ (zatezanje)

## Rešetkasti nosači od šupljih profila kvadratnog i pravougaonog poprečnog preseka (RHS)



- Znatno jednostavniji i jeftiniji proces izrade u odnosu na CHS;
- Ravno sečenje, nema posebne obrade krajeva štapova ispune;
- Štapovi ispuni mogu da budu i kružnog poprečnog preseka CHS;
- Postoji mogućnost ojačanja veze za razliku od CHS;
- Nešto lošiji aerodinamički oblik u odnosu na CHS;

## Opseg važenja za veze elemenata od RHS

Tip veze	Parametri veze ( $i = 1$ ili $2$ , $j = $ preklopjeni element ispune)				
	$b_i / b_0$ ili $d_i / b_0$	$b_i / t_i$ i $h_i / t_i$		$h_0 / b_0$ i $h_i / b_i$	$b_0 / t_0$ i $h_0 / t_0$
		Pritisak	Zatezanje		
T, Y i X veze	$b_i / b_0 \geq 0,25$	$\frac{b_i}{t_i} \leq 35$ i $\frac{h_i}{t_i} \leq 35$ i $\geq 0,1 + 0,01 b_0 / t_0$			$\leq 35$ i Klasa 2
K i N veze sa razmakom	$b_i / b_0 \geq 0,35$ i $\geq 0,1 + 0,01 b_0 / t_0$	$\frac{b_i}{t_i} \leq 35$ i Klasa 2	$\frac{h_i}{t_i} \leq 35$ i $\leq 2$	$\geq 0,5$ ali	$\frac{g}{b_0} \geq 0,5(1 - \beta)$ ali $\leq 1,5(1 - \beta)$ <sup>1)</sup> $g \geq t_1 + t_2$
K i N veze sa preklopom	$b_i / b_0 \geq 0,25$	Klasa 1			$\lambda_{ov} \geq 25\%$ ali $\lambda_{ov} \leq 100\%$ <sup>2)</sup> i $\frac{b_i}{b_j} \geq 0,75$

1) Ako je  $\frac{g}{b_0} > 1,5(1 - \beta)$  i  $g > t_1 + t_2$ , vezu treba tretirati kao dve odvojene T i Y veze.

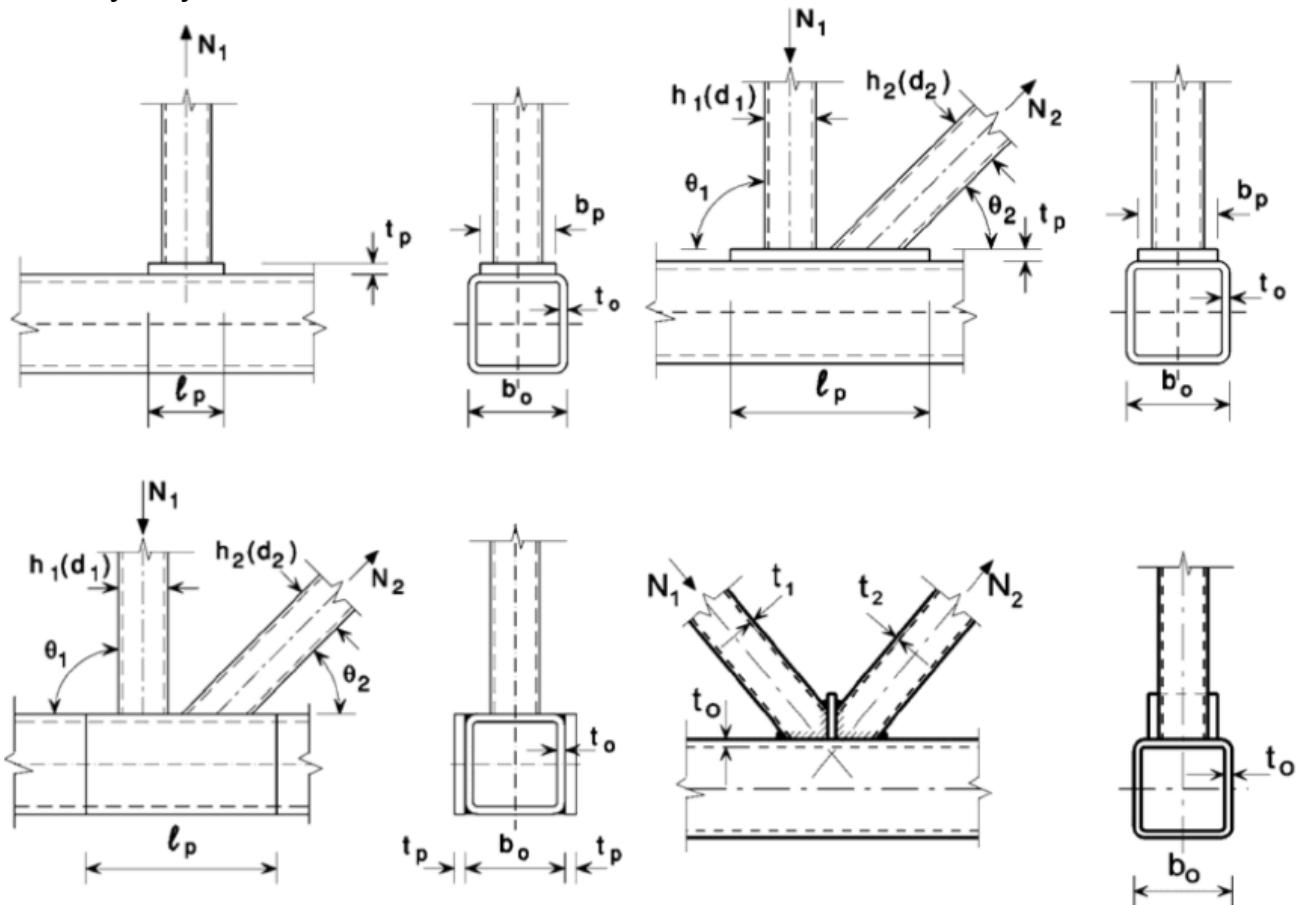
2) Preklop se može povećati da bi se omogućilo da nožica preklopjenog elementa ispune bude zavarena za pojaz.

Tip elementa ispune	Tip veze	Parametri veze
Šuplji profili kvadratnog poprečnog preseka	T, Y ili X	$b_i / b_0 \leq 0,85$
	K ili N sa razmakom	$0,6 \leq \frac{b_1 + b_2}{2b_1} \leq 1,3$
		$b_0 / t_0 \geq 10$
		$b_0 / t_0 \geq 15$

## Proračunske nosivosti za različite tipove veza elemenata od RHS

Tip veze	Proračunska nosivost ( $i = 1$ ili $2$ , $j = $ preklopjeni štap)
T, Y i X veza	Lom plastifikacijom površine pojasa $\beta \leq 0,85$
	$N_{i,Rd} = \frac{k_n f_y t_0^2}{(1 - \beta) \sin \theta_i} \left( \frac{2\beta}{\sin \theta_i} + 4(1 - \beta)^{0.5} \right) / \gamma_{M5}$
K i N veze sa razmakom	Lom plastifikacijom površine pojasa $\beta \leq 1,0$
	$N_{i,Rd} = \frac{8,9 \gamma^{0.5} k_n f_y t_0^2}{\sin \theta_i} \left( \frac{b_1 + b_2}{2b_0} \right) / \gamma_{M5}$
K i N veze sa preklopom <sup>1)</sup>	Lom elementa ispune $25\% \leq \lambda_{ov} < 50\%$
Element $i$ ili element $j$ mogu biti zategnuti a pritisnuti, ali jedan treba da bude zategnut a drugi pritisnut.	$N_{i,Rd} = f_{yi} t_i \left( b_{eff} + b_{e,ov} + \frac{\lambda_{ov}}{50} (2h_i - 4t_i) \right) / \gamma_{M5}$
	Lom elementa ispune $50\% \leq \lambda_{ov} < 80\%$
	$N_{i,Rd} = f_{yi} t_i (b_{eff} + b_{e,ov} + 2h_i - 4t_i) / \gamma_{M5}$
	Lom elementa ispune $\lambda_{ov} \geq 80\%$
	$N_{i,Rd} = f_{yi} t_i (b_i + b_{e,ov} + 2h_i - 4t_i) / \gamma_{M5}$
Parametri $b_{eff}$ , $b_{e,ov}$ i $k_n$	
$b_{eff} = \frac{10 f_y t_0}{b_0 / t_0 f_{yi} t_i} b_i$ ali $b_{eff} \leq b_i$	$k_n = 1,3 - \frac{0,4n}{\beta}$ ali $k_n \leq 1,0$ za $n > 0$ (pritisak)
$b_{e,ov} = \frac{10 f_y t_j}{b_j / t_j f_{yi} t_i} b_i$ ali $b_{e,ov} \leq b_i$	$k_n = 1$ za $n \leq 0$ (zatezanje)
<sup>1)</sup> Potrebno je kontrolisati samo preklopni element ispune $i$ . Treba uzeti da je efikasnost preklopjenog elementa ispune $j$ (to jest proračunska nosivost veze podeljena sa proračunskom plastičnom nosivošću elementa ispune) jednakna efikasnosti preklopnog elementa ispune.	

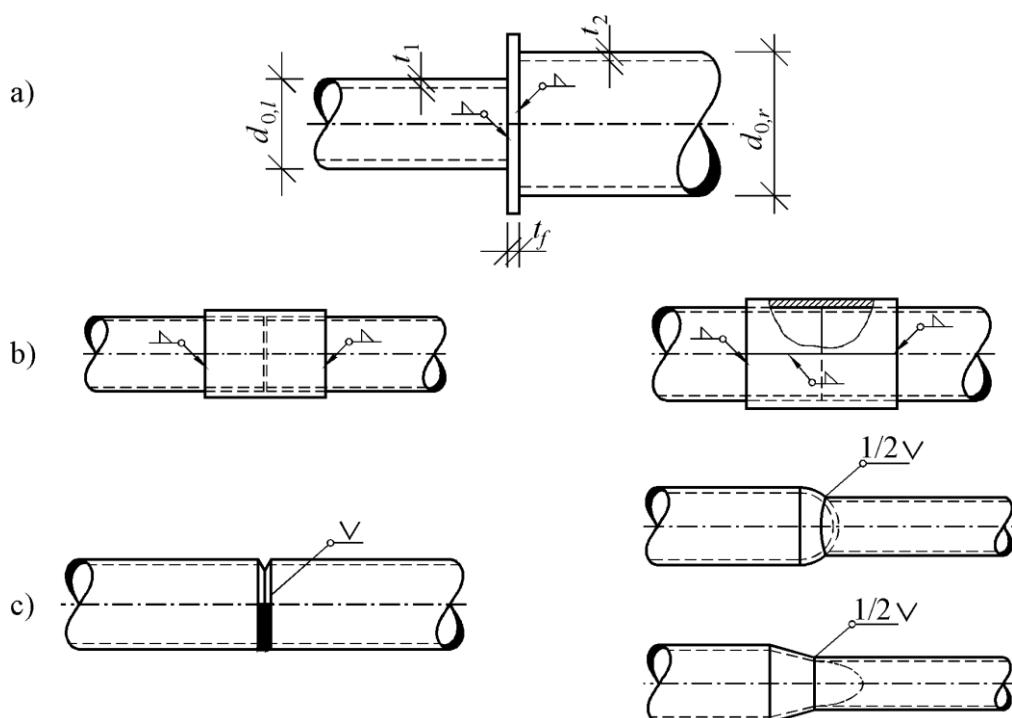
## Načini ojačanja veza - RHS



### 77. Proračun i konstruisanje montažnih nastavaka rešetkastih nosača

Radionicki nastavci se uglavnom ostvaruju zavarivanjem, a lociraju se izvan cvora na strani slabije napregnutog stapa. Postoje tri razlicite mogucnosti za ostvarivanje nastavaka u zavarenoj izradi:

- Pomocu umetnute ploce
- Pomocu "mufa"
- direktnim zavarivanjem suseonim savovima



Nastavci sa umetnutom plocom se primenjuju kada se nastavljaju suplji profili razlicitih dimenzija. Veza se ostvaruje obostranim ugaonim savovima po citavom obimu profila. Kod profila sa vecom debljinom zodova mogu da se primenei suceoni savovi za vezu profila sa umetnutom plocom.

Osnovni nedostaci ovog resenja su indirektno prenosenje sile i zatezanje upravno na pravac sava. Osim toga treba obratiti paznju na dvoplatnost materijala od kojeg se izradjuje umetnuta ploca, koja moze da dovede do prevremenog loma, posebno kod dinamicki opterecenih konstrukcija.

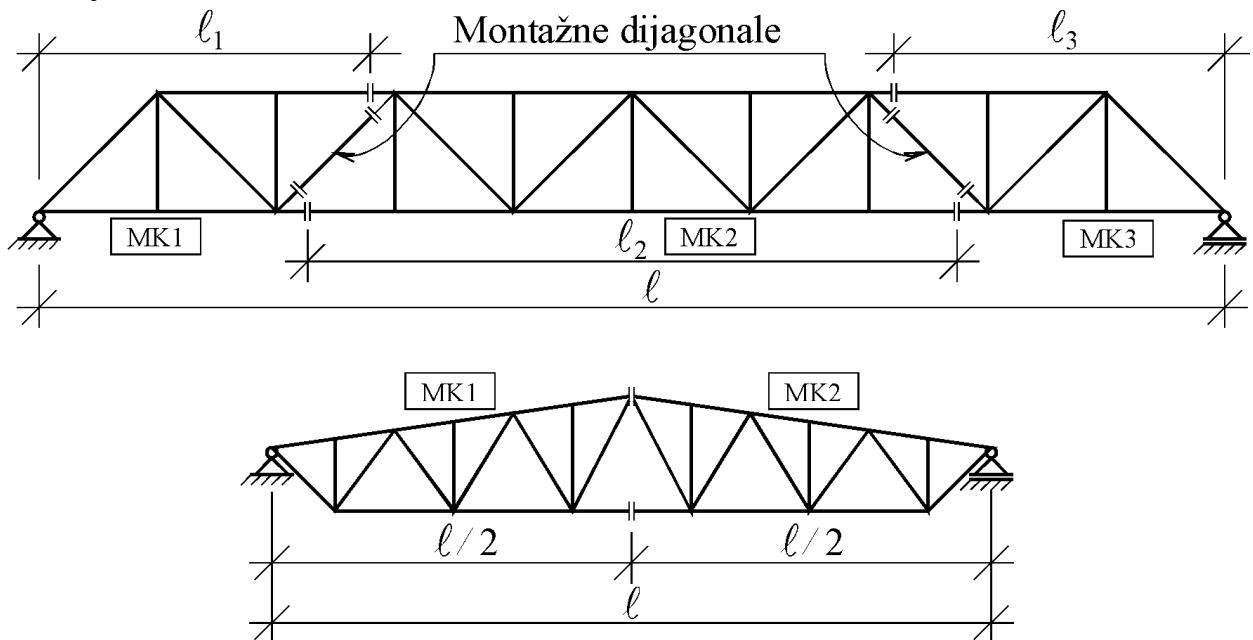
Primena mufa je moguca samo kod profila sa istim spoljasnjim dimenzijama. Prenosenje sile se i u ovom slicaju vrsi indirektno, preko mufa, a veza se ostvaruje ugaonim savovima. Posto muf, na izvesan nacin, predstavlja podvezicu, njegova povrsina treba da bude veca ili jednaka od minimalne povrsine stapova koji se vezuju. Kod pritisnutih stapova koji su izlozeni dejstvu lokalnog savijanja, duzina mufa treba da bude:

$$l \geq 3.5d$$

Kod pravougaonih profila umesto precnika  $d$  treba uzeti visinu profila  $h$ .

Suceonim savovima moze da se ostvari veza stapova istih ili priblizno istih dimenzija poprecnog preseka. Ako se dimenzije stapova znacajno razlikuju, primenjuju se konusni umetci, ali se vrsi redukcija kraja sireg profila.

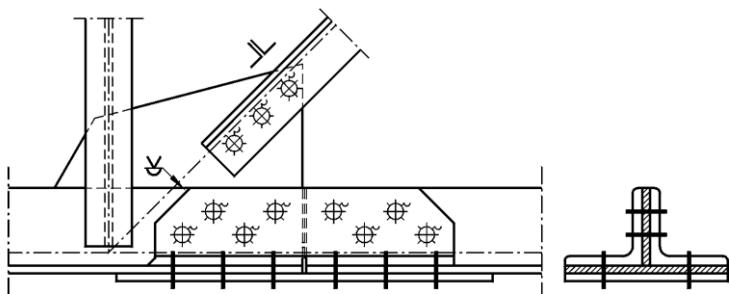
#### Položaj montažnih nastavaka



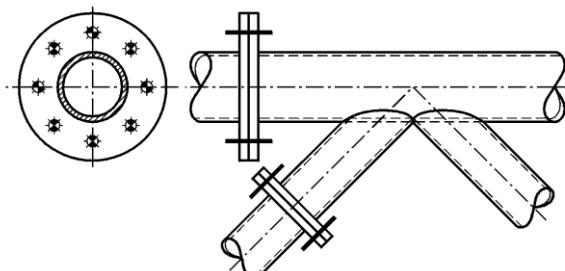
Kako su rasponi resetkastih nosaca uglavnom veci od dozvoljene duzine transportnog gaba, treba predvideti montazne nastavke. Oni se lociraju tako da dele resetkasti nosac na dve ili vise celina, koje se mogu samostalno transportovati. Za razliku od stapova ispunе cija veza na montazi u nekim slucajevima moze da se izbegne povoljnim izborom preseka, pojascni stapovi obavezno moraju da se prekinu i to, po pravilu, u istom polju resetkastog nosaca. Stapovi ispunе se u uslucaju kada je rastavljanje resetkastog nosaca nemoguce bez njihovog prekidanja, prikljucuju za cvorove nosaca u vidu montaznog stapa(najcesce dijagonale).

## Vrste montažnih nastavaka

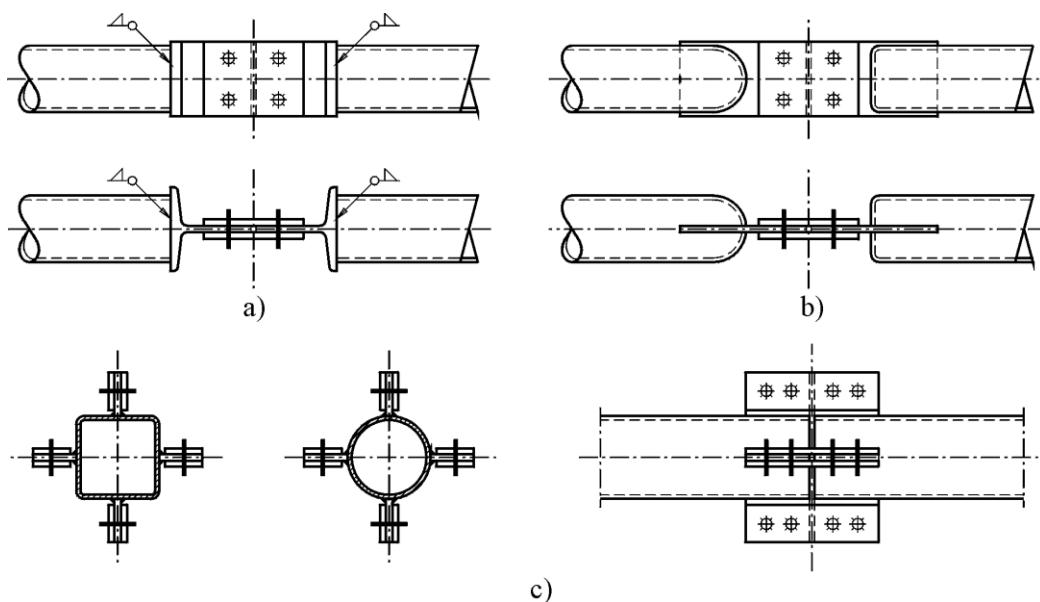
Sa podvezicama



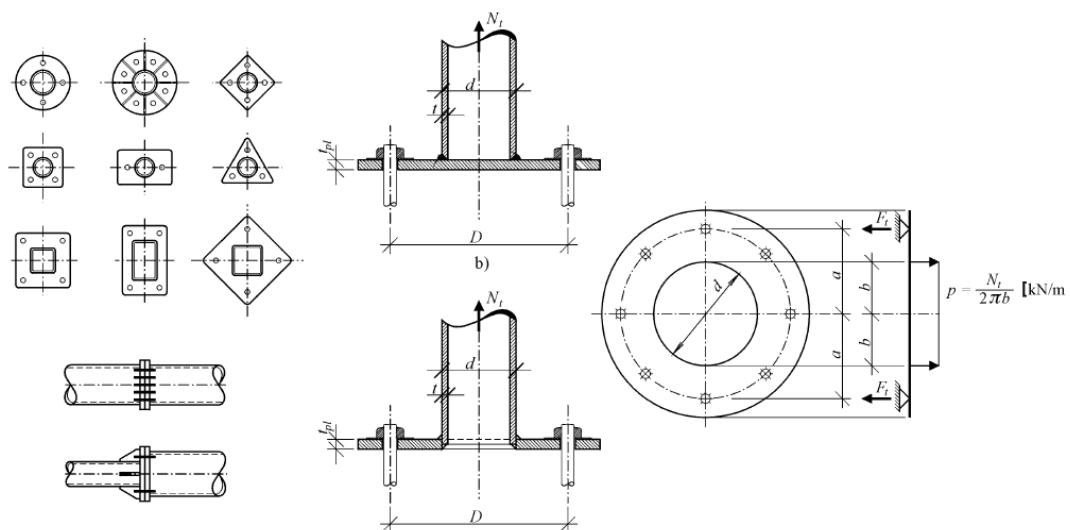
Sa čeonom pločom



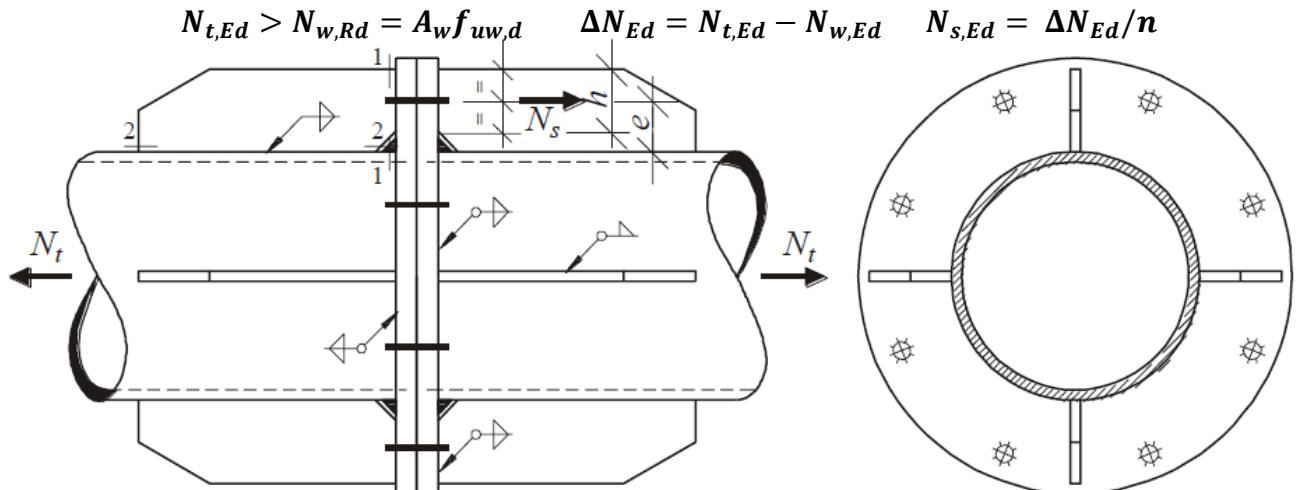
## Montažni nastavci pomoću podvezica



## Oblikovanje i modeliranje montažnih nastavak sa čeonom pločom



## Montžni nastavci pomoću čone ploče sa ukrućenjima



**Presek 1-1:**

$$\sigma_w = \frac{N_{s,Ed}}{A_{w,1}} \leq f_{uw,d}$$

$$f_{uw,d} = \frac{f_u/\sqrt{2}}{\beta_w \gamma_m 2}$$

**Presek 2-2:**

$$\tau_{\parallel} = N_{s,Ed}/A_{w,2}$$

$$\sigma_w = \frac{N_{s,Ed} e}{W_{w,2}}$$

$$\sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \sigma_2/\sqrt{2}$$

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\parallel}^2 + \tau_{\perp}^2)} \leq f_{vw,d}$$