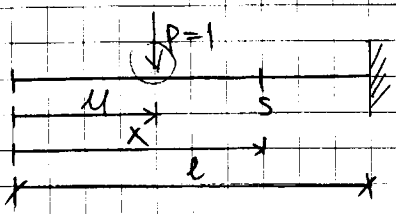
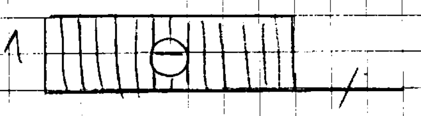
КОНЗОЛА

(5)

Конзолни носач је греда која је на једном крају слободна, а на другом ослоњена на непокретно лежиште и укљештена.

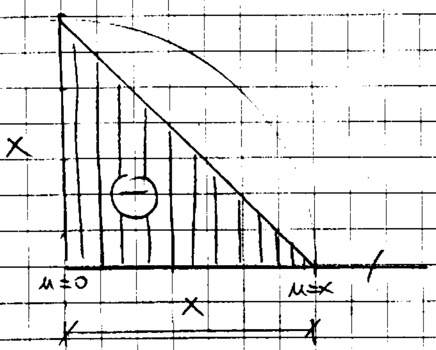


Силе у пресеку постоје само ако је сила $P=1$ лево од пресека s.



T_s

$0<u<x \quad T_s=-1 \quad M_s=-(x-u)$



M_s

$u=0 \Rightarrow M_s=-x$

$u=x \Rightarrow M_s=0$

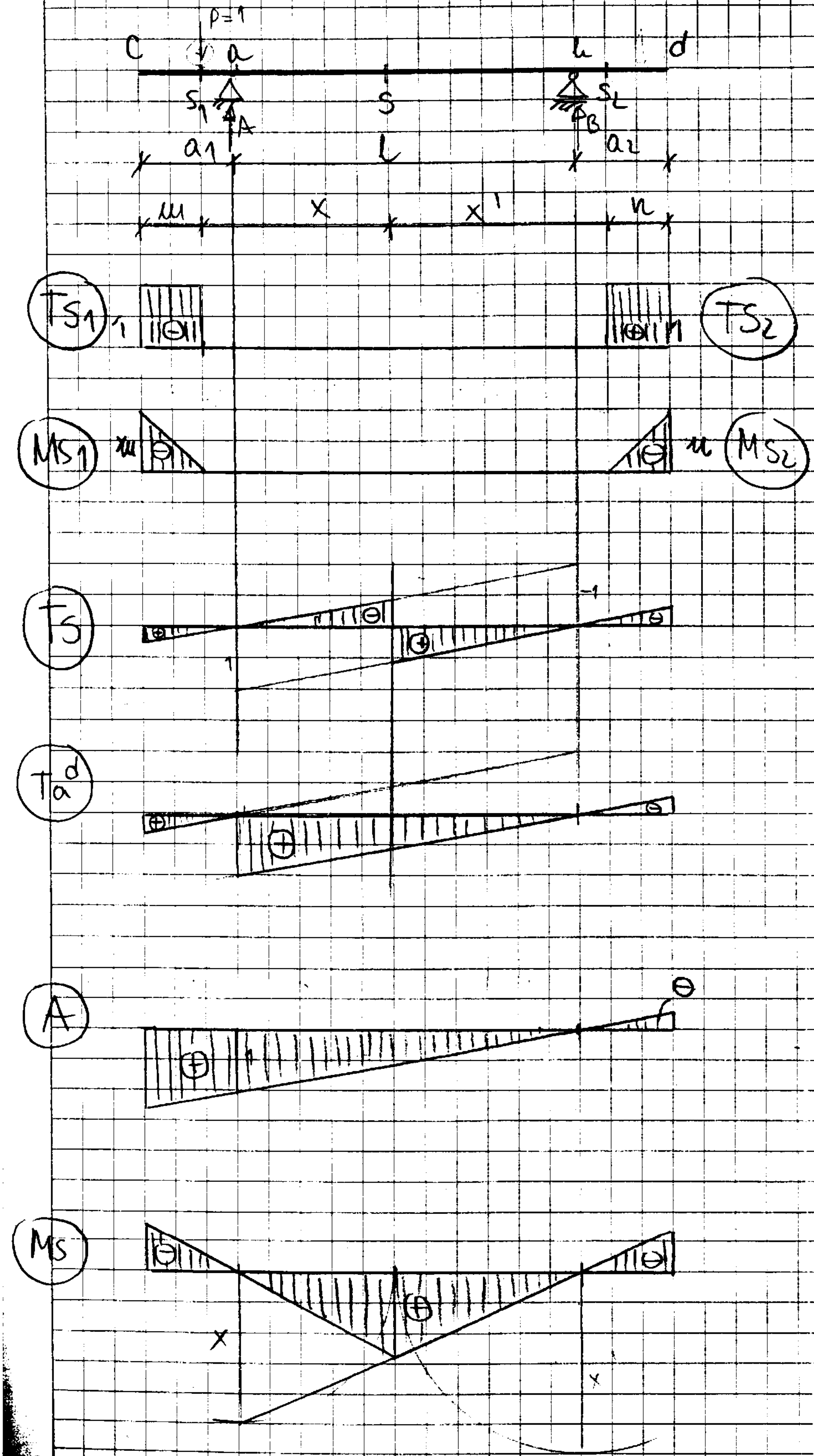
ГРЕДА СА ПРЕПУСТОМ

Греда са препустима има ослонце који нису на крају греде. Распон поља је ab дужине l, а препусти су ac и bd дужина a_1 и a_2.

Утицајне линије за силе у пресецима S_1 и S_2 на препустима исте су као за одговарајућу конзолу ac тј. bd. (у статичком смислу)

Утицајна линија за поље ab између ослонаца је иста је као за просту греду ab јер је и утицај

од оптерећења на овом делу штапа
Утицајне линије су праве на прутним пољима.

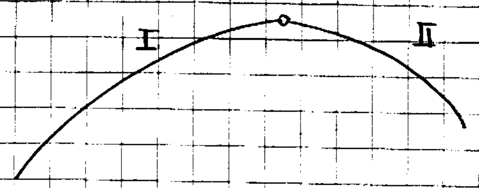


T_a^d – пресек s је ∞ близу a, d – десно од a

Реакција A је ⊕ ако је P=1 на ac и ab делу a ⊖ на bd

НОСАЧИ КОЈИ СЕ САСТОЈЕ ИЗ 2 КИНЕМАТИЧКИ КРУТЕ ПЛОЧЕ.

(6)



$z_p = 2$

$z_z = 1$

$$3z_p = 2z_z + z_o + z_u$$

$$\Rightarrow 6 = 2 + z_o + z_u$$

$$\Rightarrow \boxed{z_o + z_u = 4}$$ **УСЛОВ ЗА КИНЕМАТИЧКУ СТАБИЛНОСТ**

Варијације: $z_o = 4 \quad z_u = 0$

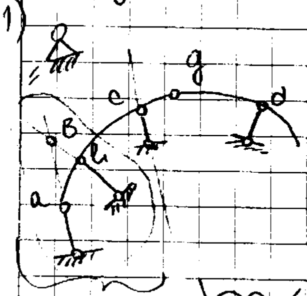
$z_o = 3 \quad z_u = 1$

$z_o = 2 \quad z_u = 2$

(1 z_u спречава обртање једне плоче, 2 z_u друге плоче.)

Могући носачи:

1)



$\Sigma M_g^{десно} = 0 \Rightarrow d$

$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow c$

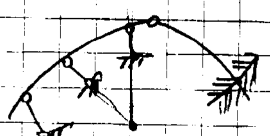
$\Sigma M_a = 0, \Sigma X = 0, \Sigma Y = 0$

$\Rightarrow a, b$

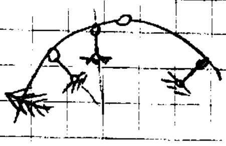
слободно ослоњено се на

! Правци 3 ослонца се не смеју сећи у истој тачки јер би се цела плоча I обртала око B.

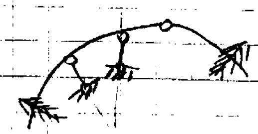
2)



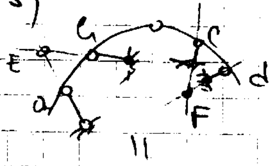
3)



4)

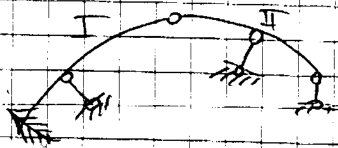


5)

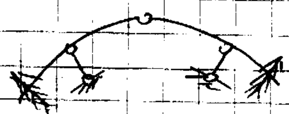


у E и F

6)



7)



Плоче I и II нису заједно стабилне али цео систем јесте. (испуњен је услов за праву кинематичку стабилност

ЛУК (ОКВИР) НА 3 ЗГЛОБА

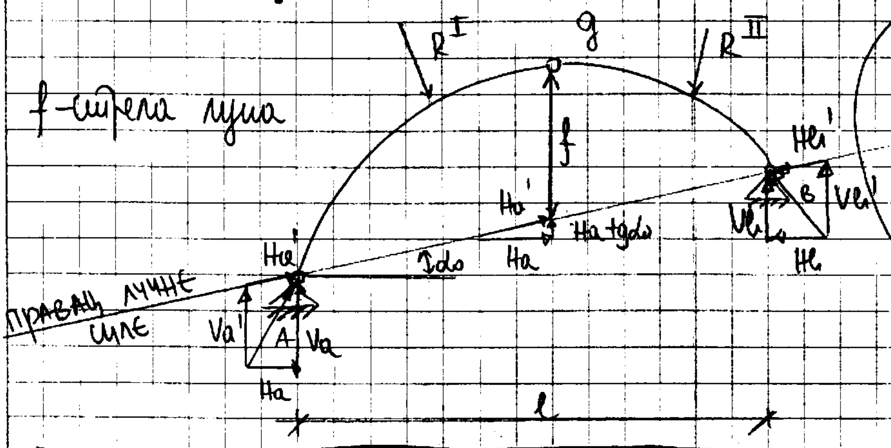
Носачи на 3 зглоба се састоје од 2 кинематички круте плоче које су ослоњене на непокретна лежишта и међусобно зглобно везане.

Битно се разликују од гредних носача: реакције ослонаца су произвољног (косог) правца, нормалне силе у њима увек постоје и веома су битне.

Погодни су за бетон, опеку и камен јер се облик носача може направити тако да постоје само N силе које изазивају const напоне притиска у читавом п.п.

Силе у пресеку

f-стрела лука



За произвољно оптерећене реакције ће имати произвољне правце.

$$H_a = H_a' \cos\alpha_0 \qquad H_b = H_b' \cos\alpha_0$$
$$V_a = V_a' + H_a' \sin\alpha_0 \qquad V_b = V_b' - H_b' \sin\alpha_0$$
$$V_a = V_a' + H_a\,tg\alpha_0 \qquad V_b = V_b' - H_b\,tg\alpha_0$$

H_a', H_b' - лучне силе у ослонцима a и b

H_a, H_b - хоризонтални потисци лука.

1) $\Sigma M_b = 0 \Rightarrow V_a' \cdot l + M_b = 0 \qquad V_a' = \frac{M_b}{l} \Rightarrow V_a$

$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow V_b' \cdot l - M_a = 0 \qquad V_b' = \frac{M_a}{l} \Rightarrow V_b$

$\oplus \; M_a, M_b \quad M_b$

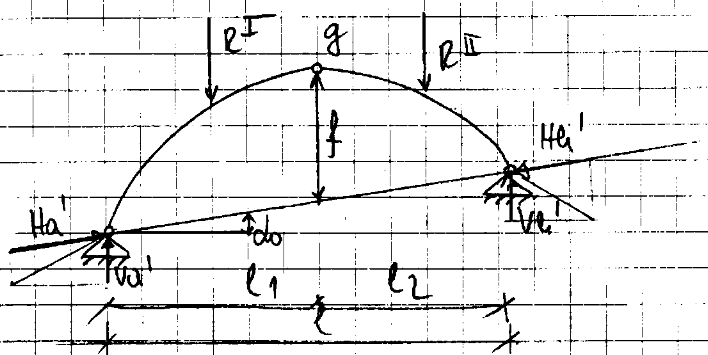
2) $\Sigma M_g^{I} = 0 \Rightarrow H_a = \frac{M_g^{I}}{f}$

$\Sigma M_g^{II} = 0 \Rightarrow H_b = \frac{M_g^{II}}{f}$

$M_g^{I}, M_g^{II} \; \oplus$

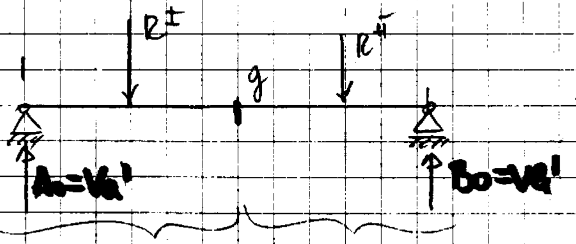
M_g^{I} – моменат свих спољашњих сила на штапу I око g.

*Гравитационо оптерећење. (Вертикално оптерећење)



$H_a' = H_b' = H'$ $\quad$ $V_a' = -\frac{M_b}{l} = A_o$

$H_a = H_b = H$ $\quad$ $V_b' = \frac{M_a}{l} = B_o$



$\Sigma M^{греда} = \Sigma M^{лук}$

g – одговарајућа пресечна тачка на греди

$\Sigma M_a^{греде} = \Sigma M_a^{лук}$

P

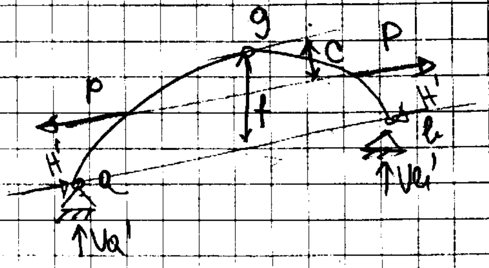
Када је носач оптерећен вертикалним оптерећењем, из услова да алгебарска сума статичких момената спољашњих сила у односу на ослонце буде једнака нули, следи да су силе V_a' и V_b' једнаке реакцијама A_o и B_o просте греде, редом оптерећене истим оптерећењем.

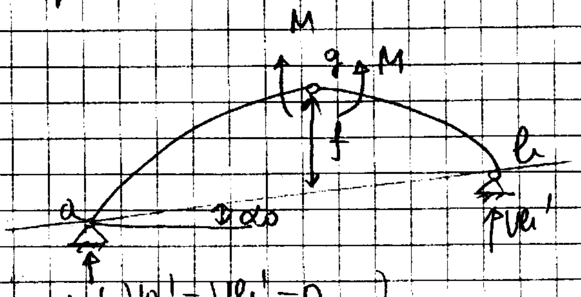
$H = \frac{M_g^{просте\ греде}}{f}$

Силу H код лука можемо одредити као M_{go} одговарајуће просте греде распона l и оптерећена R^{I}, R^{II} преко f.

H сила бочног потиска

• Ако немамо симетрично оптерећење.





$$\Sigma M_a = \Sigma M_b = 0 \Rightarrow V_a' = V_b' = 0$$

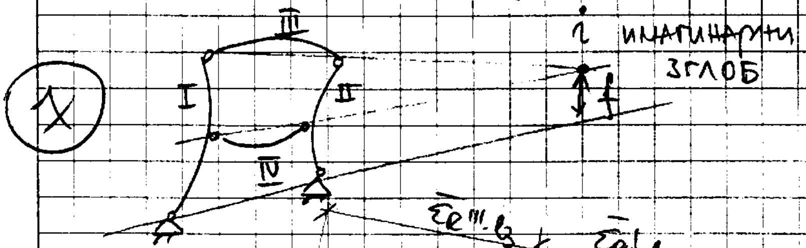
$$H = \frac{P \cdot c}{f} \quad (\Sigma M_g^{I} = \Sigma M_g^{II} = 0)$$

V_a' $V_a' = V_b' = 0$

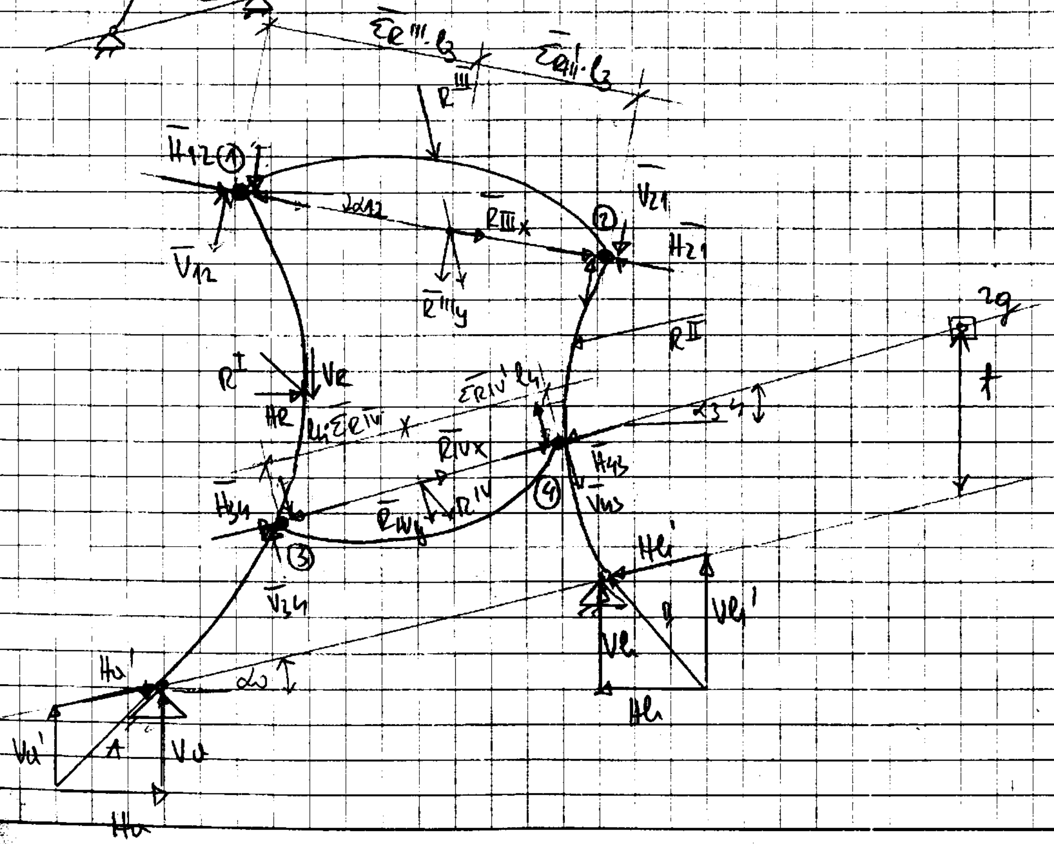
$H = \frac{M}{f}$ $\Big\}$ $\underline{V_a = H \operatorname{tg} \alpha}$

⊛ ако су ослонци на истој висини $\Rightarrow V_a = 0$ имамо само H.

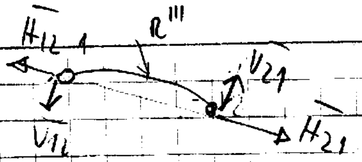
ЛУК СА ИМАГИНАРНИМ ЗГЛОБОМ

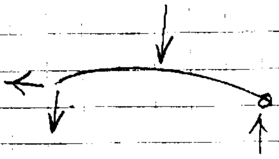


Претпоставимо да су штапови зглобно везани.



смер



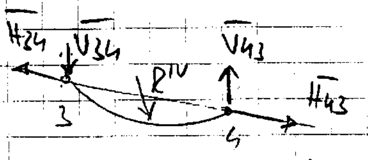


1) $\left(\sum M_1=0 \quad \sum M_2=0 \quad \sum 12=0\right)$

$\bar V_{12} = \dfrac{\bar R_y^{III}\cdot \bar\xi_R^{III'}\cdot l_3}{l_3} = -\bar R_y^{III}\cdot \bar\xi_R^{III})$

$\bar V_{21} = +\bar R_y^{III}\cdot \bar\xi_R^{III}$

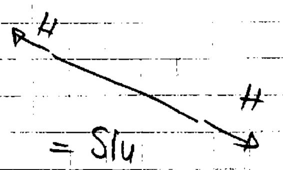
$\sum 12=0 \Rightarrow \bar H_{12}-\bar H_{21} = \bar R_x^{III}$ (*)



$\left(\sum M_3=0 \quad \sum M_4=0 \quad \sum 34=0\right)$

$\bar V_{34} = -\bar R_y^{IV}\cdot \bar\xi_R^{IV'}$

$\bar V_{43} = +\bar R_y^{IV}\cdot \bar\xi_R^{IV}$



= SIu

$\sum 34=0 \Rightarrow \bar H_{34}-\bar H_{43} = \bar R_x^{IV}$ (*)

2) $\sum M_b=0 \Rightarrow V_a{}' = -\dfrac{\tilde M_b}{l}$

$\sum M_a=0 \Rightarrow V_b{}' = \dfrac{\tilde M_a}{l}$

$\sum M_g^{I}=0 \Rightarrow \boxed{H_a = \dfrac{M_g^{I}}{f}}$

$\sum M_g^{II}=0 \Rightarrow \boxed{H_b = \dfrac{M_g^{II}}{f}}$

3) равнотежа плоче I

$\sum x=0 \;\Big|\; \bar H_{12}\cos\alpha_{12} \mp \bar H_{34}\cos\alpha_{34} - \bar V_{12}\sin\alpha_{12} + \bar V_{34}\cdot\sin\alpha_{34} + H_a + H_b = 0$

$\sum y=0 \;\Big|\; \bar H_{12}\sin\alpha_{12} + \bar H_{34}\cdot\sin\alpha_{34} + \bar V_{12}\cos\alpha_{12} \oplus \bar V_{34}\cos\alpha_{34} + V_a + V_b = 0$

$\ominus \quad \ominus \quad \ominus$

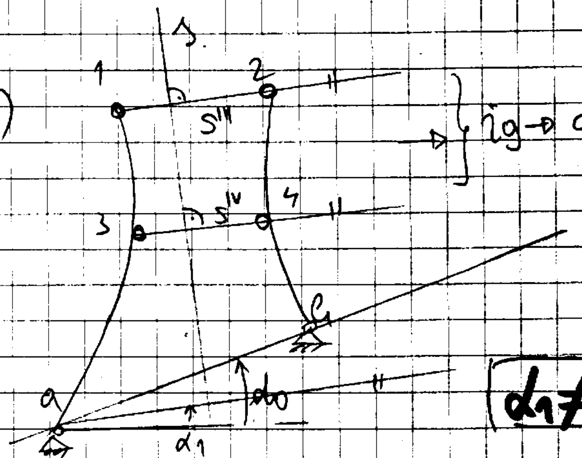
$\xrightarrow{(*)}$ $\bar H_{12}, \bar H_{34}, \bar H_{21}, \bar H_{43}$

Имамо 12 непознатих (сила веза и реакције ослонаца).

Специјални случајеви:

1) $R^{III} = R^{IV} = 0 \Rightarrow$ $\bar{V}_{12} = V_{21} = \bar{V}_{34} = V_{43} = 0$

$\bar{H}_{12} = \bar{H}_{21} = S^{IV}$ $\bar{H}_{34} = \bar{H}_{43} = S^{III}$

2) 

$\} tg \to \infty$

- да би избегли H_{21} и H_{43} пројектујемо на правац s.

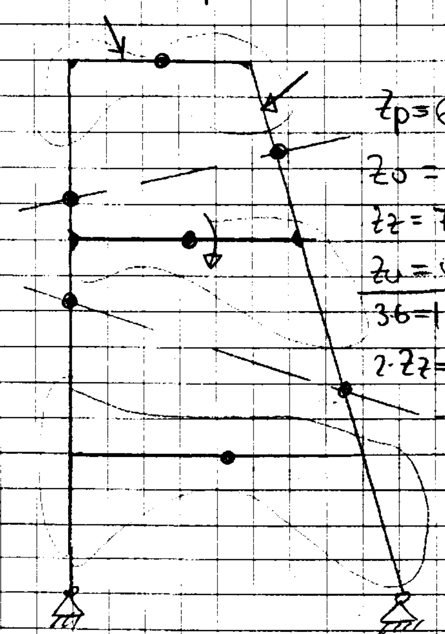
$\boxed{\alpha_1 \neq \alpha_0}$

у противном би ово био механизам.

Оквири

Постоје вишеспратни и приземни оквири.

1) вишеспратни

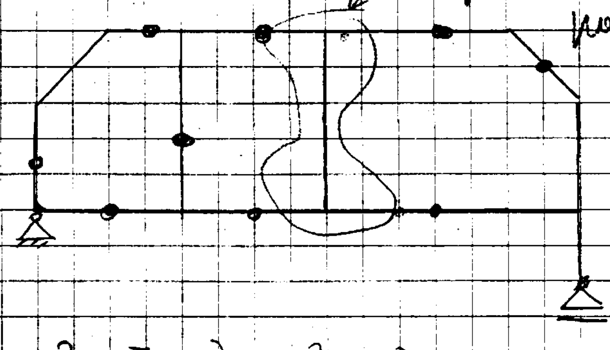


$z_p = 6$
$z_o = 4$
$z_z = 7$
$z_u = 0$
$36 = 18$
$2 \cdot z_z = 14$
4
18

$3z_p = 2z_z + z_o + z_u$ ✓

- нпр оквири који се ослањају један на други.

2) приземни.



овај штап мора лежати у равнотежи.

$z_p = 7$ $z_z = 9$ $z_o = 3$

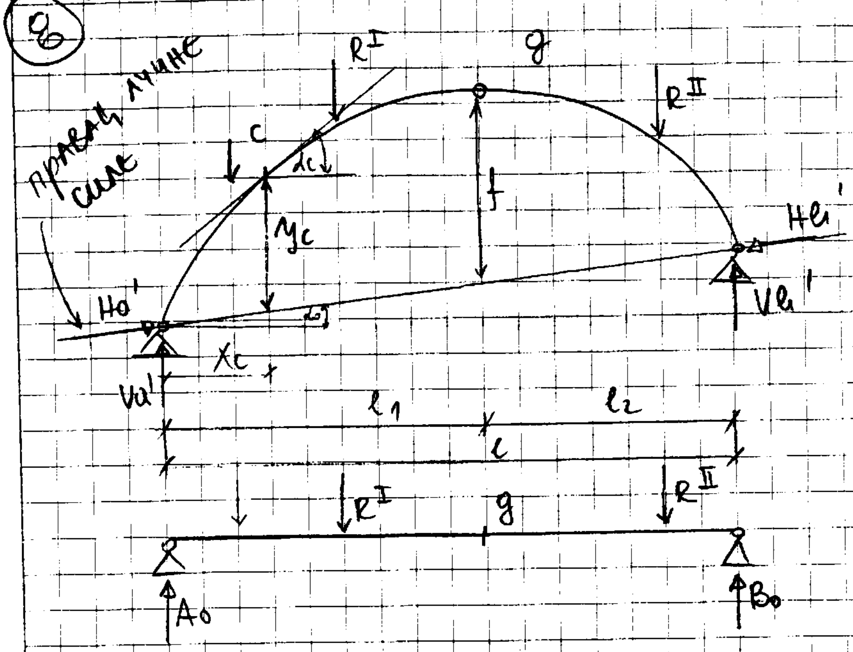
$3z_p = 21$ $z_u = 0$

$2z_z = 18$

$z_o = 3$

$3z_p = z_o + z_u + 2z_z$ ✓

СИЛЕ У ПРЕСЕКУ ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА ОПТЕРЕЋЕНОГ ГРАВИТАЦИОНИМ ОПТЕРЕЋЕЊЕМ



$$V_a' = -\frac{M_b}{l} = A_0$$

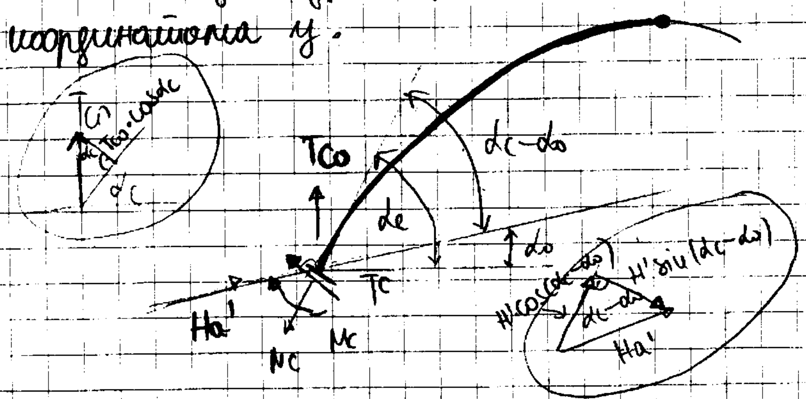
$$V_b' = \frac{M_a}{l} = B_0$$

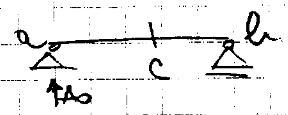
$$H = \frac{M_{g0}}{f}$$

$H_a = H_b = H$ код вертикалног оптерећења

кореспондентна проста греда

* облик осе лука одређен је координатама y.





$T_{c0} = A_0 - R_{на\ ac}$

редуковано само оптерећење на c

M_{c0} - моменат кореспондентне просте греде за исто оптерећено.

$M_{c0} = A_0 \cdot x_c - R_{ac} \cdot X$

$$M_c = M_{c0} - H y_c$$

$$T_c = T_{c0} \cos \alpha_c - H' \sin(\alpha_c - \alpha_0) \qquad H' = \frac{H}{\cos \alpha_0}$$

$$T_c = T_{c0} \cos \alpha_c - H \cdot \underbrace{\frac{\sin(\alpha_c - \alpha_0)}{\cos \alpha_0}}\ (t_c)$$

$$T_c = T_{c0} \cdot \cos \alpha_c - H \cdot t_c \qquad t_c = \frac{\sin(\alpha_c - \alpha_0)}{\cos \alpha_0}$$

T_{c0} - сила просте греде

H - сила бочни потисак

$$N_c = T_{c0} \cdot \sin \alpha_c - H' \cos(\alpha_c - \alpha_0) = -T_{c0} \sin \alpha_c - H \cdot \underbrace{\frac{\cos(\alpha_c - \alpha_0)}{\cos \alpha_0}}_{n_c} = -T_{c0} \sin \alpha_c - H n_c$$

$t_c = \sin\alpha_c - tg\alpha_0 \cdot \cos\alpha_c$

$n_c = \cos\alpha_c + tg\alpha_0 \cdot \sin\alpha_c$

$N_c = -T_{c0}\sin\alpha_c - H\, n_c$

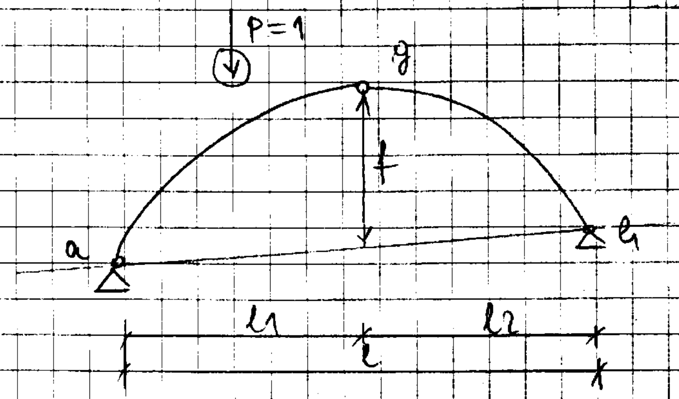
* Специјални случај: $\alpha_0 = 0$

$M_c = M_{c0} - H\cdot y_c \qquad T_c = T_{c0}\cos\alpha_c - H\sin\alpha_c \qquad -N_c = T_{c0}\sin\alpha_c + H\cos\alpha_c$

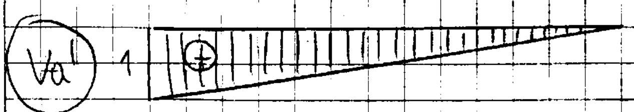
! За гравитационо оптерећење овај лук ће увек бити притиснут.

За материјале који добро подносе притисак (бетон, камен) ово је јако повољно

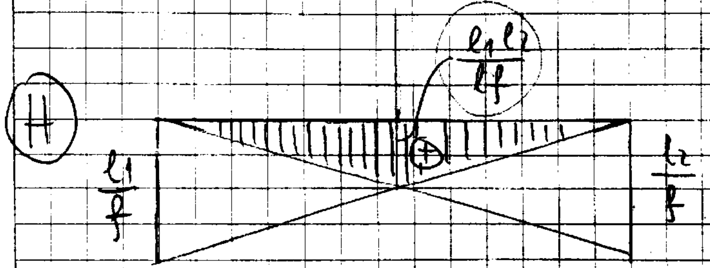
УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА



P=1 јединична гравитациона сила



$V_a' = A$



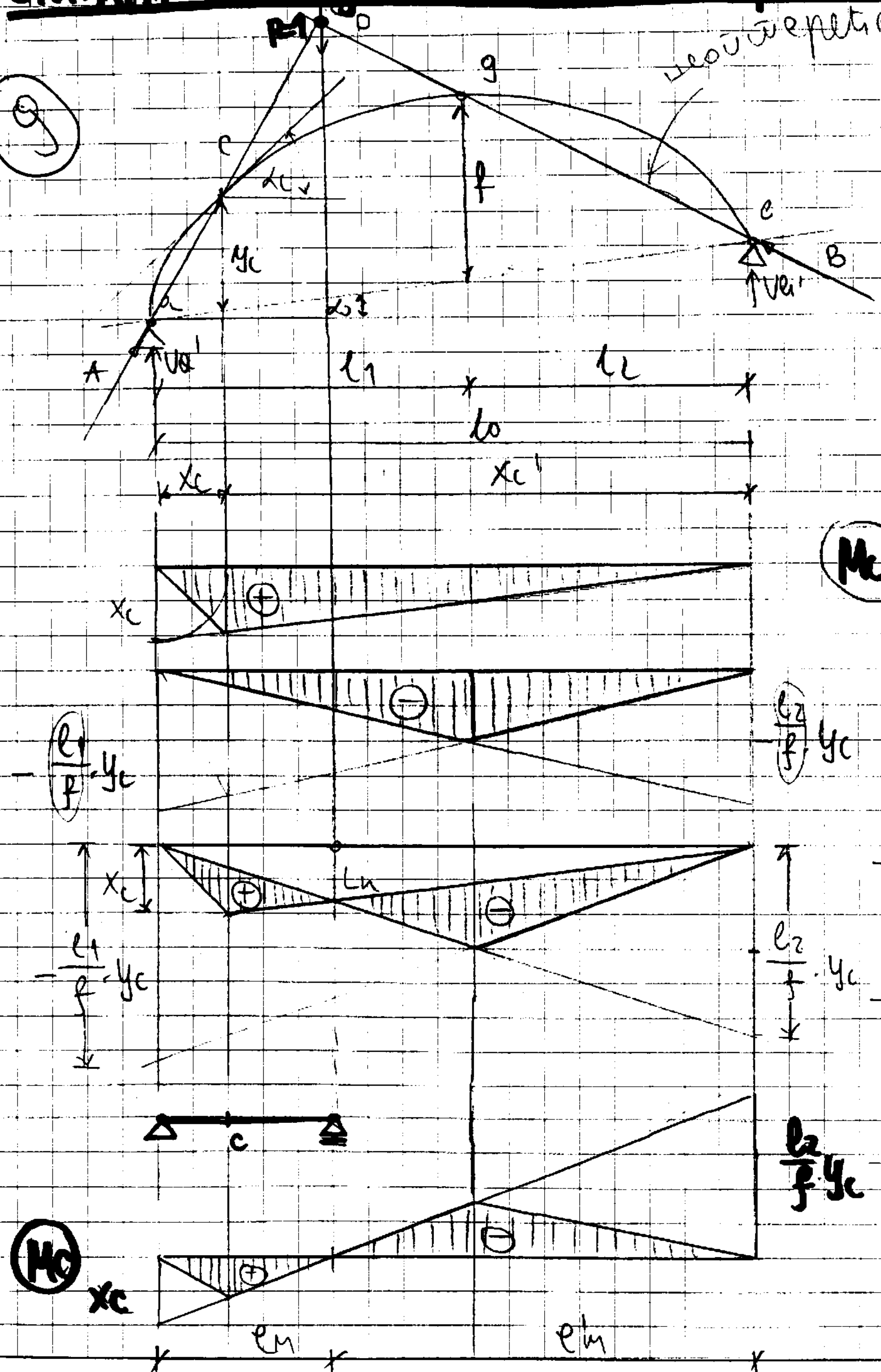
$H = \frac{M_{g0}}{f}$

$ZS = p \cdot F$

$\max H_p = p \cdot \frac{l_1 \cdot l_2}{2f}$ за једнолико подељено оптерећење max вредност добијено када цело оптерећење стоји на луку

$V_a = V_a' + H \cdot tg\alpha_0$ принцип суперпозиције.

УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА СИЛЕ У ПРЕСЕКУ ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА



неоптерећено је пола

$M_C = M_{C0} - H \cdot y_C$

иста као и сила везе у g

За све реакције ослонаца $M_C = 0$.

- Претпоставимо да је P=1 између c и g.
- пола где није оптерећена.

$M_C = 0$

А има правац а с да би $M_C = 0$ јер је од P=1 $M \neq 0$

мењ. се ординате од x_C према до $\frac{l_2}{f} y_C$

D- нулта тачка утицајне линије

P=1 треба да је у тачки e да би $M_c=0$

За конструкцију нам требају само x_c и $\frac{\ell_2}{f}\cdot y_c$ тј. ординате пресека C, одсечак ℓ_2 и стрела.

Имамо 3 праве гране ⇒ ути. линија има 3 праве линије.

Утицајну линију можемо конструисати ако знамо растојање до нулте тачке $e\,(e')$

$$V_a' = \frac{\ell - e}{\ell}\cdot 1 \qquad V_e' = \frac{e}{\ell} \qquad \left(V_a' = +\frac{M_B}{\ell} \quad V_e' = \frac{M_a}{e}\right)$$

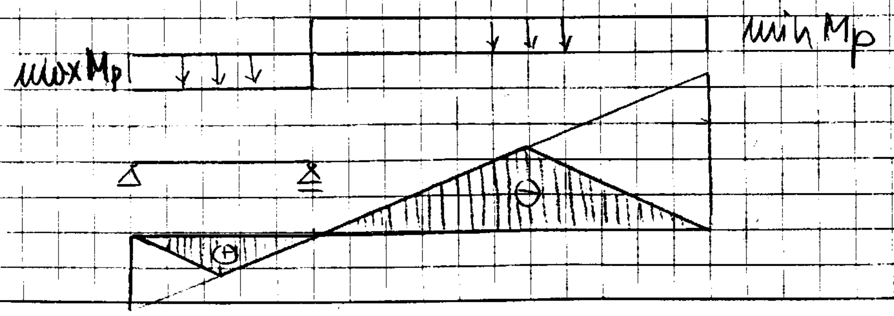
$$H = \frac{e}{\ell}\cdot\frac{\ell_2}{f} \quad (=M_{go}/f) \qquad M_{go} = V_e'\cdot \ell_2$$

$$M_c = M_{co} - H\cdot y_c = V_a'\cdot x_c - \frac{e\cdot \ell_2}{\ell\cdot f}\cdot y_c = 0$$ M_c у e је $=0$!

$$\Rightarrow e = \frac{\ell}{1+\frac{\ell_2}{f}}\, y_c/x_c$$

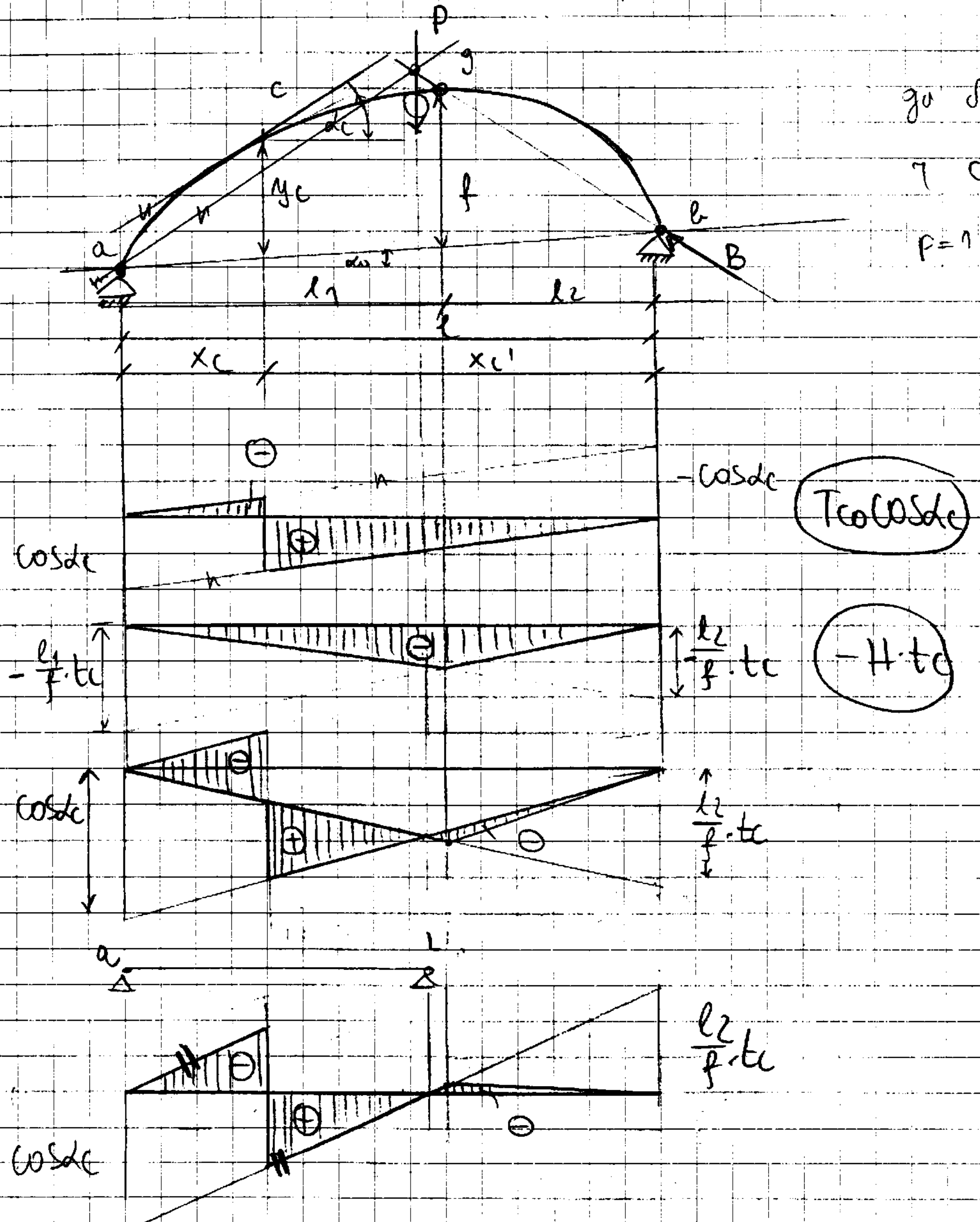
$$\Rightarrow \boxed{e_M = \frac{\ell}{1+\frac{\ell_2}{f}\frac{y_c}{x_c}}}$$ **НУЛТА ТАЧКА ЗА МОМЕНАТ**

За max утицај M p ставимо изнад позитивног дела утицајне линије, за min M_c



УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ЗА T СИЛЕ (10)

$\boxed{T_C = T_{C0}\cdot\cos\alpha_C - H\cdot t_C}$ t_C - функ. гор. познато, const.



да би сила била нула т. C A пролази шипка P=1 ... у D

тражимо нулту тачку. ... P=1 c g ⇒ Cg неодређ.

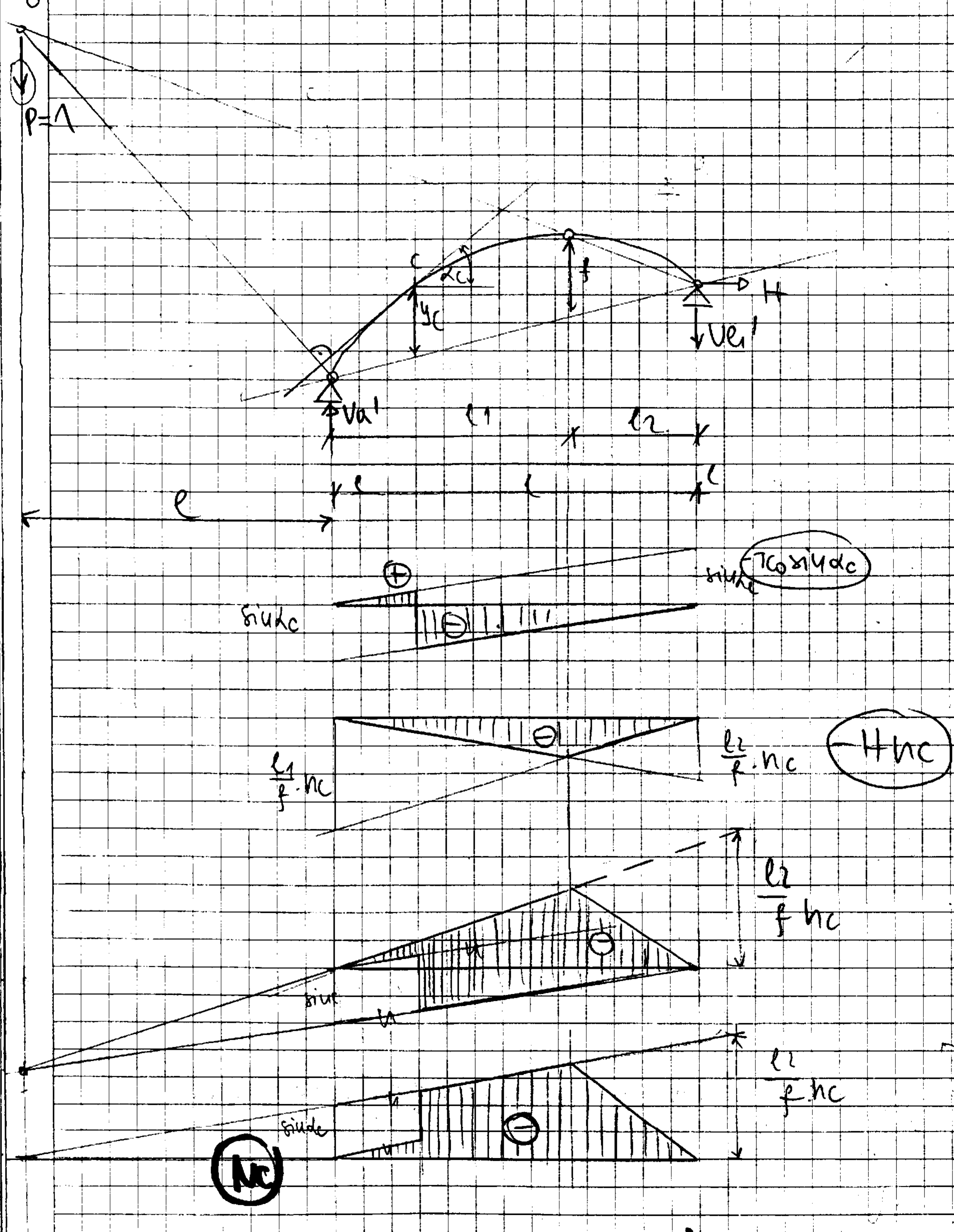
$$T_C = \frac{l-e}{l}\cos\alpha_c - \frac{e\cdot l_2}{l\cdot f}t_c = 0$$

$$\boxed{e_T = \frac{l}{1+\frac{l_2 t_c}{f\cos\alpha_c}}}$$ **НУЛТА ТАЧКА ЗА ТРАНСФЕРЗАЛНУ СИЛУ**

Гране лево и десно од c су увек оптерећене, у c се добија скок и имамо 3 праве линије.

УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ЗА НОРМАЛНУ СИЛУ (11)

$$\boxed{N_C = -T_{C0} \cdot \sin\alpha_C - H \cdot n_C}$$



N_C ⊖ !

НИЈЕ ДЕФИНИСАНА НУЛТА ТАЧКА

Тачке које су ван распона називају се **ИМАГИНАРНЕ НУЛТЕ ТАЧКЕ.**

$N_C = -T_{C0}\cdot \sin\alpha_C - H n_C$

$\Sigma M_b = 0$

$V_a' = (1\cdot l + e)/l \qquad V_a' = \frac{1\cdot l + e}{l}$

$V_b' = -\frac{e}{l} \qquad V_b' = -\frac{e}{l}$

$\Sigma M_a = 0$

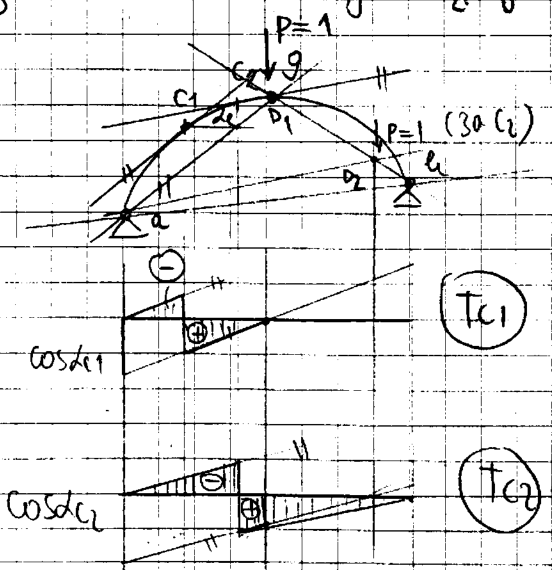
$H = -\frac{e}{l}\cdot\frac{l_2}{f} \qquad H = -\frac{e\cdot l_2}{l\cdot f}$

$\Sigma M_g = 0 \quad H = \frac{M_{g0}}{f}$

$$N_C = -\frac{l+e}{l}\cdot \sin\alpha_C + \frac{e}{l}\cdot\frac{l_2}{f}\cdot n_C = 0$$

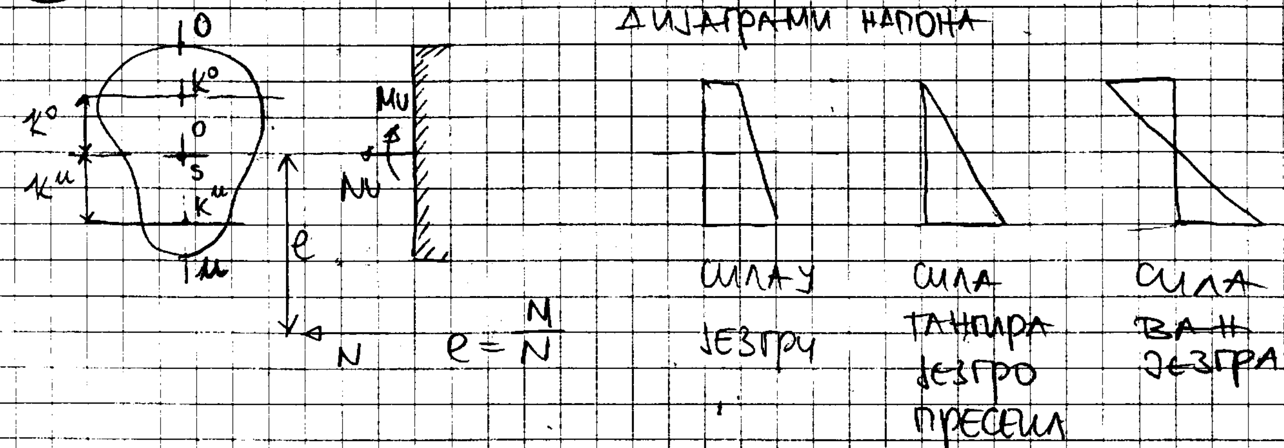
$$\Rightarrow \boxed{e_N = \frac{l}{\frac{l_2}{f}\cdot\frac{n_C}{\sin\alpha_C} - 1}}$$

У зависности од правца тангенте имамо разне облике утицајне лин. за трансферзалне силе.



D_2 - имагинарна нулта тачка јер не пада на наш део

Моменти у односу на тачке језгра пресека



Претпоставимо да у пресеку делује N и M, деловање N и M можемо да заменимо са дејством N која ексцентрично делује у односу на пресек.

$M = N \cdot e$

затезање, притисак

$$\sigma^o = \frac{N}{F} - \frac{M}{W_o}$$

$$\sigma^u = \frac{N}{F} + \frac{M}{W^u}$$

Усвојили смо: F – површина п.п.
W^o – отпорни моменат за горњу ивицу
W^u – отпорни моменат за доњу ивицу.

Циљ нам је да нађемо екстремни напон у горњој (доњој) ивици п.п.

За N треба ставити оптерећење дуж целе утицајне линије а за M на ⊕ део, а ⊖ део.

$$\sigma^o = \frac{N}{W^o}\left(\frac{W^o}{F} - \frac{M}{N}\right) = \frac{N}{W^o}(k^u - e) = \frac{N}{W_o}\left(-\frac{M_u}{N}\right) = -\frac{M^u}{W_o}$$

$$\sigma^u = \frac{N}{W^u}\left(\frac{W^u}{F} + \frac{M}{N}\right) = \frac{N}{W^u}(k^o + e) = \frac{N}{W_u}\left(\frac{M_o}{N}\right) = \frac{M_o}{W_u}$$

језгро пресека

$k^u = \frac{W^o}{F}$ $\quad k^o = \frac{W^u}{F}$ – тачке језгра на доњој и горњој ивици језгра

Моменти у односу на горњу тачку пресека:

$$M^o = N(e+k^o) \Rightarrow e + k^o = \frac{M^o}{N}$$

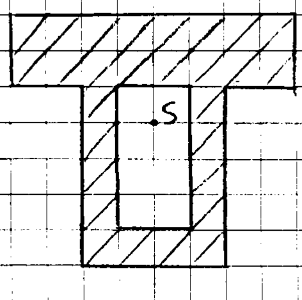
$$e - k_u = \frac{M^u}{N}$$

$$M^u = N(e-k^u)$$ ⇒ моменти у односу на доњу ивицу језгра.

$$\sigma^o = -\frac{M^u}{W^o} \qquad \sigma_u = \frac{M^o}{W^u}$$

Ако можемо конструисати утицајне линије за горњу и доњу страну језгра можемо одредити екстремне вредности напона.

$$\max \sigma^u = \frac{\max M^o}{W^u}$$



F, I, W^o, W^u

$W_o =$

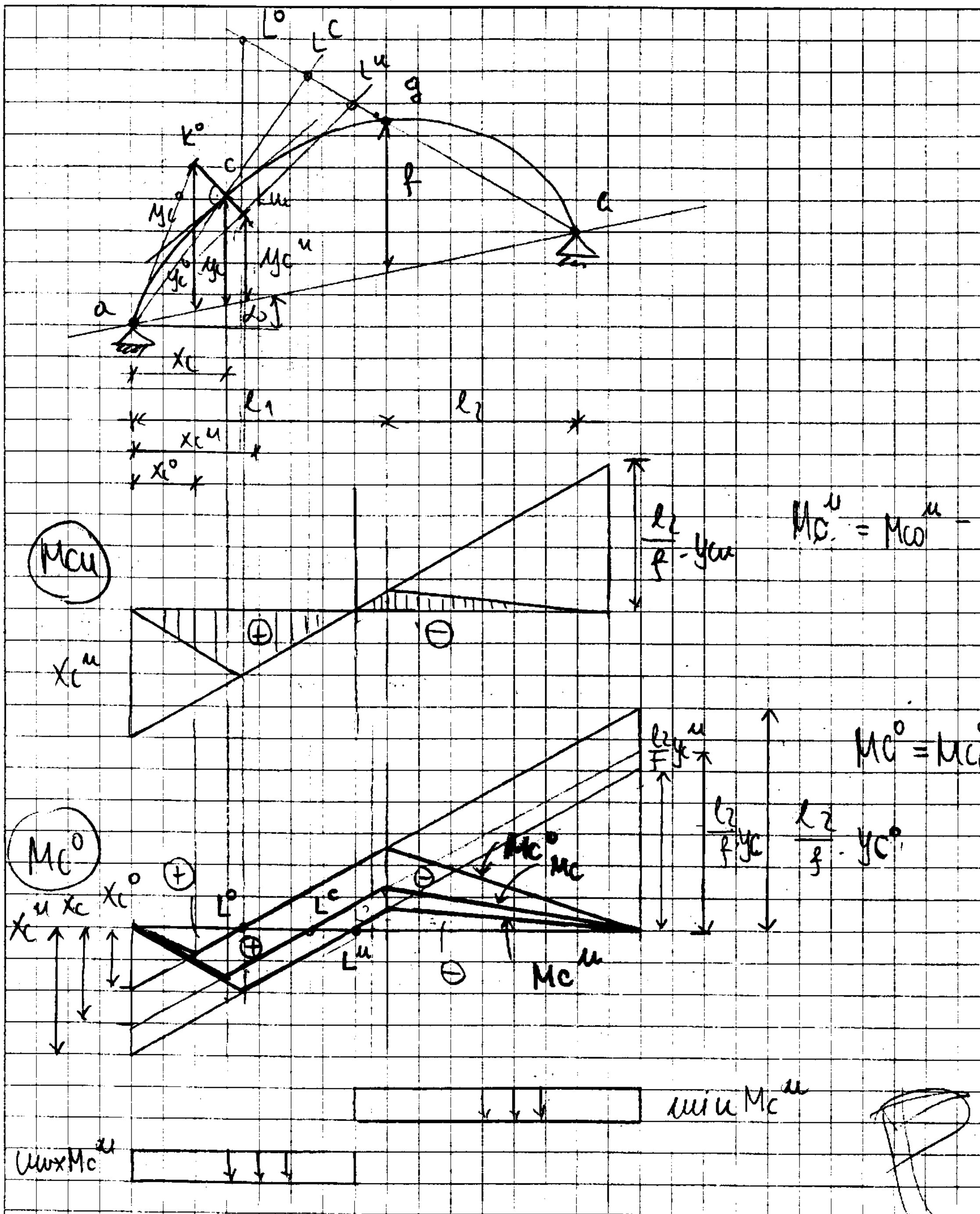
$W_u =$

$k^o = \frac{W_o}{F}$

$k^u = \frac{W_u}{F}$

Пр. лук на 3 зглоба

НУЛТЕ ТАЧКЕ



$$M_c^u = M_{c0}^u - H y_c^u$$

$$M_c^0 = M_{c0}^0 - H y_c^0$$

Конструисање утицајних линија за моменте с обзиром на тачке језгра M_c^0, M_c^u аналогна је конструкцији утицајних линија за моменте савијања с обзиром на тежиште попречног пресека.

РАЦИОНАЛНА ОСА ЛУЧНИХ НОСАЧА

Под рационалном осом лучних носача подразумевамо такав облик осе лучног носача где су ext вредности σ за горњу и доњу ивицу п.п. међусобно једнаке. Или, $ext\,\sigma^o = ext\,\sigma^u$.

$$ext\,\sigma^o = ext\,\sigma^u$$

Да би ово било испуњено е у односу на тежиште п.п. мора бити $=0$. Када у пресеку имамо само нормалну силу.

Рационална оса лучних носача код које у носачу постоје само N, а $M=0$.

Оса треба да буде резултантни полигон за задато оптерећење, или потпорна линија код расподељеног оптерећења.

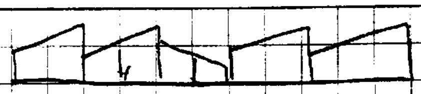
Обликом лучног носача постижемо да је $M=0$.

$$M = M_0 - Hy = 0 \qquad y = \frac{M_0}{H} \qquad H = \frac{M_{g0}}{f}$$

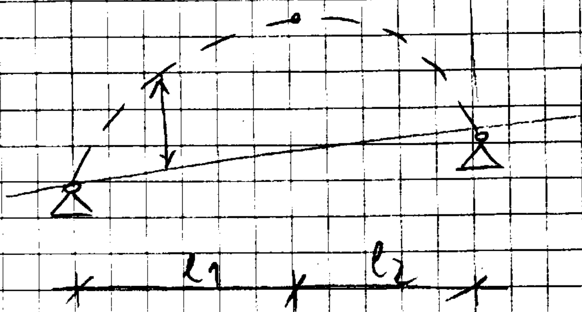
$$\boxed{y = f\frac{M_0}{M_{g0}}}$$

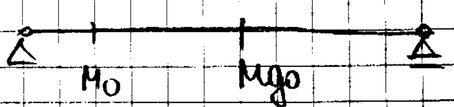
y - дефинишу облик осе луке

Рационални облик луке на 3 зглоба аналоган је са обликом дијаграма M одговарајуће просте греде оптерећене датим опт. а да облик осе не зависи од интензит. опт. већ зависна промене



Не знамо облик луке али знамо l_1, l_2, f, место ослонаца.



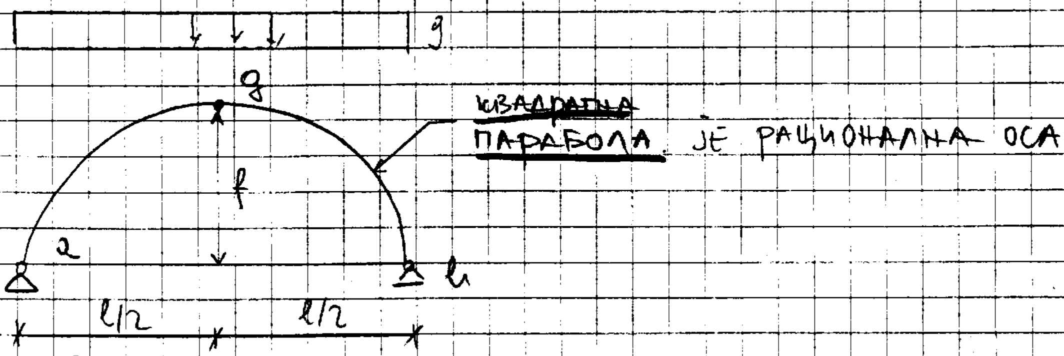


оптеретимо греду истим оптерећењем

можемо срачунати y за све тачке и у том луку ће сви $M=0$ (нови облик лука са рационалном осом)

Ако имамо лук $M=0$, тј. имамо само силу притиска па њом не треба никаква арматура. (сила је унутар језгра пресека)

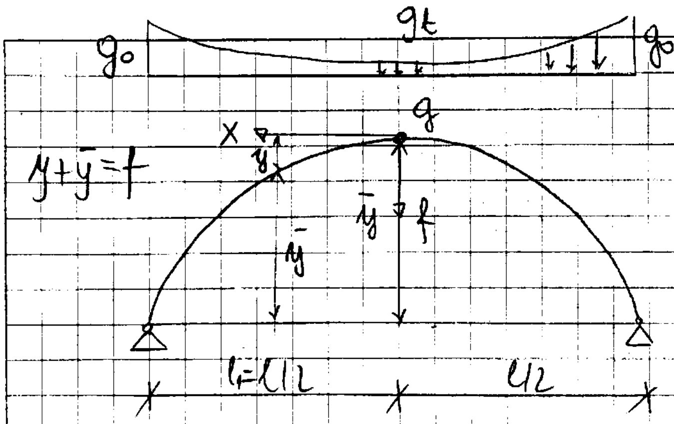
РАЦИОНАЛНА ОСА ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА ОПТЕРЕЋЕНОГ РАСПОДЕЉЕНИМ ОПТЕРЕЋЕЊЕМ



$$M_0 = \frac{ql^2}{2}\omega_R \qquad \omega_R = \xi - \xi^2 = \xi\xi'$$

$$M_{g0} = \frac{ql^2}{8}$$

$$y = f \cdot \frac{M_0}{M_{g0}} = 4f\omega_R = 4f\xi\xi' \qquad \mathbf{y = 4f\xi\xi'}$$



Проблем одређивања облика осе је у томе што оптер. зависи од облика лука. Пошто је претпостављена облика лука је, с'тога итеративни поступак.

Оптерећење g_t и g_0 чију је положај познати могу се довољно тачно одредити и пре облика.

g_t - оптерећење у темену

g_0 - оптерећење код ослонца.

Обично је оптерећење дато једним од ова два израза:

(1) $g = g_t + (g_0 - g_t)\left(\frac{x}{l_1}\right)^2$

(2) $g = g_t + (g_0 - g_t)\frac{\bar y}{f}$

$y = f - \bar y = \frac{M_0}{H} \Rightarrow H\frac{d^2\bar y}{dx^2} = -\frac{d^2M}{dx^2} = g$ оптерећење.

1) $H\bar y'' = g_t + (g_0 - g_t)\cdot\left(\frac{x}{l_1}\right)^2 = g_t\left[1 + (\varkappa - 1)\left(\frac{x}{l_1}\right)^2\right]$ $\varkappa = \frac{g_0}{g_t}$

$\int \Rightarrow H\bar y' = g_t\left[x + (\varkappa - 1)\frac{x^3}{3l_1^2}\right] + C_1$

$\int \Rightarrow H\bar y = g_t\left[\frac{x^2}{2} + (\varkappa - 1)\frac{x^4}{12l_1^2}\right] + C_1x + C_2$

три непознате: H, C_1, C_2.

3 гранична услова:

$x = 0$ $\bar y = 0$ $\bar y' = 0$ (тангента је хоризонтална)

$x = l_1$ $\bar y = f$

$\Rightarrow C_1 = C_2 = 0$ $H = \frac{g_1 l_1^2}{12f}(5 + \varkappa)$ g_t

$$\boxed{\bar y = \frac{f}{(5+\varkappa)}\xi^2\left[6 + (\varkappa - 1)\xi^2\right]}$$

ОБЛИК РАЦИОНАЛНЕ ОСЕ

$\xi = \frac{x}{l_1}$

2) $H\bar{y}'' = g_t + (g_0 - g_t)\frac{\bar{y}}{f}$ диф. ј-на II реда

$$\bar{y}'' = \frac{g_t}{H} + \frac{g_0 - g_t}{Hf}\cdot\bar{y} \qquad c^2 = \frac{g_0 - g_t}{H\cdot f}$$

$$\bar{y}'' - c^2\bar{y} = c^2\frac{f}{\varkappa - 1} \qquad \frac{f}{\varkappa-1}$$

$\bar{y} = C_1 \mathrm{Ch}\,cx + C_2 \mathrm{Sh}\,cx - \frac{f}{\varkappa - 1}$ партикуларни интеграл

непознате $C_1, C_2, c(H)$.

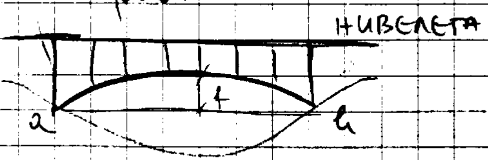
гранични услови: $x=0$ $\bar{y}=0$ $\bar{y}'=0 \Rightarrow C_1 = \frac{f}{\varkappa-1}$ $C_2 = 0$

$$\boxed{\bar{y} = \frac{f}{(\varkappa-1)}(\mathrm{Ch}\,cx - 1)}$$

за $x = l_1$ $\bar{y} = f \Rightarrow \mathrm{Ch}\,c\,l_1 = \varkappa$ $\qquad c = \frac{1}{l_1}\mathrm{ArCh}\,\varkappa$

$$H = \frac{g_t l_1^2}{f}\,\frac{\varkappa - 1}{(\mathrm{ArCh}\,\varkappa)^2}$$

стубови



претпоставимо оптерећење на луч, заједно са тежином стубова и моста.

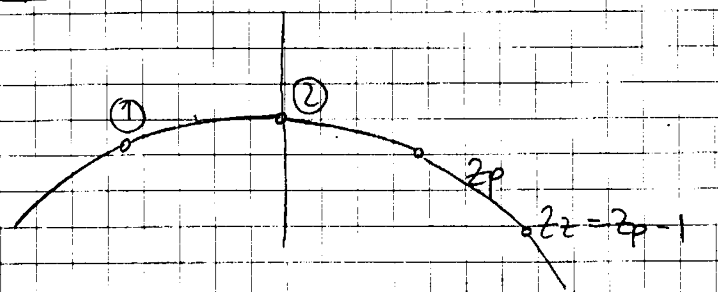
нађемо рацио. осу
за стално оптерећење (g)

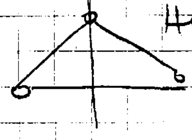
Ово не можемо да урадимо за покретно оптерећење и њега примамо арматуром. Обликом примамо силу притиска од g а p арматуром.

(14)

НОСАЧИ КОЈИ СЕ САСТОЈЕ ИЗ ЛАНЦА ПЛОЧА

Низ плоча међусобно повезаних одговарајућим зглобовима, на тај начин да један пресек сече овај ланац плоча на два независна дела.





Није ланац плоча.

Предност ланца је што ако је број плоча Z_p број зглобова је $Z_p - 1$.

Z_p – плоче

$Z_p - 1$ – зглобови

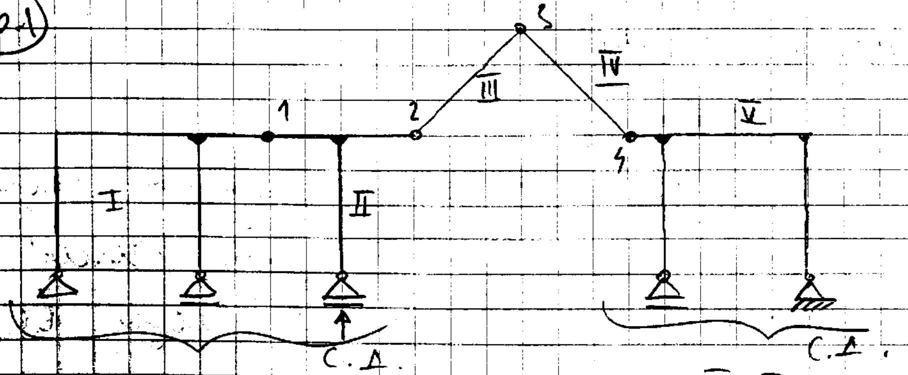
$$3Z_p = Z_u + Z_o + 2Z_z$$

$$3Z_p = Z_u + Z_o + Z_p \cdot 2 - 2$$

$$\boxed{Z_p + 2 = Z_o + Z_u}$$ кинематички просто стабилан носач.

Да би носач био кинематички просто стабилан мора бити испуњен услов $\boxed{Z_p + 2 = Z_o + Z_u}$

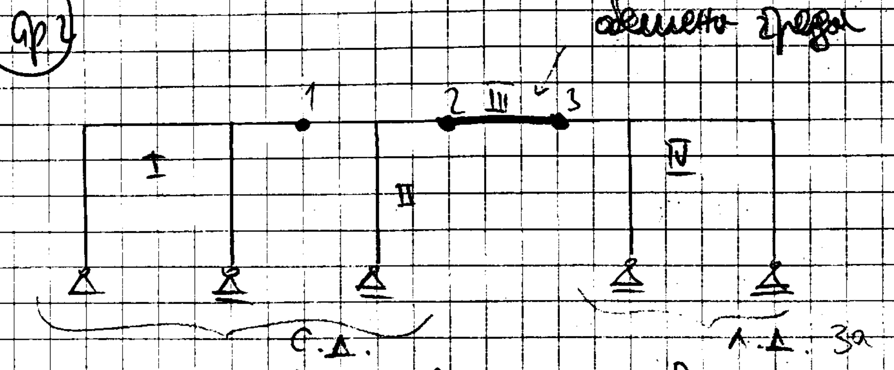
(Пр.1)



III, IV – неослоњене плоче.

$$Z_p + 2 = Z_o + Z_u = 7$$

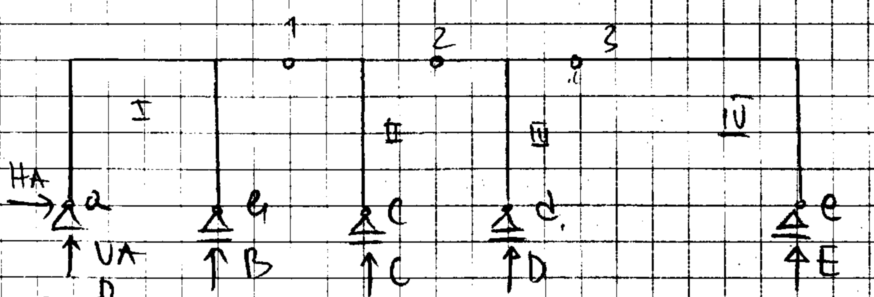
др2



$Z_p + 2 = 6 = Z_o + Z_u$

Прво нешто направимо стабилним. Не спрегови

Прво обешену греду решавамо.



пређемо с десна на лево

$\Sigma M_3^D = 0 \Rightarrow E$

$\Sigma M_2^D = 0 \Rightarrow D$

$\Sigma M_1^D = 0 \Rightarrow C$

$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow B$

$\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0 \Rightarrow V_A, H_A$

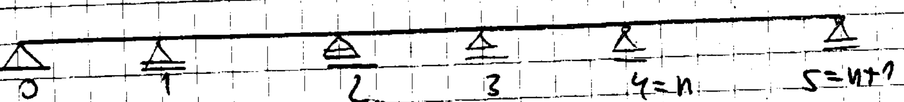
КОНТИНУАЛНИ НОСАЧИ

Греда ослоњена на више од 3 ослонца је статички неодређена. Носач је и сам статички неодређен и зове се **континуални носач**.

Ако је статички неодређен носач непожељан додавањем n зглобова он може постати статички одређен. Може бити непожељан због напона који ће се јавити у таквом носачу услед померања ослонаца или температурне промене.

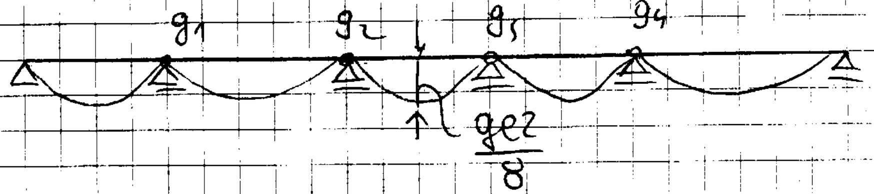
ГЕРБЕРОВИ НОСАЧИ

КОНТИНУАЛНИ НОСАЧ.



Статичка неодређеност је број међуослонаца (4)
Код статички неодређених при померању ослонаца и температурним променама јављају се статички утицаји.
Уметање 4 елемента доводи нас до статички одређених елемената.
Уклањањем међуослонаца добијамо греде великог распона.

(1)

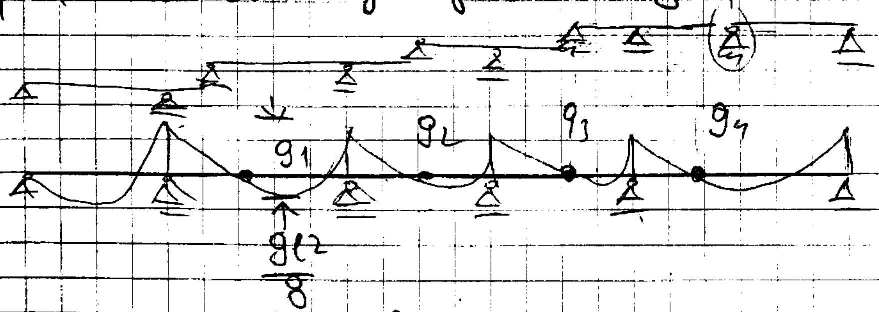


од сопствене тежине је овакав моменат.

Уклонили смо четири унутрашња ослонца и заменили их зглобовима

Други начин је да ослонце ставимо у низ.

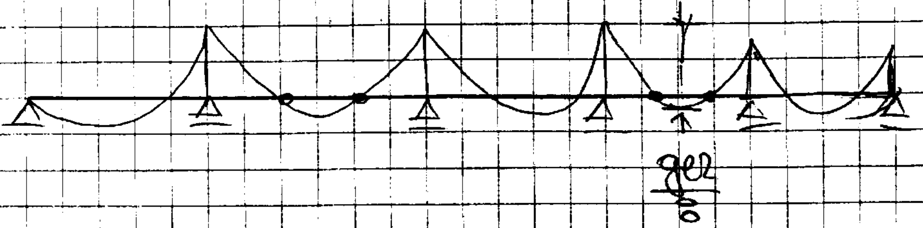
(2)



Постигли смо прерасподелу момента и на једну и другу страну носача (расподелили ⊕ на ⊕ и ⊖)

Исти ефекат се добија ако зглобове расподелимо: по два зглоба у пољима која нису суседна.

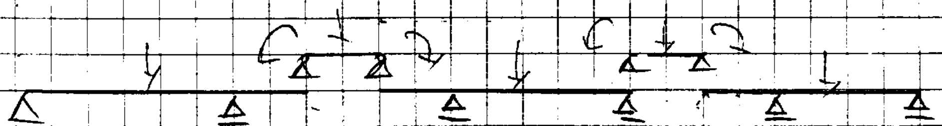
(3)



Ово ће важи ако имамо стално оптерећење.

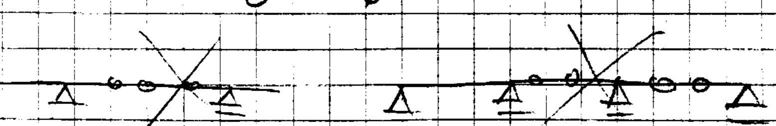
Код 2 се оптерећење креће постепено, и у зависности од положаја оптерећења можемо одредити утицајне линије

(3)

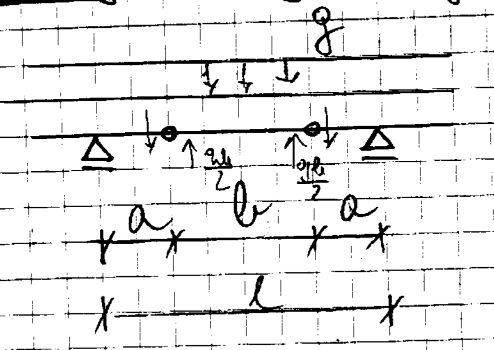


Ако је оптерећење на "крајњим деловима" биће утицајне линије по целом носачу. Ако је оптерећење на ~~[illegible]~~ средишњим деловима биће утицајних линија само на оним деловима на којима се налази оптерећење.

Не смемо ставити три зглоба у једно поље јер би добили критичну конфигурацију. Није дозвољено ни ставити 2×2 зглоба у суседна поља.

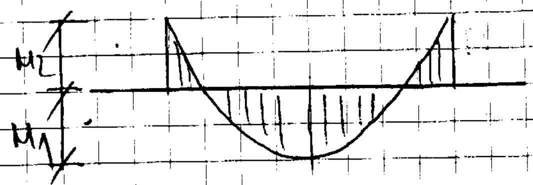


Можемо распоредити зглобове тако да је моменат над ослонцем једнак моментима у пољу.



$l = 2a + b$

$$-\left(\frac{qb}{2}\cdot a + \frac{qa^2}{2}\right) = -qa\,\frac{a+b}{2}$$



$$M_1 = \frac{qb^2}{8}$$

$$M_2 = -\left(\frac{qb}{2}\cdot a + \frac{qa^2}{2}\right) = -qa\,\frac{a+b}{2}$$

$$\frac{\cancel{q}\,(l-2a)^2}{\cancel{8}\,4} = \cancel{q}a\cdot\frac{l-a}{\cancel{2}} \qquad (M_1 = M_2)$$

$$8a^2 - 8al + l^2 = 0$$

$$\alpha = \frac{a}{l}$$

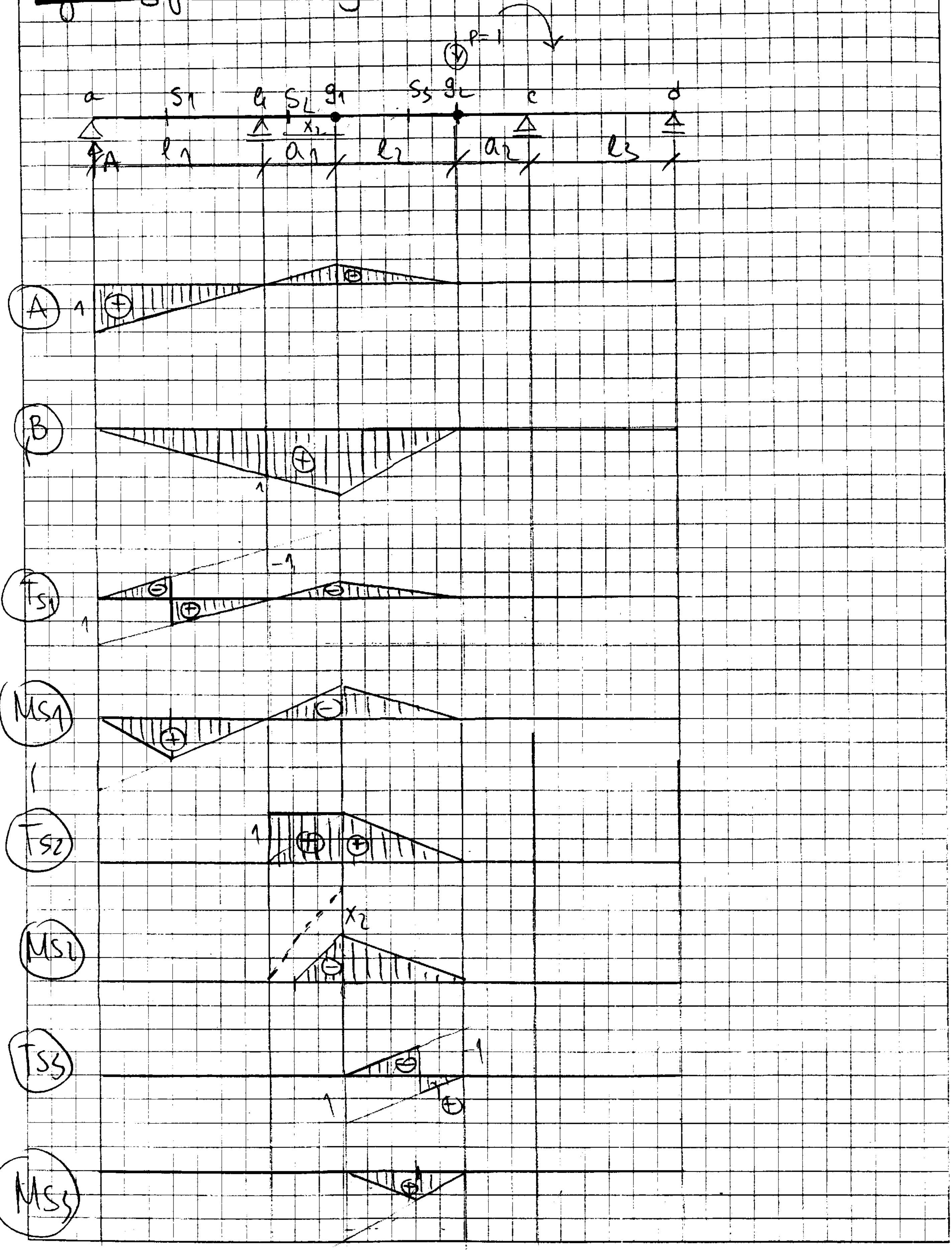
$$\Rightarrow \alpha^2 - \alpha + 1/8 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\left(\alpha < \frac{1}{2} \text{ јер } a < \frac{l}{2}\right)$$

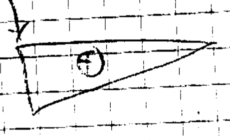
$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} a &= 0{,}146\,l \\ b &= 0{,}707\,l \\ M_1 = M_2 = M &= \frac{ql^2}{16} \end{aligned}}$$

екстремне вредности момената у пољу и над ослонцима.

Утицајне линије

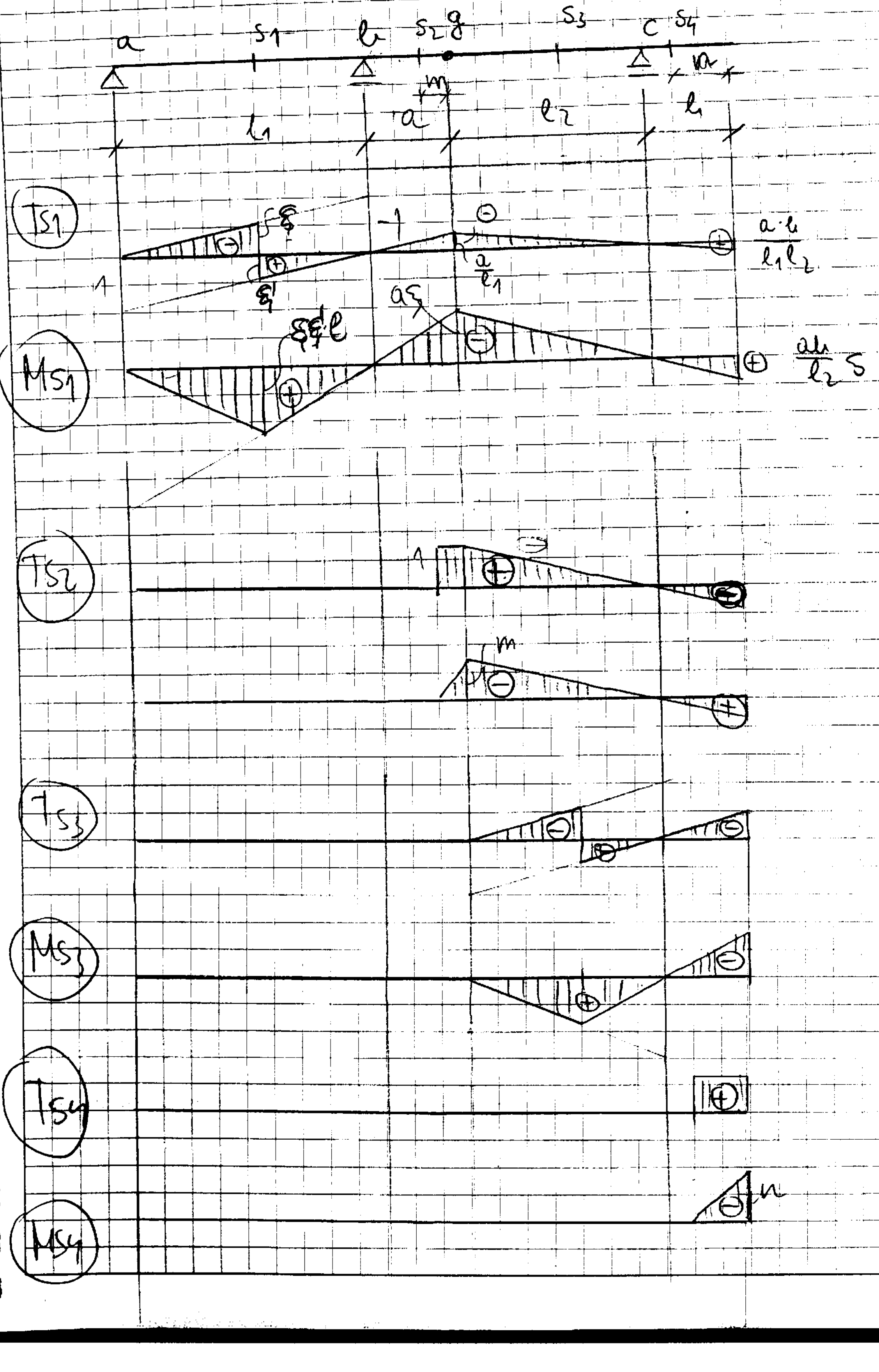


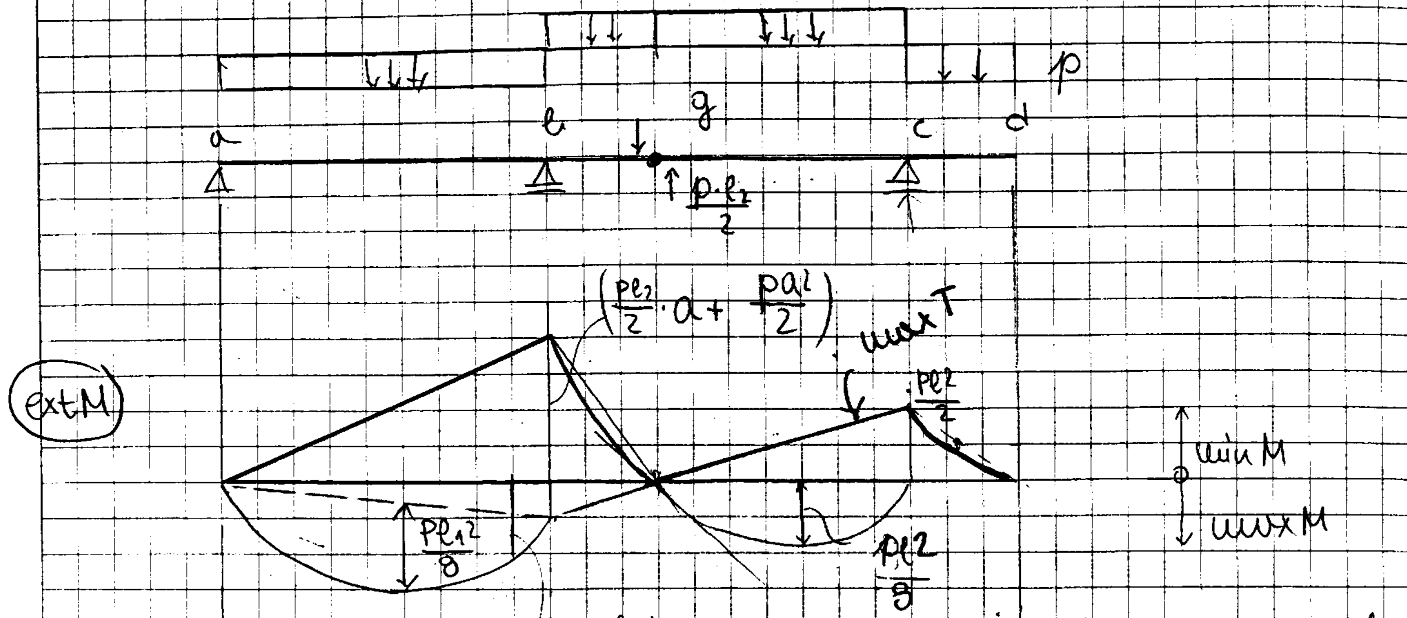
за концен. сил   једне од сил.



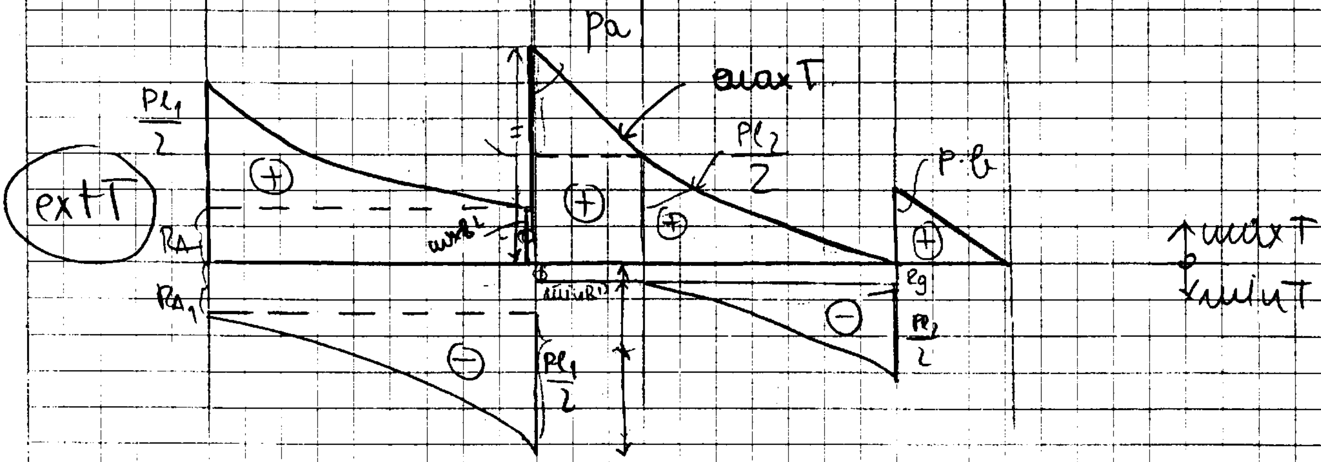
силе треба

аналитички тачно за једна мерне но теже.



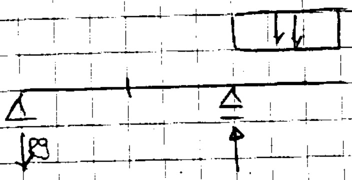


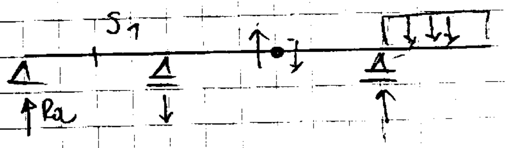
највећи моменат који може да се јави у том пресеку.

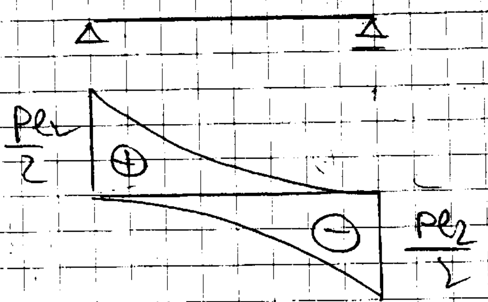


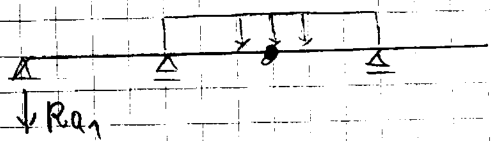
Дијаграми ext момената у Герберовом носачу. ће истовремено бити и дијаграми момената савијања за поједине карактеристичне положаје оптерећења.

Јелена

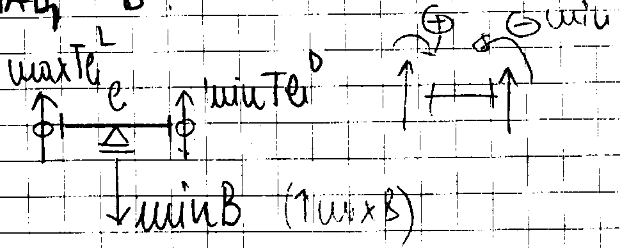


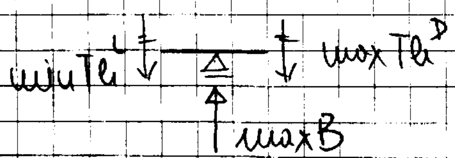

S_1
R_a


$\frac{Pl_1}{2}$
$\frac{Pl_2}{2}$

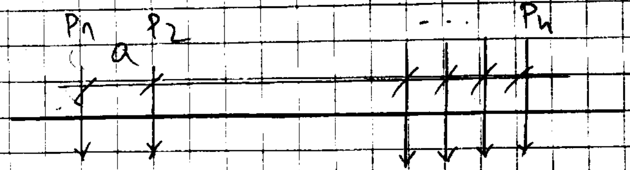

R_{a1}

ОСЛОНАЦ B

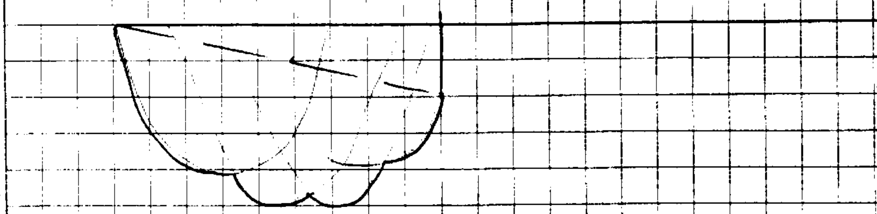

$\max T_l^L$
$\min T_l^D$
$\min B$ ($\uparrow \max B$)
$\ominus \min$


$\min T_l^L$
$\max T_l^D$
$\max B$

ДИЈАГРАМ ЕКСТРЕМНИХ ВРЕДНОСТИ ПРИ СИС. КОНЦЕН. СИЛА

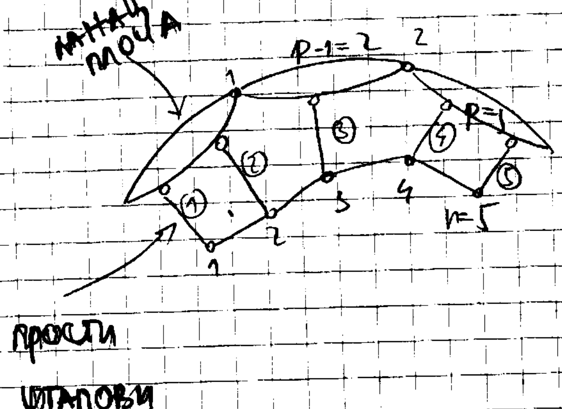


На линеарне делове extM додајемо анвелопу момената.



(15)

НОСАЧИ КОЈИ СЕ САСТОЈЕ ИЗ ЛАНЦА ПЛОЧА И ШТАПОВА



p-укупан број плоча

n-број чворова

s-број штапова

p=3

n=5

s=9

• Критеријум за кинематичку стабилност носача је да укупан број степени слободе кретања буде једнак броју елемената који укидају кретање

p+2 -број степени (за везане плоче).

$p+2+\underbrace{2n}_{\text{померања чворова}}$

Сваки штап спречава 1 померање - s.

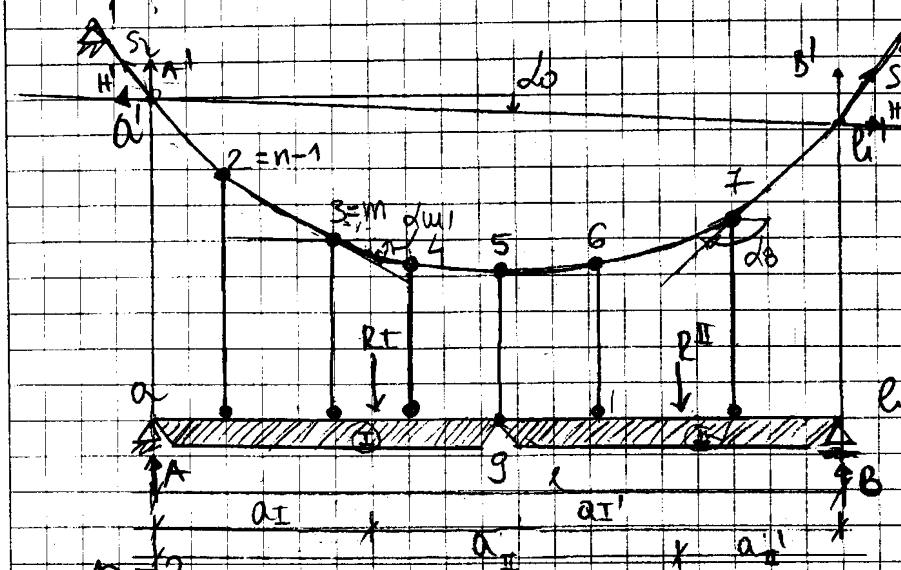
$$\boxed{p+2+2n=s+z_o+z_u}$$

$p+2+2n$ - број степене слободе

$s+z_o+z_u$ - укидају кретање

ВИСЕЋИ МОСТ

ВИСЕЋИ МОСТ – СИЛЕ У ПРЕСЕКУ



пресечемо и одбацимо део десно од c' и надоместимо утицај

$\alpha_\square$ – десни штап

$p=2$

$n=8$

$S=13$

$Z_o=7$

$Z_u=0$

$p+2+2n = 2+2+16 = 20$

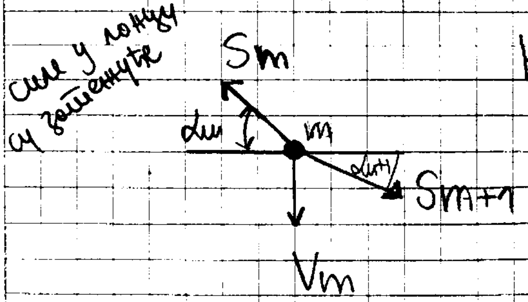
$S+Z_o+Z_u = 20$

пошто сматрамо да је носач кинематички просто стабилан.

Хоризонтална компонента силе у ланцу је константна $H = const$.

Претпостављамо да оптерећење постоји само на штапима I и II, тј. претпостављамо да су чворови 1-8 неоптерећени.

Исечемо чвор $3=m$



$H = S_m \cos\alpha_m = S_{m+1} \cos\alpha_{m+1}$

$$\boxed{S_m = \frac{H}{\cos\alpha_m} \qquad S_{m+1} = \frac{H}{\cos\alpha_{m+1}}}$$

у самом чвору су хоризонталне силе исте

V_m – вешаљке

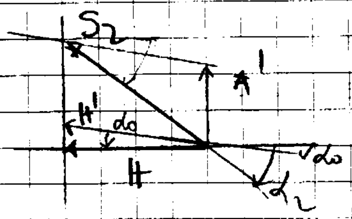
СИЛЕ У ЛАНЦУ

Изразили смо силе у појасу преко хоризонталне компоненте H. Силе у појасу су ф-ја само H и нагиба штапа у односу на хоризонталу.

$V_m = S_m \sin\alpha_m - S_{m+1} \sin\alpha_{m+1}$

$\boxed{V_m = H(tg\alpha_m - tg\alpha_{m+1})}$ СИЛЕ У ВЕРТИКАЛАМА

Силе у вертикалама су суштински једнаке сили H - хоризонталне силе помножене разликом тангенса суседних углова α_m и α_{m+1}.



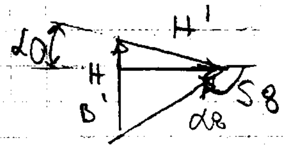
$-H' \cdot \sin\alpha_0$

$H = H' \cos\alpha_0$ $\quad A' = S_2 \sin\alpha_2 - H tg\alpha_0$

$H' = \frac{H}{\cos\alpha_0}$ $\quad = H(tg\alpha_2 - tg\alpha_0)$

$B' = S_8 \cdot \sin(180 - \alpha_8) + H tg\alpha_0$

$= H(tg\alpha_0 - tg\alpha_8)$



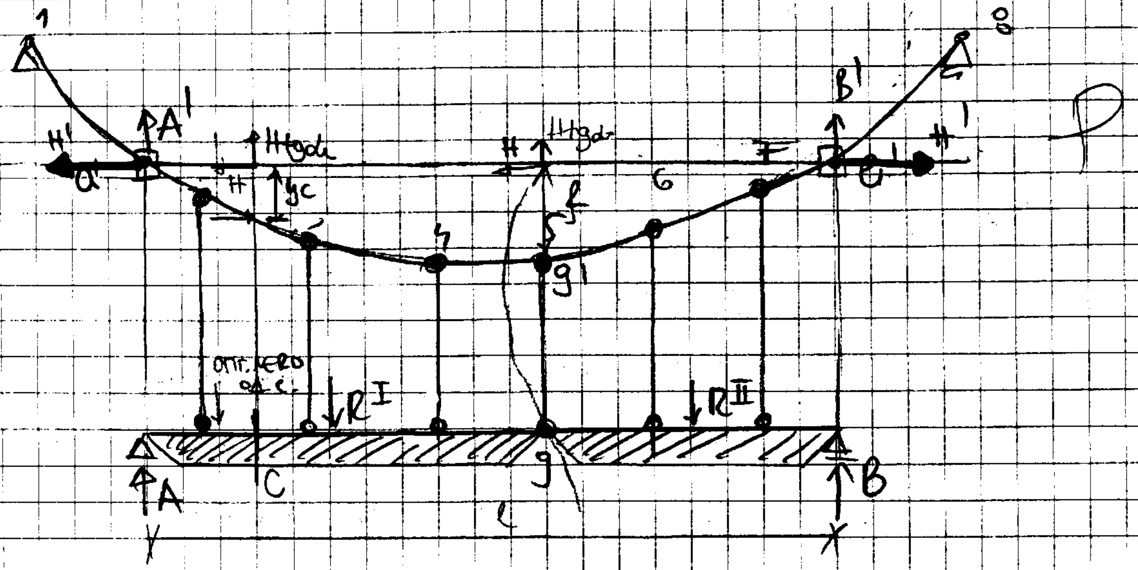
$$\boxed{\begin{aligned} A' &= H(tg\alpha_2 - tg\alpha_0) \\ B' &= H(tg\alpha_0 - tg\alpha_8) \end{aligned}}$$

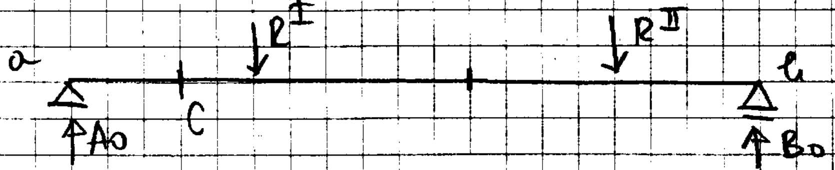
И вертикалне компоненте A и B - A', B' зависе од H.

Силе у појасу и силе у вертикалама и вертикалне компоненте сила A и B су ф-ја хоризонталне силе H.

$\Sigma M_b = 0 \quad A + A' = \frac{1}{l}\left(R_I a_I' + R_{II} a_{II}'\right) = A_0$

$\Sigma M_a = 0 \quad B + B' = \frac{1}{l}\left(R_I \cdot a_I + R_{II} a_{II}\right) = B_0$





ОДГОВАРАЈУЋА ПРОСТА ГРЕДА.

A_0, B_0 - реакције одговарајуће просте греде.

$$\boxed{\begin{aligned} A &= A_0 - A' \\ B &= B_0 - B' \end{aligned}}$$

$A = A_0 - H(tg\alpha_2 - tg\alpha_a)$

$B = B_0 - H(tg\alpha_0 - tg\alpha_{11})$

M_{g0} - моменат одговарајуће просте греде око g.

$M_{g0} - Hf = 0$

$$\boxed{H = \frac{M_{g0}}{f}}$$

Овај носач се понаша исто као лук на 3 зглоба $\boxed{a'g'e'}$.

H - сила затезања

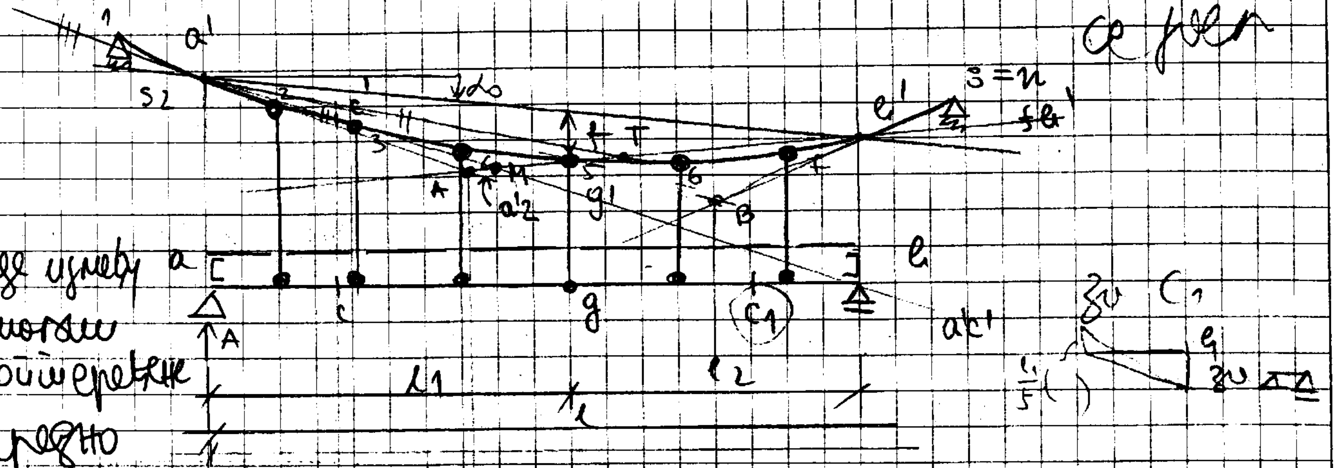
$H_c = T_{c0} \cos\alpha_c \quad H t_c$

$$\boxed{M_c = M_{c0} - H y_c}$$

$$\boxed{T_c = T_{c0} - (H \operatorname{tg}\alpha_m - H \operatorname{tg}\alpha_c)}$$

Силе у пресеку се добију исте као код тог поређеног лука на 3 зглоба $a'g'e'$. са стрелом f и y_c.

КОНСТРУКЦИЈА УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА

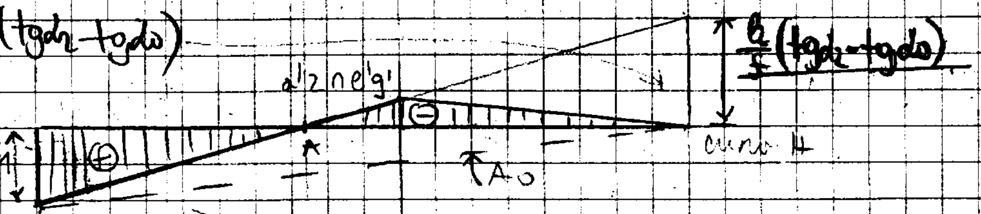


греде између вешалки су оптерећене посредно

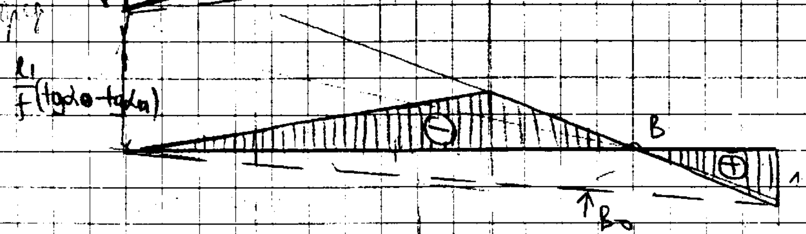
$H = \frac{M_{g0}}{f}$

ЗАТЕЗАЊЕ

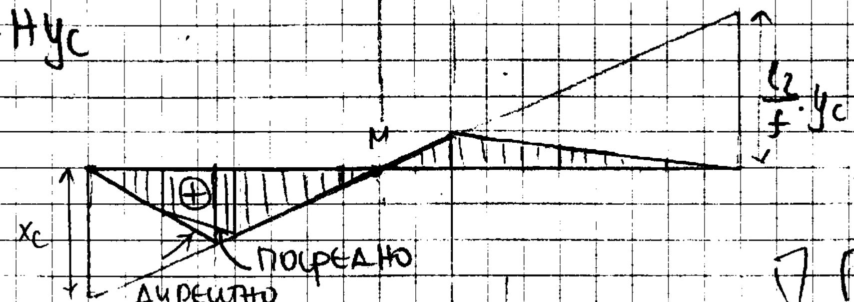
$A = A_0 - H(tg\alpha_2 - tg\alpha_0)$



$B = B_0 - H(tg\alpha_0 - tg\alpha_1)$

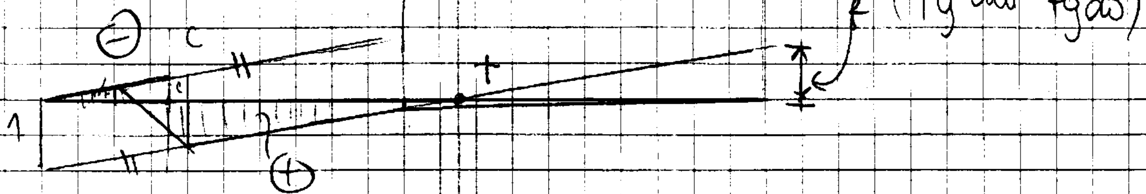


$M_C = M_{C0} - H y_C$



ПОСРЕДНО

$T_C = T_{C0} - H(tg\alpha_1 - tg\alpha_0)$

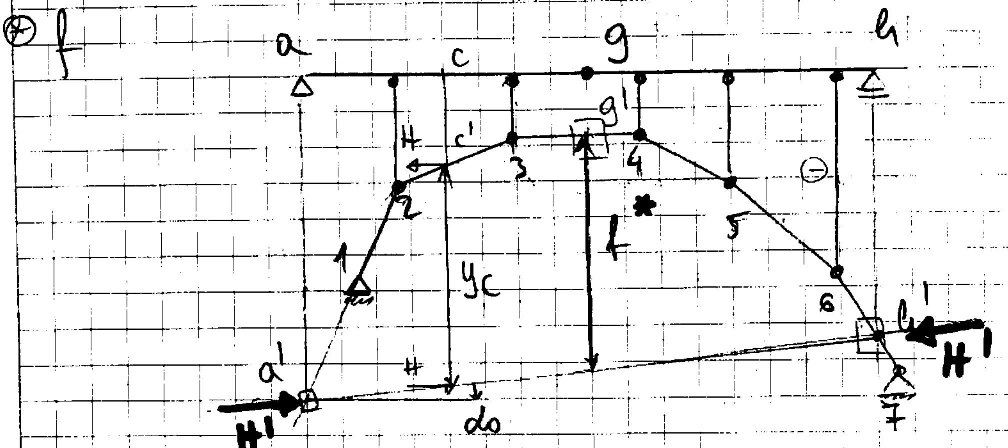


Утицајне линије за све силе у луку су истог облика, зависе од $\cos\alpha_m$. $S_m = \frac{H}{\cos\alpha_m}$

За вертикалне силе $V_m = H(\mathrm{tg}\alpha_m + \mathrm{tg}\alpha_{m+1})$ у вешалима исти облик као за H. Max сила у вешалима када цело оптерећење стављено на l.

Постоје и други носачи који се могу третирати као лук на 3 зглоба.

ПОДУПРТА ГРЕДА



у стубовима и доњим штаповима јављају се силе притиска (бетон).

y_c - крак силе који чини стрел.

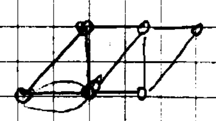
$p=2$ $s=11$ $z_0=7$ $p+2+2n=z_0+z_u+s$

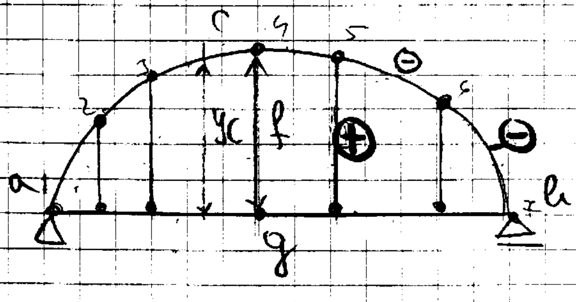
$n=7$ $2+2+14=7+11$

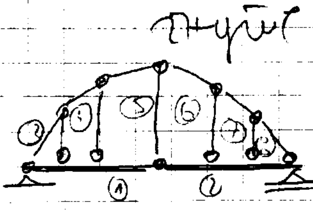
ЛАНГЕРОВА ГРЕДА

лук = силе притиска

вешалима - затезање

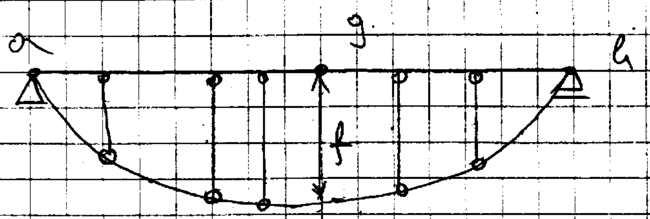






$p=2$ $n=7$ $s=11$ $z_0=3$ $2+2+14=11+3$

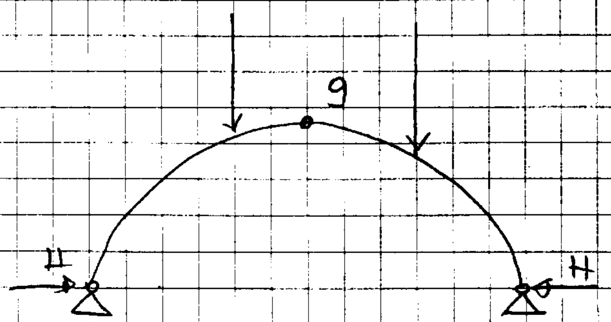
Армирана греда



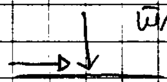
затегнуто

s = 11
p = 2   13 = 14
h = 7
20 = 5

ЛУК СА ЗАТЕГОМ

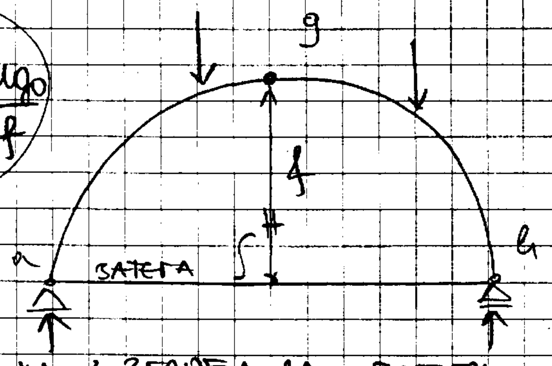


за вертикално опт. јављају се силе H



што додатно притиска

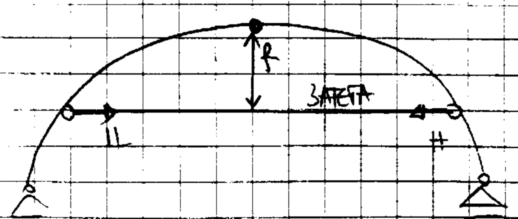
$$H = \frac{M_{g0}}{f}$$



смањено 1 ослонац и додамо затегу

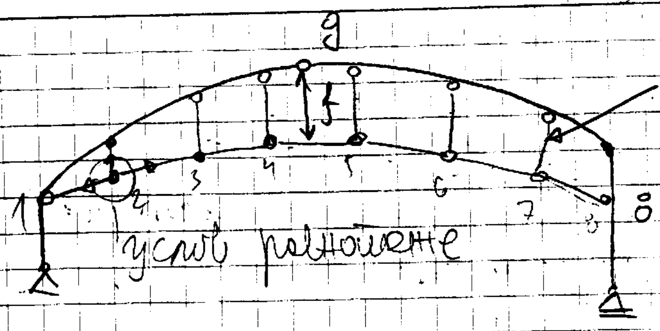
ЛУК НА 3 ЗГЛОБА СА ЗАТЕГОМ

Сила H је у елементу и не делује на тло.
Хоризонтални потисак прима затега тако да су силе у пресеку исте као да луки на 3 зглоба без затеге.
Ради естетских, или неких других разлога затега може да се подигне, или уведе потпуно



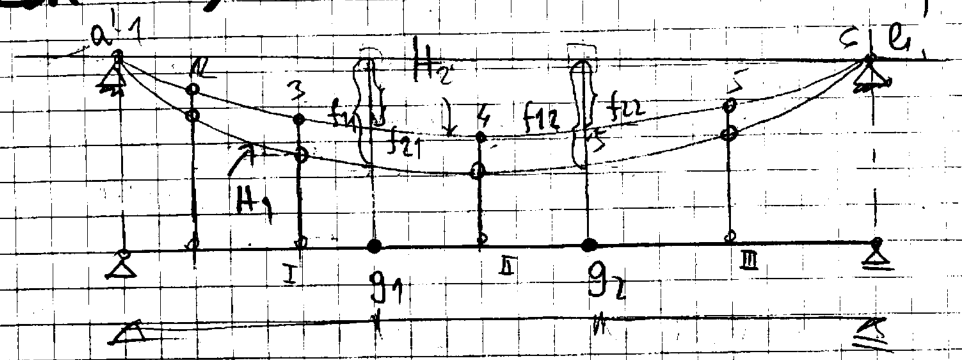
$$H = \frac{M_{g0}}{f}$$

$p=2 \quad n=8 \quad s=13 \quad z=3$
$4+13=13+3$ ✓



штапови су зглавкасто везани и обешени о вертикале.

***ДВА ЛАНЦА**



$z_0=7$

$s=18$

$n=10 \quad 25=25$ ✓

$p=3$

у сваком ланцу имамо другу силу H_1, H_2

ΣM_{g_1}, ΣM_{g_2}

$$\left.\begin{aligned} M_{g_1,0} - H_1 f_{11} - H_2 f_{21} &= 0 \\ M_{g_2,0} - H_1 f_{12} - H_2 f_{22} &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow H_1, H_2$$

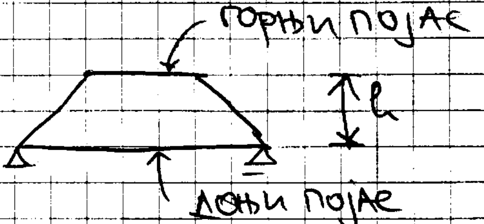
$H_1 = f(M_{g_1,0}, M_{g_2,0})$

$H_2 = f(M_{g_1,0}, M_{g_2,0})$.

РЕШЕТКАСТИ НОСАЧИ

17

Решеткасти носачи се састоје из штапова који су међусобно зглобкасто спојени. Могу да преносе само аксијалне силе.



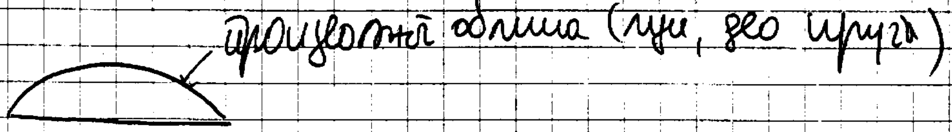
Решетке делимо:

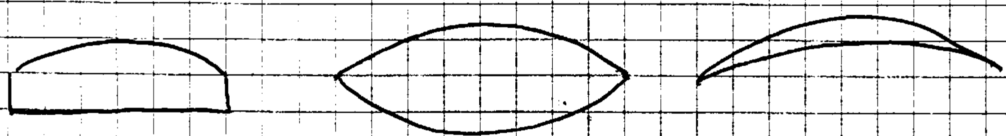
1) према подела → реш. носачи првог реда; реш. носачи другог реда

2) по облику мреже → са простом Δ мрежом; носачи са сложеном мрежом (секундарном мрежом)

Подужни штапови: вертикале и дијагонале.

Битна карактеристика је висина решетке h. Моменат се прима само силама - спрег сила. Горњи појас је притиснут а доњи затегнут. **Висином контролишемо силе у појасним штаповима**

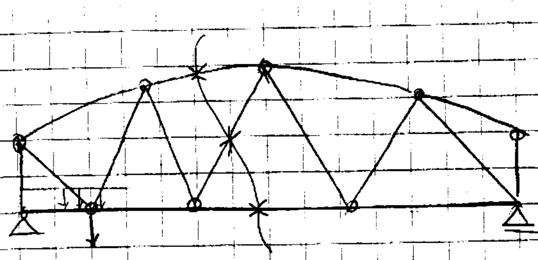




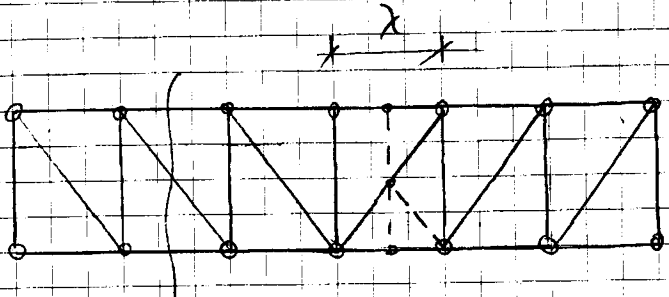
Облици зависе од тога какве ефекте желимо да постигнемо тј. од распона који желимо. (парабола, круг, елипса)

Најједноставнија решетка: са простом Δ мрежом

Проста троугаона мрежа: један троугао сече три штапа. Није економична за веће распоне.

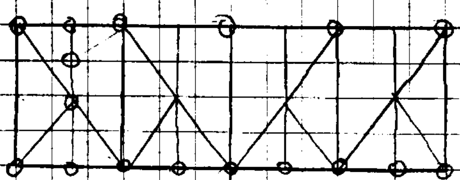


– ПРОСТА ТРОУГАОНА ИСПУНА



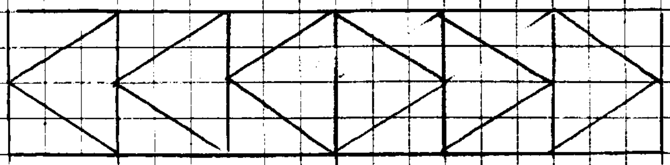
– РЕШЕТКА СА СЕКУНДАРНОМ ИСПУНОМ.

*Код притиснутих штапова јавља се појава извијања. Морамо наћи склоп између λ и h (јер h смањује силу притиска). Конструктивним увођењем штапова смањујемо дужину на λ/2 – РЕШЕТКЕ СА СЕКУНДАРНОМ ИСПУНОМ. Оне имају додатне вертикале, дијагонале, тј. доста компликованију шему.



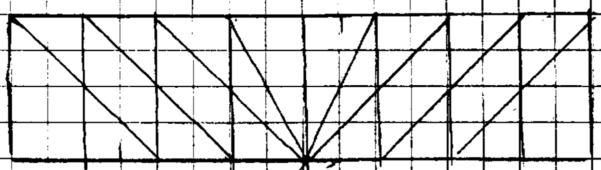
Ако је горњи појас неоптерећен тј. штапови нису оптерећени већ само смањују дужину извијања.

→ РЕШЕТКА СА К ИСПУНОМ



решетка са малом дужином штапова и тако са великом висином

→ РЕШЕТКА СА ВИШЕСТРУКОМ ИСПУНОМ



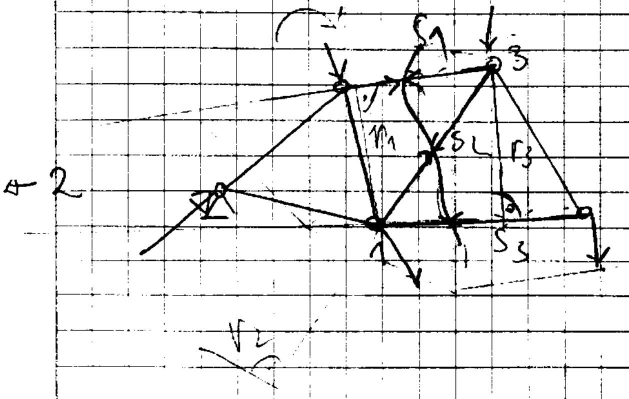
Силе у пресеку:

1) Метода чворова

Силе одређујемо од чвора до чвора услови равнотеже.

Кренемо с лева или с десна до свих штапова

2) Метода пресека - Ритерова метода



$M_1 + S_1 r_1 = 0$

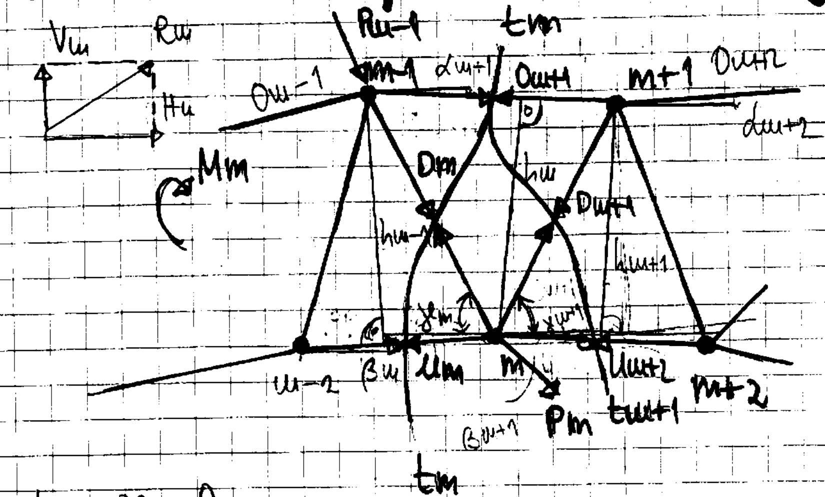
$S_1 = -\frac{M_1}{r_1}$

$M_3 - S_3 r_3 = 0$

$M_3 = \frac{S_3}{r_3}$

$M_2 - S_2 r_2 = 0 \qquad S_2 = \frac{M_2}{r_2}$

Аналитички изрази за силе у пресеку. Ритерова м.



O_{m-1} – сила горњег појаса

U – силе доњег појаса

D – силе у дијаг.

Ново обележавање од ДАЛ мењ...

α_m – за O_m β_m – за U_m γ_m за D_m

Резултанте сила лево од пресека - све силе по површини носача и реакције ослонаца лево од пресека. R_m

→ ПОЈАСНИ ШТАПОВИ

$M_m + O_{m+1}\cos\alpha_{m+1}\cdot h_m = 0$ ($\sum M_m = 0$) суме момената око

$M_{m-1} - U_m\cos\beta_m\cdot h_{m-1} = 0$ ($\sum M_{m-1} = 0$) Ритерове тачке.

$$\boxed{\begin{aligned} O_{m+1} &= -\frac{M_m}{h_m}\cdot \sec\alpha_{m+1} \\ U_m &= \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}}\cdot \sec\beta_m \end{aligned}}$$

Силе појасних штапова су моменат лево од пресека при висини на том месту помножена секансом угла нагиба појаса

→ ДИЈАГОНАЛЕ

Пројекција суме хоризонталних сила $\boxed{\sum X = 0}$

$D_m\cos\gamma_m + O_{m+1}\cdot\cos\alpha_{m+1} + U_m\cdot\cos\beta_m + H_m = 0$

$$D_m \cos\gamma_m = \frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} - H_m$$

$$\boxed{D_m = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} - H_m\right)\cdot \sec\gamma_m}$$

D_m је једнако разлици количника M_m и M_{m-1} и одговарајућих висина на пресе-цима дијагонале.

→ треба доказати да то важи за све дијагонале

$$D_{m+1}\cos\gamma_{m+1} + O_{m+1}\,\alpha_{m+1} + U_{m+2}\cdot\cos\beta_{m+2} + H_{m+1} = 0$$

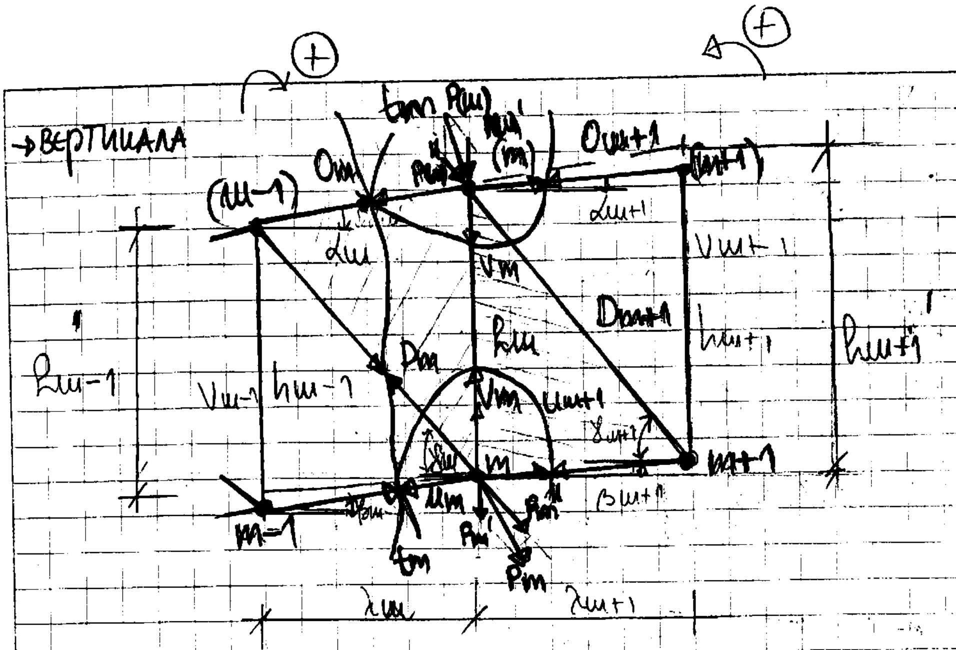
$$D_{m+1}\cos\gamma_{m+1} = \frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - H_{m+1}$$

! имамо нову резултанту R_{m+1} не R_m ушла је нова сила у $R_m \cdot P_m$

$$U_{m+2} = \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} \sec\beta_{m+2}$$

$$\boxed{D_{m+1} = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - H_{m+1}\right)\sec\gamma_{m+1}}$$

Без обзира да ли је дијагонала с'лева на десно или с'десна на лево прво долази израз на доњем одсеку минус израз са горњег одсека.



са вертикалом

$$O_m = -\frac{M_m}{h_m}\sec\alpha_m$$

$$U_m = \frac{M(m-1)}{h_{m-1}}\sec\beta_m$$

$$D_m = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M(m-1)}{h_{m-1}} - H_m\right)\sec\gamma_m$$

ΣM у чвору у односу на (m-1) јер D_m неће дати M

$$U_m\cos\beta_m\, h_{m-1} - U_{m+1}\cos\beta_{m+1}\cdot h_{m-1}' - V_m\cdot\lambda_m + P_m'\lambda_m = 0$$

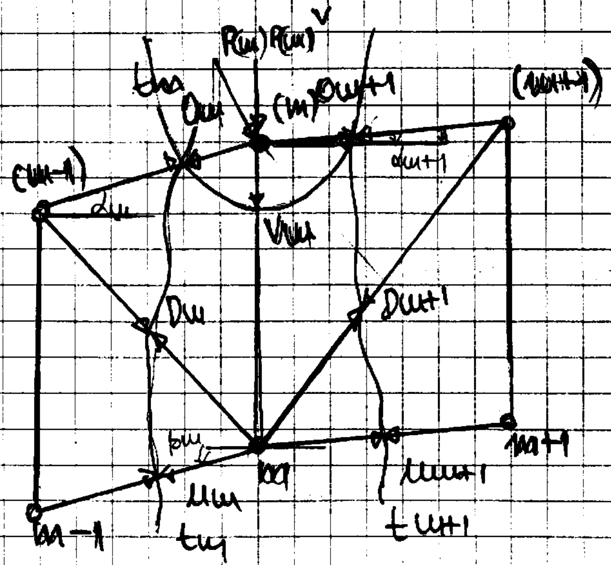
$$U_{m+1} = \frac{M(m)}{h_m}\sec\beta_{m+1}$$

$$\boxed{V_m = P_m' + \frac{h_{m-1}}{\lambda_m}\cdot\left(\frac{M(m-1)}{h_{m-1}} - \frac{M(m)}{h_m}\cdot\frac{h_{m-1}'}{h_{m-1}}\right)}$$

Сила у $V_m = \frac{M}{h}$ за ностомни обрасни шипови

$$\boxed{-V_m = P_m' + \frac{h_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\left(\frac{M_{m+1}}{h_{m+1}} - \frac{M(m)}{h_m}\cdot\frac{h_{m+1}'}{h_{m+1}}\right)}$$

→ СРЕДЊА ВЕРТИКАЛА И ДИЈАГОНАЛА



Пројекција вертикалних сила:

$$P_{(m)}^v + V_m + O_m \sin\alpha_m - O_{m+1}\sin\alpha_{m+1} = 0$$

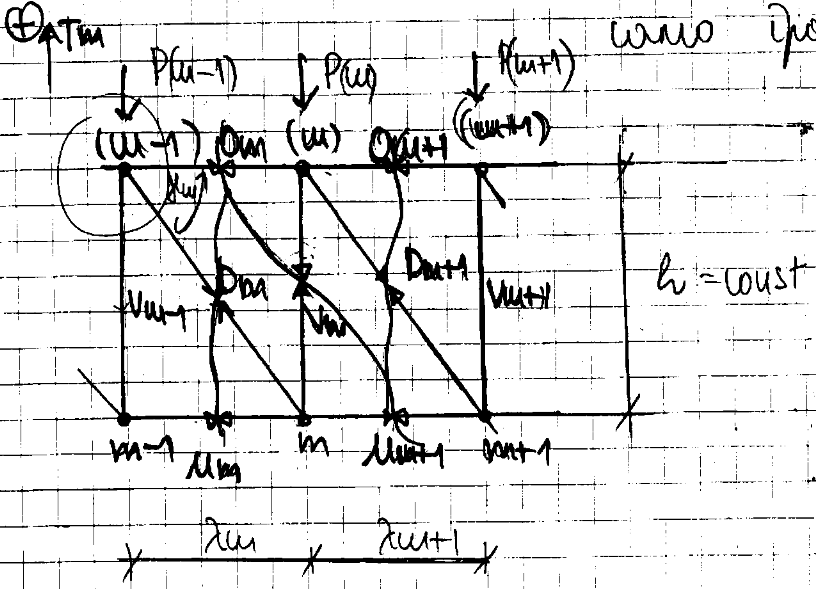
$$O_m = -\frac{M_m}{h_m}\sec\alpha_m$$

$$O_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m}\sec\alpha_{m+1}$$

$$\boxed{V_m = -P_{(m)}^v + \frac{M_m}{h_m}\left(tg\alpha_m - tg\alpha_{m+1}\right)}$$

Вертикалне силе мреже налазимо из $\Sigma Y = 0$

→ РЕШЕТКА СА || ПОЈАСЕВИМА И const ВИСИНОМ.



што пропорционално оптер (само конц. силе у чворима)

$$O_m = -\frac{M_m}{h}$$

$$U_m = \frac{M_{(m-1)}}{h}$$

силе од појединачних покретних су исте (= као ⊿ ⊿ оптерећен ↓)

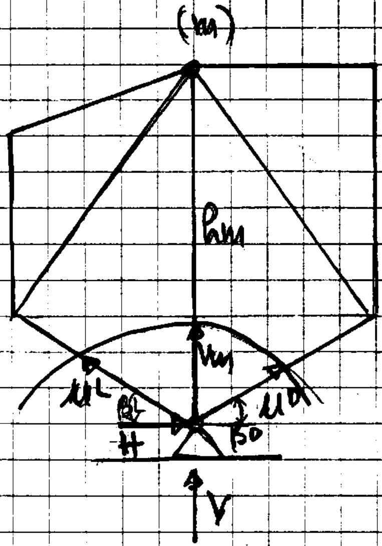
$-D_m \cdot \sin\gamma_m + T_m = 0$ (пројекција на вертик. правац)

$$\boxed{D_m = \frac{T_m}{\sin\gamma_m}}$$

Услов равнотеже ⇒ $V_m + T_m - P_m = 0$

$$\boxed{V_m = P_m - T_m}$$

ОСЛОНАЧКА ВЕРТИКАЛА



$$U^Л = \frac{M(m)}{h_m} \sec\beta^Л$$

$$U^Д = \frac{M(m)}{h_m} \sec\beta^Д$$

$$\Sigma V = 0$$

$$V_m + V + U_Л \sin\beta_Л + U_Д \sin\beta_Д = 0$$

$$\Rightarrow V_m = -V - \frac{M(m)}{h_m}\left(\operatorname{tg}\beta^Л + \operatorname{tg}\beta^Д\right)$$

УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА РЕШЕТКАСТЕ НОСАЧЕ

Силе у пресеку:

100

$$O_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m} \sec\alpha_{m+1}$$

P=1

$$U_m = \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} \sec\beta_m$$

$$D_m = -\frac{M_{dm}}{r_{dm}} = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}}\right)\sec\gamma_m \qquad D_m = -\frac{M_{dm}}{r_{dm}}$$

Ако је $P=1$ десно од пресека $t_m - t_m$, тј. када се оптерећење преноси само преко чворова доњег појаса за све $P=1$ десно од m $\Rightarrow$

$$M_{m-1} = A \cdot x_{m-1} \qquad M_m = A \cdot x_m \qquad M_{dm} = -A\, r_{am}.$$

→ СИЛЕ У ШТАПОВИМА $\quad P=1$ десно од пресека

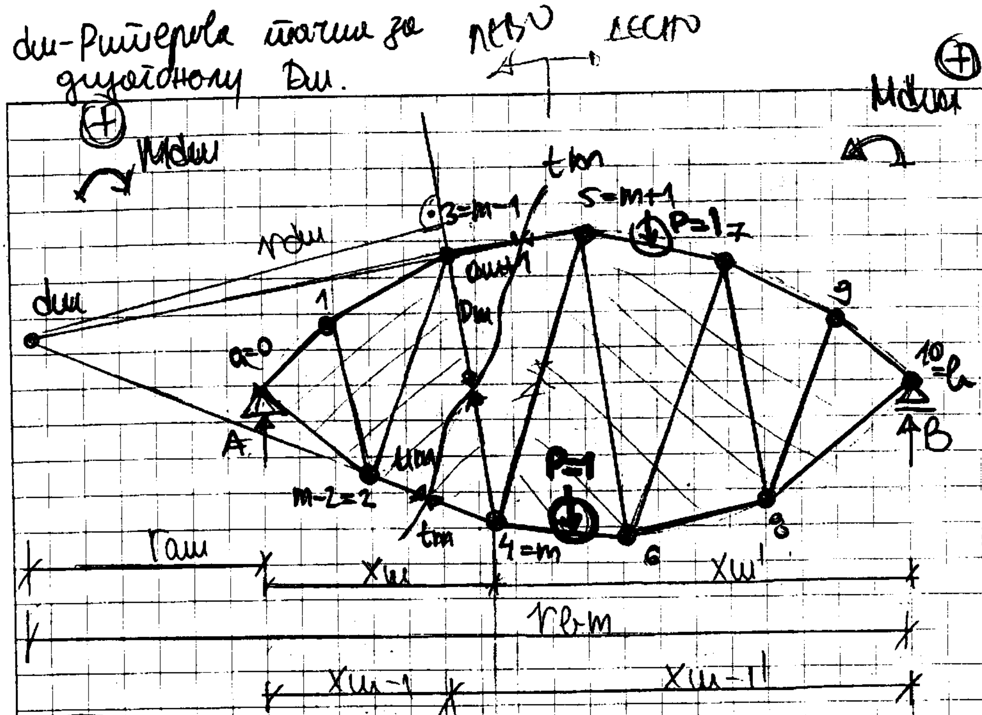
$$O_{m+1} = -\frac{A \cdot x_m}{h_m} \sec\alpha_{m+1} = A \cdot O_{m+1,A}$$

$$U_m = A\frac{x_{m-1}}{h_{m-1}} \sec\beta_m = A \cdot U_{m,A}$$

$$D_m = A \cdot \frac{r_{am}}{r_{dm}} = A \cdot D_{m,A}.$$

Померене силе у свим штаповима мења се само вредности реакције А па су утицајне линије за силе у штаповима за $P=1$ десно од пресека исте облика као за реакцију А.

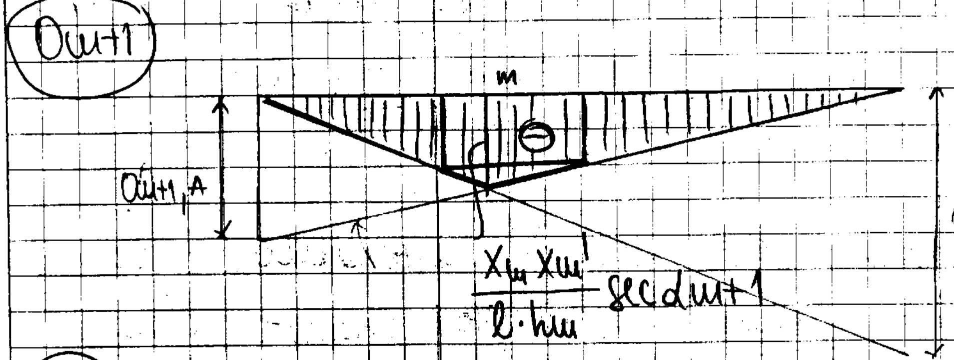
d_m - Ритерова тачка за дијагоналу D_m.



Једино спољашње оптерећење њом је $P=1$ која се креће по доњем појасу ($H=0$)

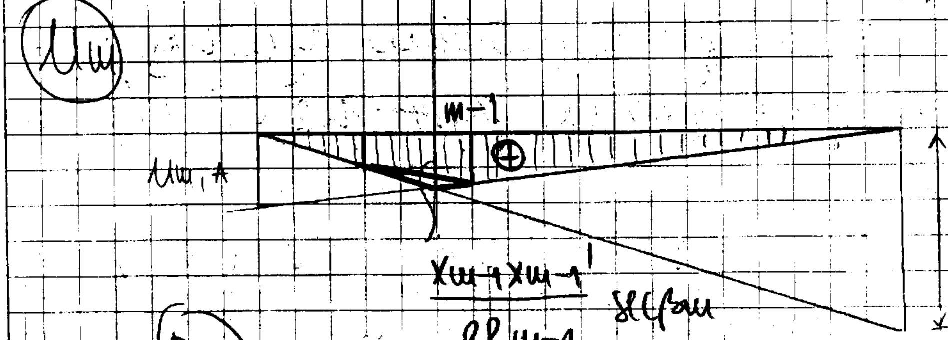
Утицајне линије Ритерове секу се испод Ритерове тачке за одговарајући штап.

O_{m+1}



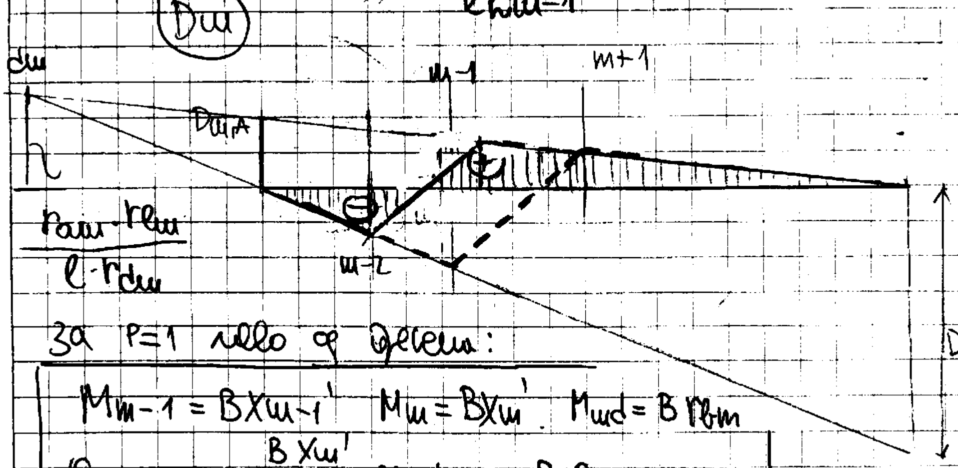
1° ако се сила $P=1$ креће по доњем појасу у.л за U_m ће имати 3 дела а за O_{m+1} 2 дела

U_m



2° ако се $P=1$ креће по горњем појасу у.л за U_m има 2 зоне а за O_{m+1} 3 зоне

D_m



3° за D_m "спуштамо" горњег ако $P=1$ иде горњим појасом односно доњег појаса ако се $P=1$ креће доњим појасом.

За $P=1$ лево од пресека:

$M_{m-1} = B x_{m-1}'$ $M_m = B x_m'$ $M_{md} = B r_{bm}$

$O_{m+1} = -\frac{B x_m'}{h_m}\cdot \sec\alpha_{m+1} = B\cdot O_{m+1,B}$

$U_m = B\cdot \frac{x_{m-1}'}{h_{m-1}}\sec\beta_m = B\cdot U_{m,B}$

$D_m = -B\,\frac{r_{bm}}{r_{dm}} = B\cdot D_{m,B}$.

ако D буде другачије (−) не цртамо

Гране лево и десно од пресек. се секу испод одговарајуће Ритерове тачке.

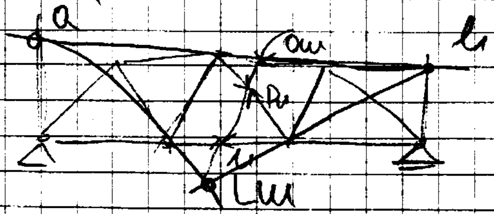
① Гране лево и десно од пресека се секу испод одговарајуће Ритерове тачке.

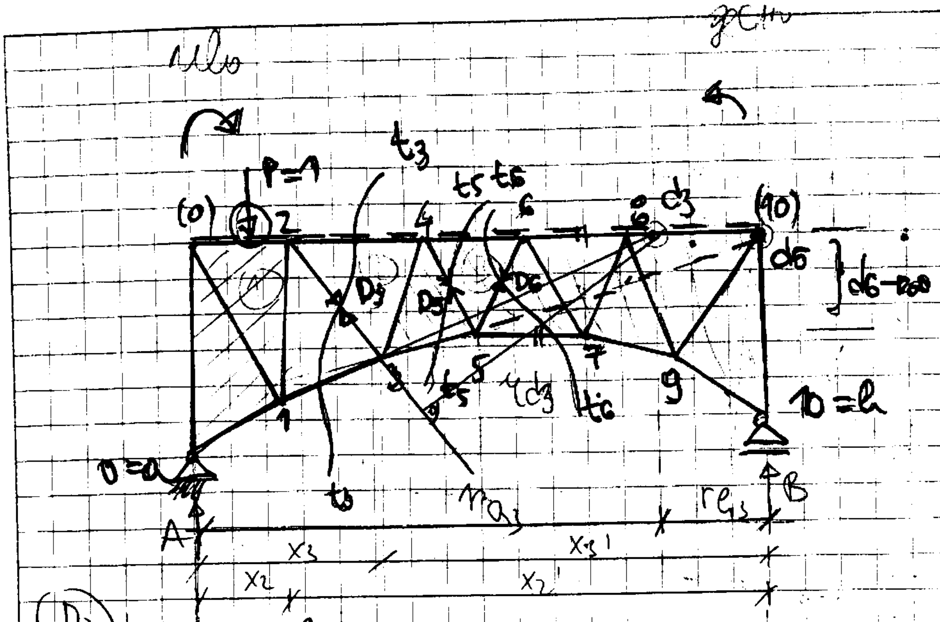
② Утицајна линија ће да има онолико грана колико имамо крутих поља када избацимо штап за који цртамо утицајну линију.

Утицајна линија ће имати онолико грана на колико се крутих поља распадне носач када избацимо штап за који цртамо утицајну линију гледајући дуж правца дуж ког се креће јединична сила.

Уколико се Ритерова тачка налази унутар распона утицајна линија за силу у дијагонали има исти знак, а ако се налази ван распона онда ординате утицајне линија за силу у дијагонали мењају знак.

k_m - нулта тачка за утицајну линију дијагонале



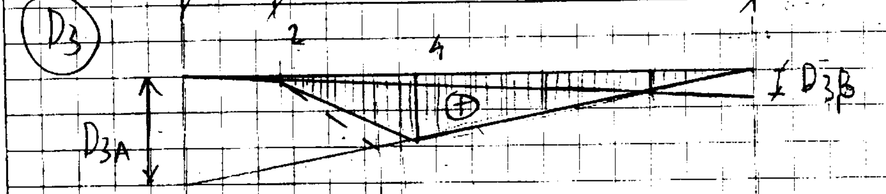


$M_{d_3} - D_3 r_{d_3} = 0 \qquad D_3 = \frac{M_{d_3}}{r_{d_3}}$

$D_3 = \left(\frac{M_3}{h_3} - \frac{M_2}{h_2}\right)\sec\gamma_3$

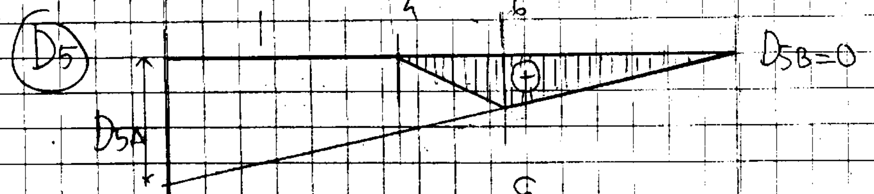
$D_{3A} = \frac{r_{a3}}{r_{d3}} = \left(\frac{x_3}{h_3} - \frac{x_2}{h_2}\right)\sec\gamma_3$

$D_{3B} = \frac{r_{e3}}{r_{d3}} = \left(\frac{x_3'}{h_3} - \frac{x_2'}{h_2}\right)\sec\gamma_3$



$r_{e5} = 0 \Rightarrow D_{B5} = 0$

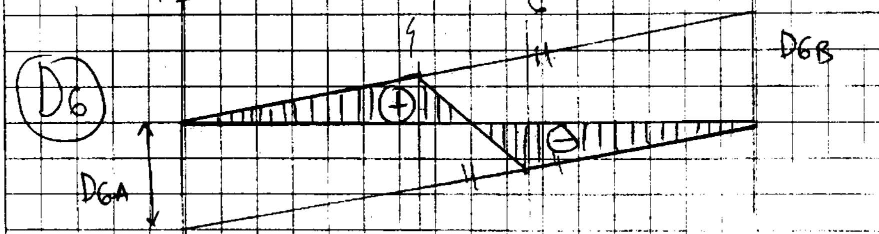
$D_{5A} = \frac{r_{a5}}{r_{d5}} = \frac{l_2}{r_{d5}}$



рачунато:

$T_6 + D_6 \sin\gamma_6 = 0$

$D_6 = -\frac{T_6}{\sin\gamma_6}$



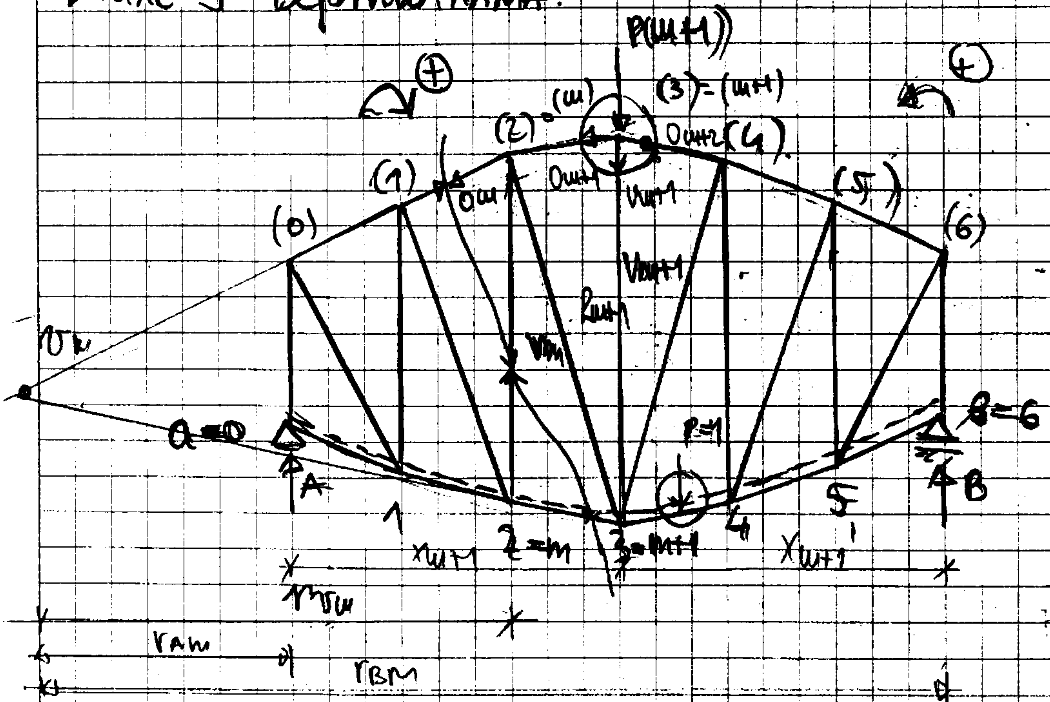
D_6 иста у.л. као T_6 за исто поље

$\boxed{D_{6A} = \frac{-1}{\sin\gamma_6} \quad D_{6B} = \frac{1}{\sin\gamma_6}}$ у A −1, у B −1

Утицајна линија за силе у дијагоналама мења знак само кад се Ритерова тачка налази ван распона. Ако је Ритерова тачка у распону l онда је ~~сила~~ у.л. у дијагонали увек истог знака.

* Ординате ут. л. за Ди када оне иду с десна на лево су ⊕ лево од нулте тачке а ⊖ десно у ве. Када Ди иду с лева на десно ⊕ десно од нулте тачке а ⊖ лево од ње.

→ Силе у вертикалама.



$$M_{O_m} - V_m r_{O_m} = 0$$

$$V_m = \frac{M_{O_m}}{r_{O_m}}$$

$$V_{mA} = -\frac{r_{am}}{r_{O_m}}$$

$$V_{mB} = \frac{r_{bm}}{r_{O_m}}$$

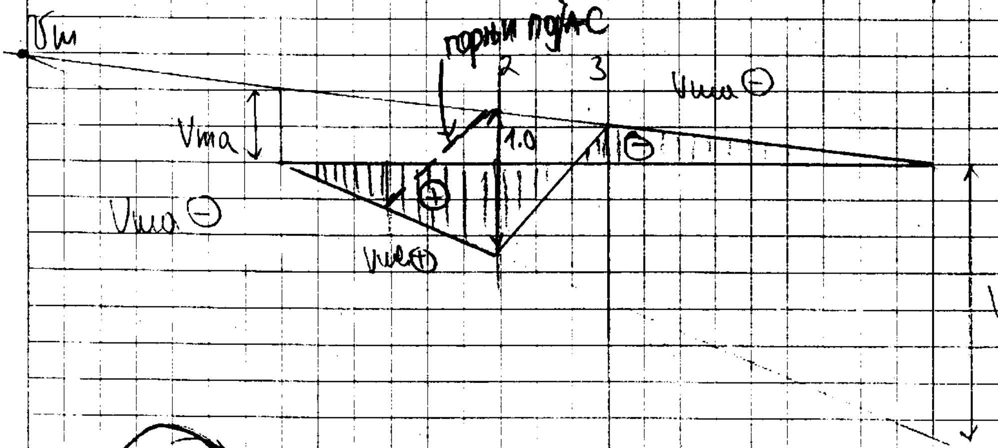
P десно од пресека

$$V_m = -A\frac{r_{am}}{r_{O_m}} = A V_{m,A}$$

P лево од пресека

$$V_m = B\frac{r_{bm}}{r_{O_m}} = B V_{m,B}$$

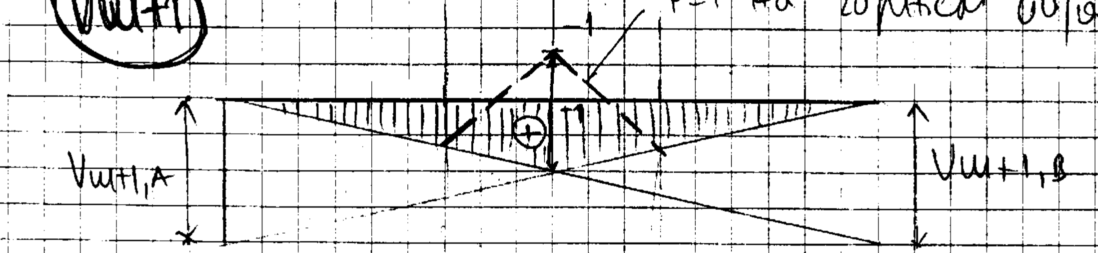
V_m



$(V_{mb} > V_{ma}$

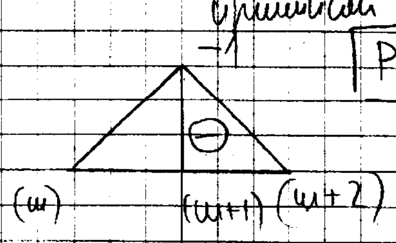
$r_{mb} > r_{ma})$

V_{m+1}



P=1 на горњем појасу

кад је P=1 у чвору (m+1) критична сила



$\boxed{P=1}$ у том чвору

критична у (m+1) постоји само кад је сила P=1 у чвору лево или десно од (m+1)

Кад је вертикала везана само за горње штапове V_m добијамо из услова равнотеже тог чвора.

0 ЗА ДОЊИ ПОЈАС

$$V_{m+1} = \cancel{-P(m+1)} + \frac{M_{m+1}}{h_{m+1}}\left(tg\alpha_{m+1} + tg\alpha_{m+2}\right)$$

моменат у односу на рот. тачку (m+1)

$$V_{m+1,A} = \frac{X_{m+1}}{h_{m+1}}\left(tg\alpha_{m+1} + tg\alpha_{m+2}\right)$$

$$V_{m+1,B} = \frac{X'_{m+1}}{h_{m+1}}\left(tg\alpha_{m+1} + tg\alpha_{m+2}\right)$$

Ако се јединична сила креће само по доњем појасу $P(m+1)=0$, а ако се креће по горњем урачунавамо и P_{m+1} и јединичну силу $P=1$

$P=1$ ↓ (3) директно утиче у вертикали на том месту додајемо -1

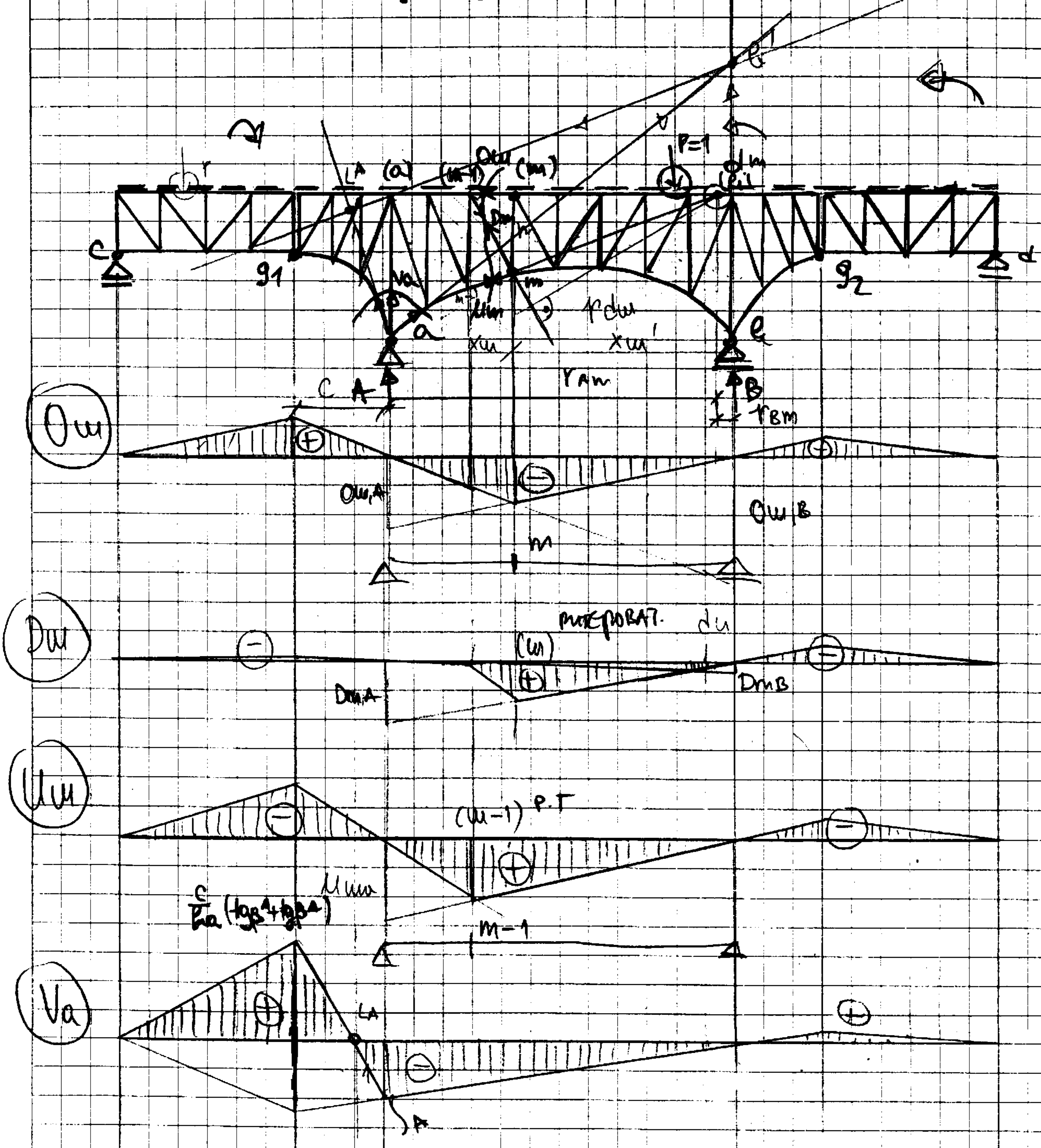
Кад је $P=1$ на (2) или (3) допринос $P=1$ је једнак 0? за моменат.

* Ординате утицајне линије за V_m на вертикалама између ослонаца су силе у штапу када лево од пресека стоји само $A=1$, тј. сила у штапу када десно од пресека стоји само $B=1$.

$V_{m,A}$; $V_{m,B}$ - силе у вертикали V_m када је лево само $A=1$, тј. када је десно само $B=1$.

* Ординате утицајне линије за V_m када дијагонале у пољима лево и десно од вертикале падају с лева на десно; десно од нулте тачке су ⊖ а лево ⊕. Када дијагонале падају с десна на лево ординате утицајне линије су десно од нуле ⊕ а лево ⊖

РЕШЕТКАСТИ ГЕРБЕРОВ НОСАЧ



▼ - када се сила P=1 налази десно од пресека (a)

• $M(a) = 0 \Rightarrow V_a = -A$.

- када је сила P=1 на делу $g_1 a$ утицајна линија ће бити пропорционална са MAX ординатом изнад g_1 и вредношћу $-C$.

$$O_m = -\frac{M_m^{(m)}}{h_m} \qquad M_{dm} - D_m r_{dm} = 0$$

$$D_m = \frac{M_{dm}}{r_{dm}}$$

Утицајне линије за O_m и U_m на делу ab биће истог облика као и за просту греду ab са пуном испуном.

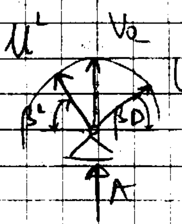
$$U_m = \frac{M_{(m-1)}^{(m-1)}}{h_{m-1}} \sec\beta_m$$

$$O_{mA} = \frac{X_m}{h_m} \qquad O_{mB} = -\frac{X_m'}{h_m}$$

$O_m \ominus$ притиснути горњи појас

$$D_{mA} = \frac{r_{Am}}{r_{dm}} \qquad D_{mB} = \frac{r_{Bm}}{r_{dm}}$$

$$U_{mA} = +\frac{X_{m-1}}{h_{m-1}} \cdot \sec\beta_m \qquad U_{mB} = +\frac{X_{m-1}'}{h_{m-1}} \sec\beta_m$$



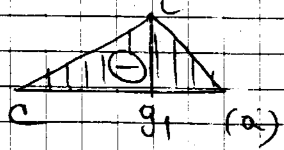
$$V_a = -A - \frac{M(a)}{h_a}\left(tg\,\beta^L + tg\,\beta^D\right)$$

$M_y(a)$ одговара сили за P=1 од c до a.

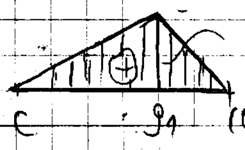
за P=1 у g_1 добијамо мах $M(a) = -1\cdot c$

$$V_a = -\frac{M(a)}{h_a}\left(\cancel{tg\beta^L + tg\beta^D}\right) = \frac{c}{h_a}\left(tg\,\beta^L + tg\,\beta^D\right)$$

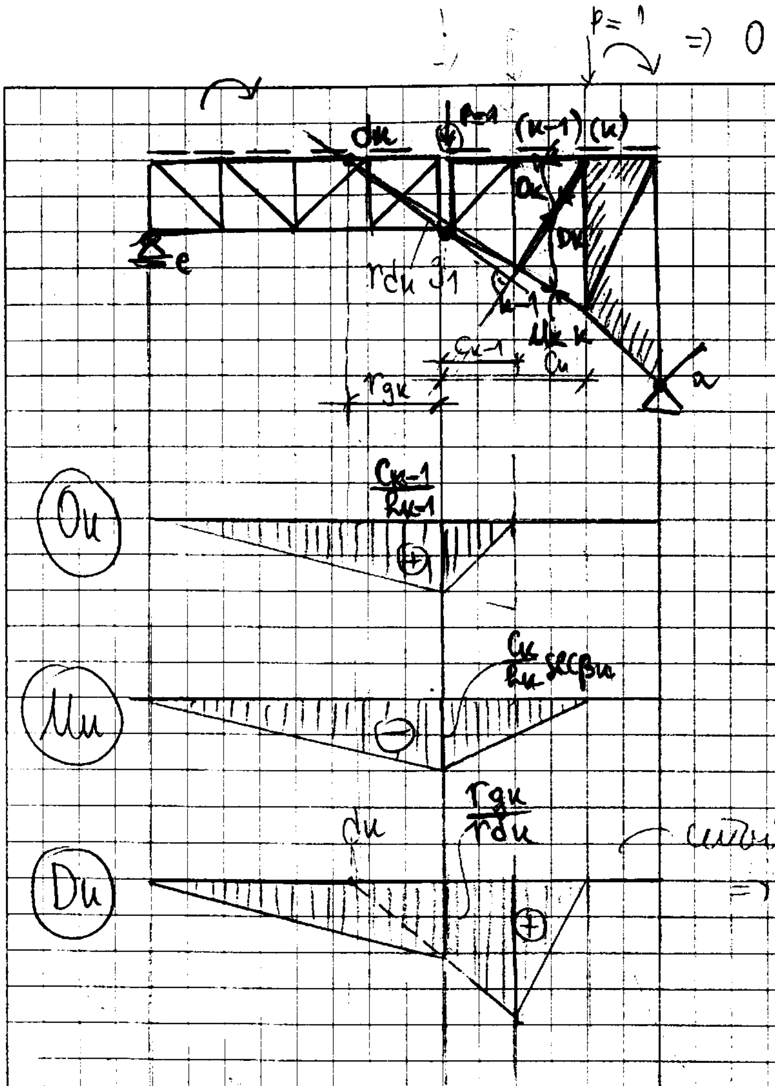
$M(a)$



V_a



$\frac{c}{h_a}\left(tg\,\beta^L + tg\,\beta^D\right)$



$$O_k = -\frac{M_{k-1}}{h_{k-1}}$$

$$U_k = \frac{M(a)}{h_{ak}} \cdot \sec\beta_k$$

$$D_k = \frac{M_{dk}}{r_{dk}}$$

P=1 у g_1

$M_{k-1} = -c_{k-1}$

$M_k = -c_k$

$M_{dk} = r_{gk}$

ЛУКА НА 3 ЗГЛОБА

$O_m = -\frac{M_m}{h_m}\sec\alpha_m \qquad M_m = M_{m0} - H y_m$

$O_m = -\frac{M_{m0}}{h_m}\sec\alpha_m + \frac{H\cdot y_m}{h_m}\sec\alpha_m = O_{m,0} + H\cdot O_{m,H}$ $\quad O_{m,H}$ - мултипликатор.

$O_{m,0}$ - сила у ~~рем~~ штапу решетке просте греде.

$O_{m,H}$ - нема константни.

$$\boxed{O_m = \underbrace{O_{m,0}} + H\underbrace{O_{m,H}}}$$

утицајна линија у штапу одговарајуће решетке просте греде

утицајна линија за H * нема број $O_{m,H}$.

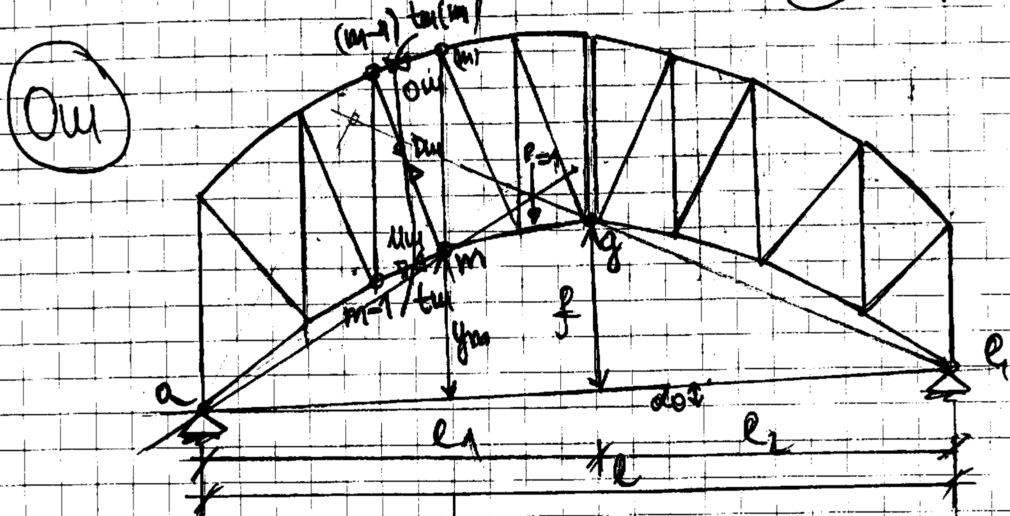
$O_{m,A} = -A\frac{x_m}{h_m}\sec\alpha_m \qquad O_{m,B} = -B\frac{x_m'}{h_m}\sec\alpha_m$

$O_{m,H} = \frac{y_m}{h_m}\sec\alpha_m$ - сила у штапу решетке када је лево или десно од пресека само сила $H' = \sec\alpha_0$ тј. $H=1$.

УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА РЕШЕТКАСТИ ЛУК НА 3 ЗГЛОБА

20

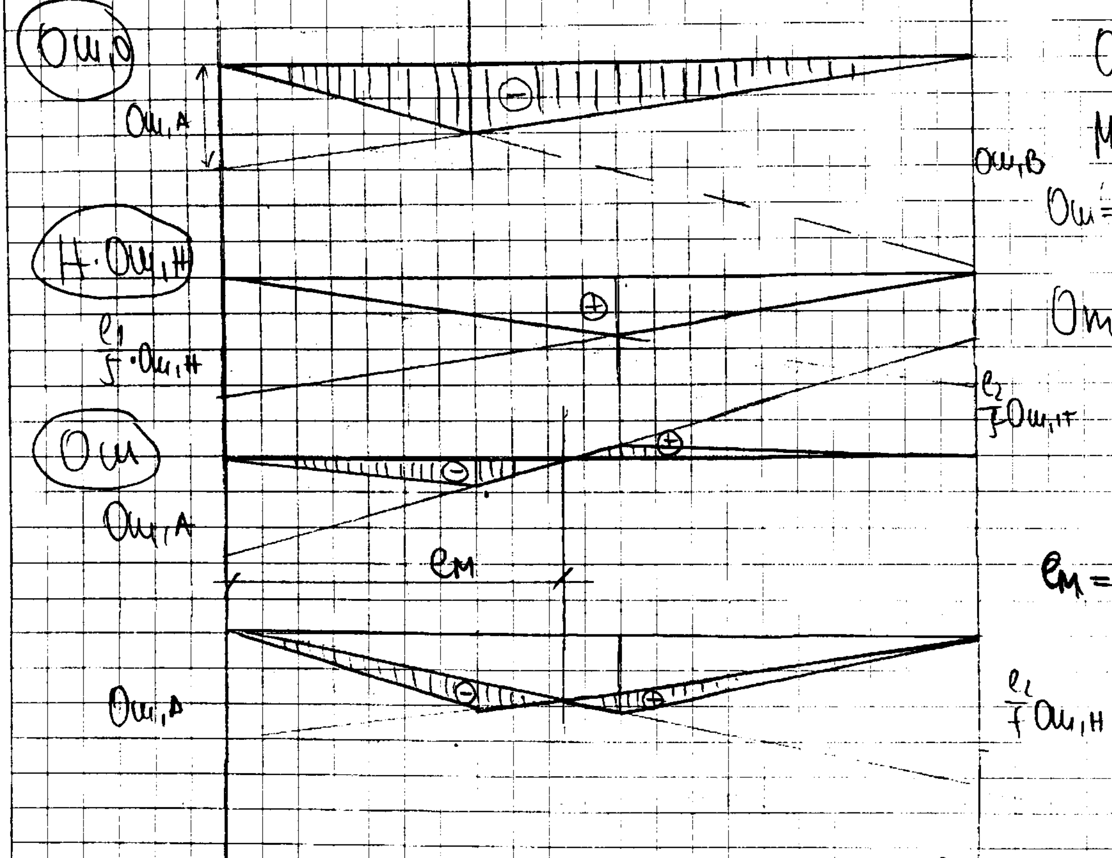
Ou



претпоставимо да је нула између m и g

ако положимо сили P=1 на ово два [illegible]

$M_m = 0$



$$O_u = -\frac{M_m}{h_u}\sec\alpha_m$$

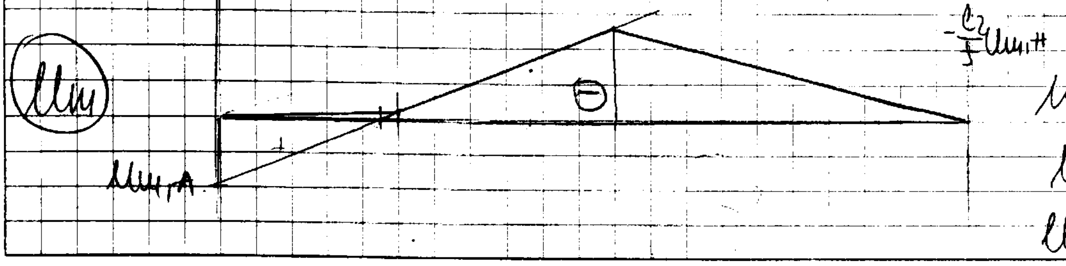
$$M_m = M_{m,0} - H y_m$$

$$O_u = -\underbrace{\frac{M_{m,0}}{h_u}\sec\alpha_u}_{} + \underbrace{\frac{H y_m}{h_u}\sec\alpha_u}_{H\cdot O_{u,H}}$$

$$O_m = O_{u,0} + H O_{u,H}$$

$$e_m = \frac{l}{1 + \frac{l_2}{f}\cdot\frac{y_m}{x_m}}$$

Ако уцинемо штап Ou добићемо 3 случаја.



$-\frac{l_2}{f}U_{u,H}$

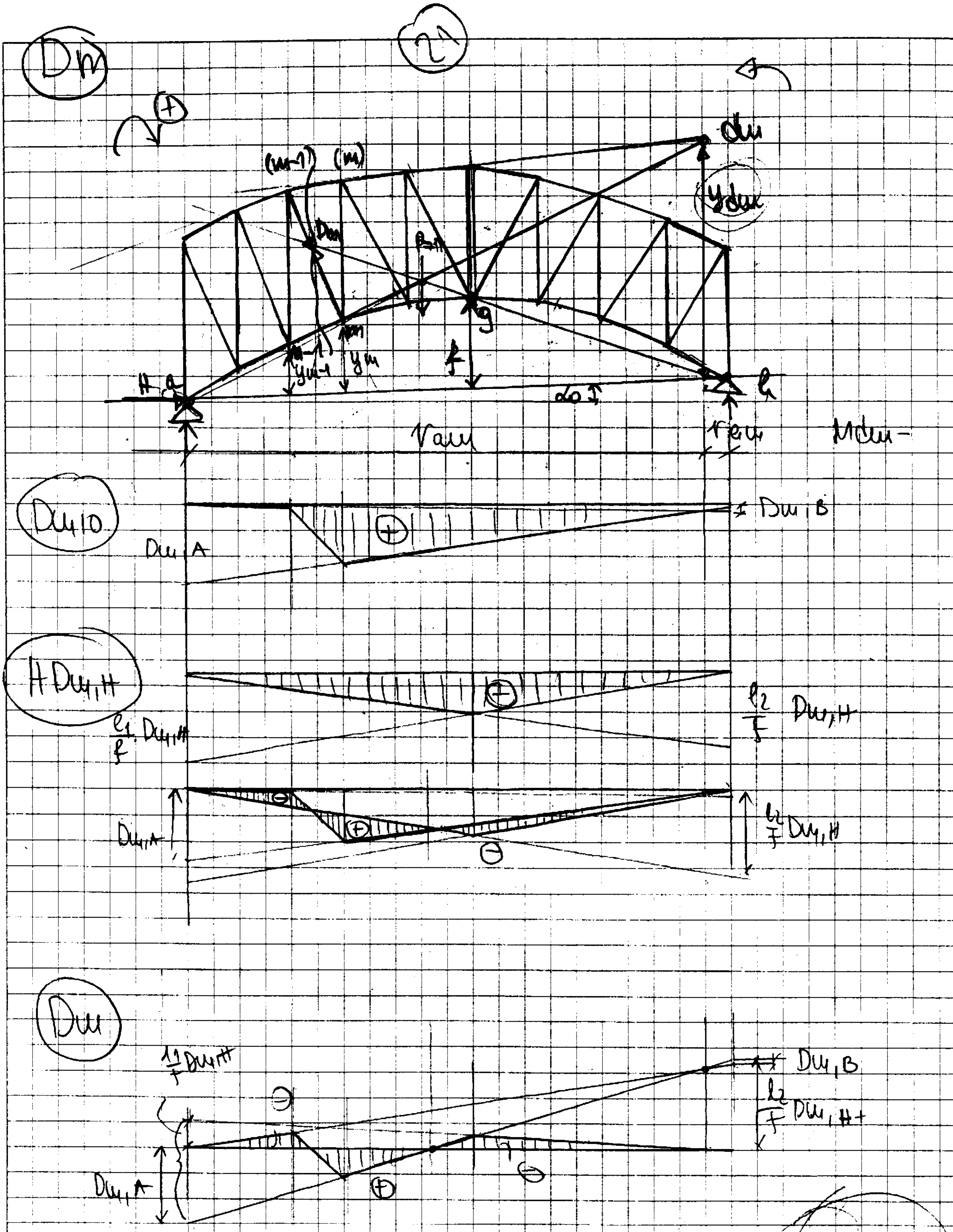
$$U_u = \frac{M(u-1)}{h_{u-1}}\sec\beta_u$$

$$U_u = \frac{M(u-1),0}{h_{u-1}}\sec\beta_u - H\frac{y_u}{h_{u-1}}\sec\beta_u$$

$$U_u = U_{u,0} + H U_{u,H}$$

$$U_{u,A} = \frac{x_{u-1}}{h_{u-1}}\sec\beta_u$$

$$U_{u,B} = \frac{x'_{u-1}}{h_{u-1}}\sec\beta_u$$



I) a) $Du_{,A}$; δ) $-\frac{l_2}{f}\cdot Du_{,H}$

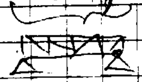
II) a) 0 ; δ) $Du_{,B}$

III) a) $-\frac{l_1}{f} Du_{,H}$; δ) 0

$$M_{dm} - D_m r_{dm} = 0 \qquad D_m = \frac{M_{dm}}{r_{dm}} = \left(\frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{(m-1)}}{h_{m-1}} - H\right) \sec\gamma_m$$

$H_m = H$ – јер је вертикално оптерећење.

$$\underbrace{M_{dm} = M_{dm,0}}_{} - H \cdot y_{dm}$$ (за лук на 3 зглоба)



$$M_{(m-1)} = M_{(m-1),0} - H y_{(m-1)}$$

$$D_m = \frac{M_{dm,0} - H y_{dm}}{r_{dm}} = \frac{M_{dm,0}}{r_{dm}} - H \frac{y_{dm}}{r_{dm}}$$

$$D_m = D_{m,0} + H D_{m,H}$$

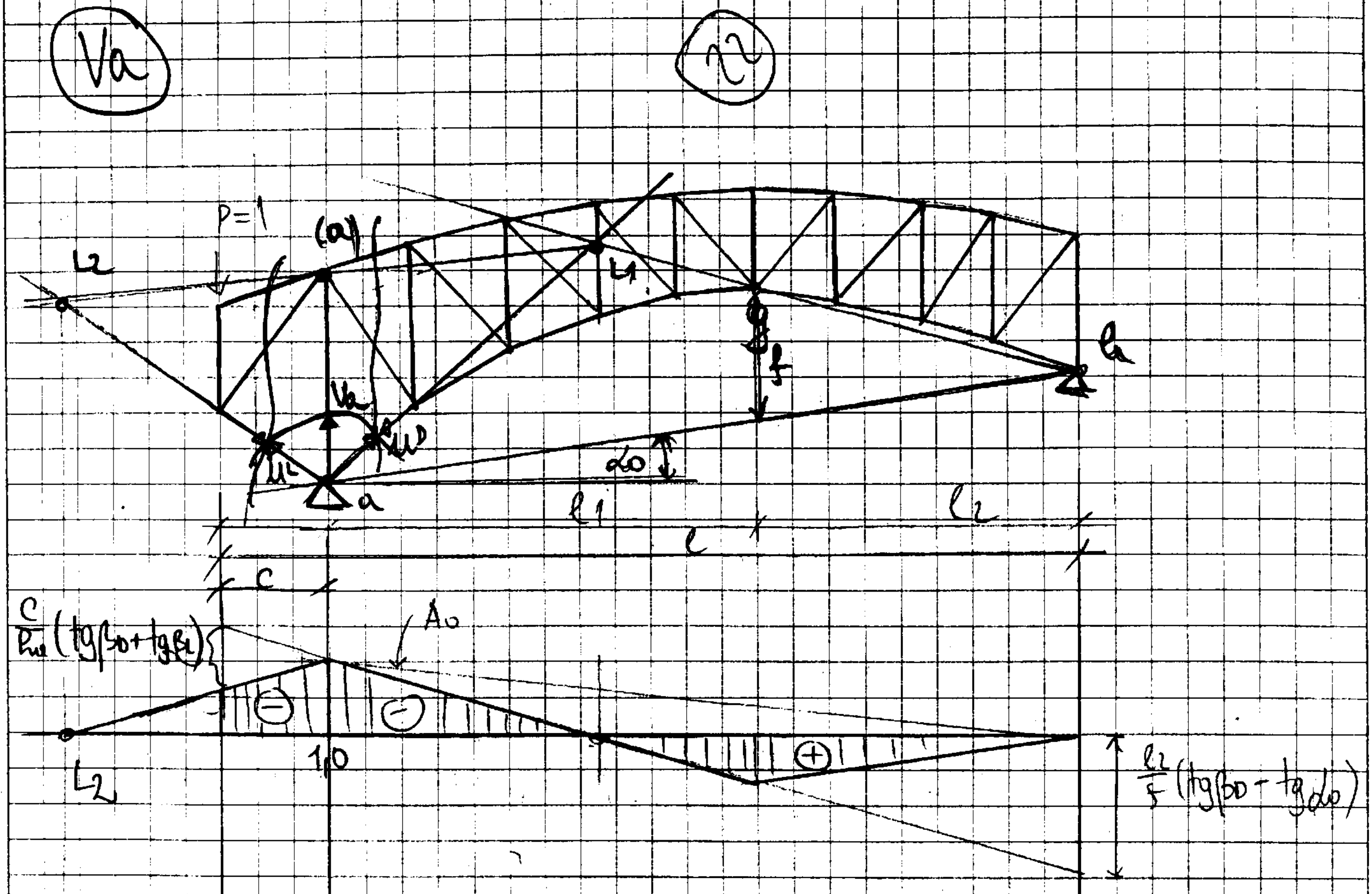
$$D_{m,H} = -\frac{y_{dm}}{r_{dm}} = \left(-\frac{y_m}{h_m} + \frac{y_{(m-1)}}{h_{m-1}} - 1\right) \sec\gamma_m$$

$$D_{m,A} = \frac{r_{om}}{r_{dm}} = \left(\frac{x_m}{h_m} - \frac{x_{(m-1)}}{h_{m-1}}\right) \sec\gamma_m$$

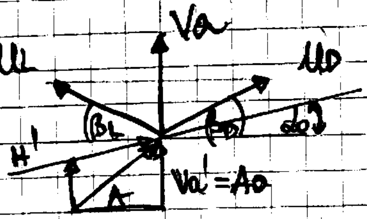
Нулта тачка је у пресеку b g и a dm

Због тога што нормира се уреже P=1 када утицајно Dm је 4.

$D_{m,H} = -\frac{y_{dm}}{r_{dm}}$ сила у штапу Dm решетке услед равнотеженог оптерећења силом. $H' = \sec\alpha_0$ која је хоризонтална компонента $H=1$.



!. Моменат M(a) постоји само на препусту.



$H' = \frac{H}{\cos\alpha_0}$

$\sum Y = 0 \Rightarrow$

$V_a + A_0 + U_L \sin\beta_L + U_D \sin\beta_D + H'\sin\alpha_0 = 0$

$U_L = \frac{M(a)_0}{h_a}\sec\beta_L$

$M(a)_0$ – моменат одговарајуће просте греде са оптерећењем

$U_D = \frac{M(a)}{h_a}\sec\beta_D$ у $M(a)$ – $P=1$ и H'

$U_D = \frac{M(a)_{,0} - H h_a}{h_a}\sec\beta_D = \left(\frac{M(a)_{,0}}{h_a} - H\right)\sec\beta_D$

$$V_a = \underbrace{-A_0}_{I} - \underbrace{\frac{M(a)_{,0}}{h_a}\left(tg\beta_L + tg\beta_D\right)}_{II} + \underbrace{H\left(tg\beta_D - tg\alpha_0\right)}_{III}$$

I одговарајућа реакција просте греде

II само на део оптерећења

III за $H \cdot (\ )$

$$\boxed{V_a = V_{a,0} + H V_{a,H}}$$

$V_{a,0} = -A_0 - \frac{M(a)_{,0}}{h_a}\left(tg\beta_L + tg\beta_D\right)$ – сила у штапу одговарајуће решетке просте греде

$V_{a,H} = H\left(tg\beta_D - tg\alpha_0\right)$

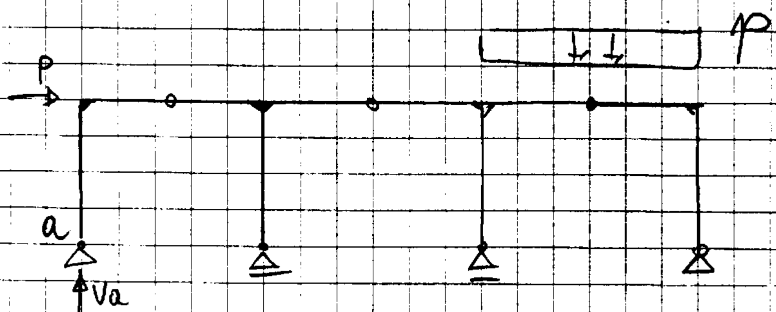
сила у штапу решетке плоче која је оптерећена равнотежним системом сила $H' = \sec\alpha_0$ ($H=1$) у тачкама a и b.

ПРИМЕНА ПРИНЦИПА ВИРТУЕЛНИХ ПОМЕРАЊА

(2)

$$\sum P\cdot\bar{s} + \sum C\bar{c} = \int_S \left(M\bar{\varkappa} + \bar{\varepsilon}N + T\psi_T\right) dS \qquad (1)$$

Принцип важи за еластичан сис. штапова који задовољавају услове компатибилности померања и чворова.
За сис. крутих плоча у њима нема деформације → $\varepsilon, \varkappa, \psi = 0$



$z_p = 4$

$z_0 + z_n = 6$

$z_p + 2 = z_0 + z_n$

$4 + 2 = 6$ ✓

$$\sum P\bar{s} + \sum C\bar{c} = 0$$

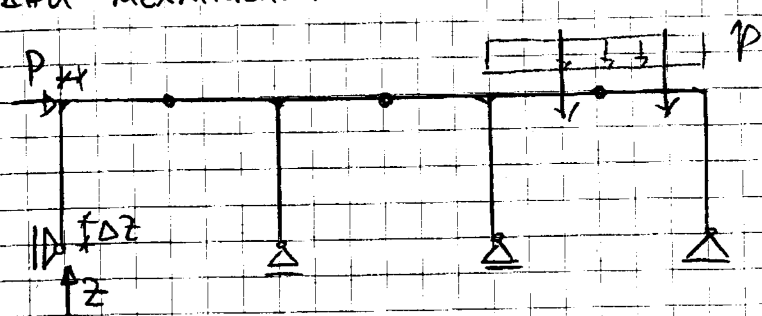
ПРИНЦИП ВИРТУЕЛНИХ ПОМЕРАЊА ЗА СИСТЕМ КРУТИХ ПЛОЧА

C – померања ослонаца и обртање уклештења
Ако су ослонци крути → $c=0$. Померања постоје само за еластичне ослонце.

• Принципом вир. помер. можемо одредити било коју статичку величину.
Уклонимо везу чију реакцију тражимо, а уместо ~~непознате~~ везе дејствујемо одговарајућом непознатом реакцијом.

⊛ Једначином (1) обухваћени су услови равнотеже целог сис. и сваког његовог елемента да се из ње могу одредити све силе у пресеку и реакције ослонаца.

ПРИНУДНИ МЕХАНИЗАМ.



$Z_p=4$

$Z_0+Z_1=5$

Уклоњењем везе смо из кин. пр. стабилни носача прешли у кинематички лабилан носач са 1 степеном слободе кретања

• Принудни механизам је сис. са 1 степеном слободе кретања.

Долази до померања без деформације. P

$\sum P\cdot\bar{s}$ - рад сила P на виртуелним померањима s. Да би принудни механ. (од утицаја P_m и Z) био у равнотежи $\sum P_m\bar{S}_m+Z\Delta Z=0$.

$\sum P_m\bar{S}_m+Z\Delta Z=0$ Нормално је да узмемо $\Delta Z=-1$

$$\boxed{Z=\sum P_m\cdot\bar{S}_m}$$

$\Delta Z=-1$ генерализано померање које одговара Z.

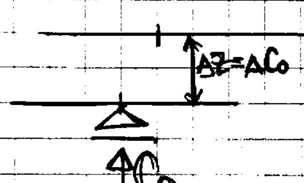
$\bar{S}_m$ - померање нападне тачке силе P_m виртуелног стања померања које одговара Z.

Кинематика механизама

Померања $\bar{S}_m$ одређујемо применом **КИНЕМАТИКЕ МЕХАНИЗАМА** са 1 степеном слободе кретања.

Унапред је задата структура - принудни механизам

1)

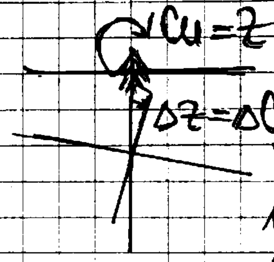


уклонимо ослонац и задамо реакцију

$\Delta Z=\Delta C_0$ - компонента померања ослоначке тачке у правцу ослонца

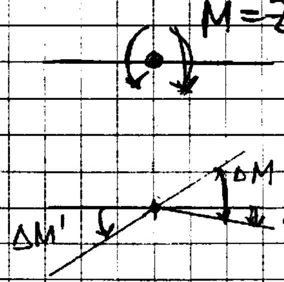
$Z=C_0$

2)



угао обртања уклештеног штапа

3)



уводимо пуни угао

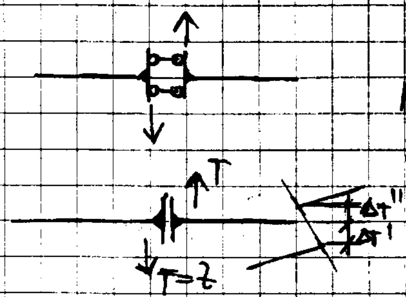
$\Delta M''$ - угао обртања штапова.

попречни зглоб

$M\Delta M' + M\Delta M'' = M(\Delta M' + \Delta M'') = M\Delta M$

$\Delta z' = \Delta M$ - промена угла обртања штапова

4)

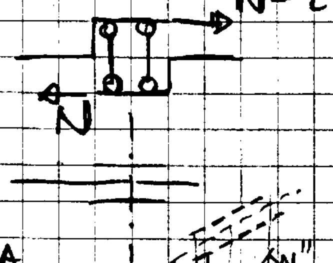


може да пренесе моменат преко штапа и N силу, а T не може

$T\cdot\Delta T' + T\Delta T'' = T(\Delta T' + \Delta T'') = T\Delta T$, а померена тангента прелома

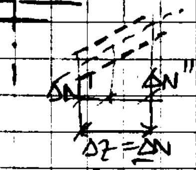
подужни зглоб

5)



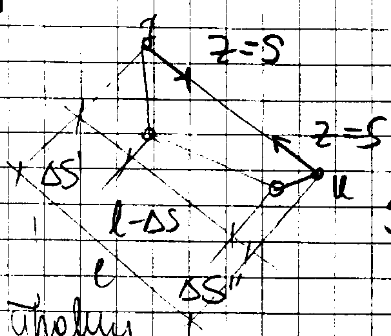
може да пренесе M преко штапа и T, а не N.

6) решетка



$N\Delta N' + N\Delta N'' = N(\Delta N' + \Delta N'') = N\Delta N$

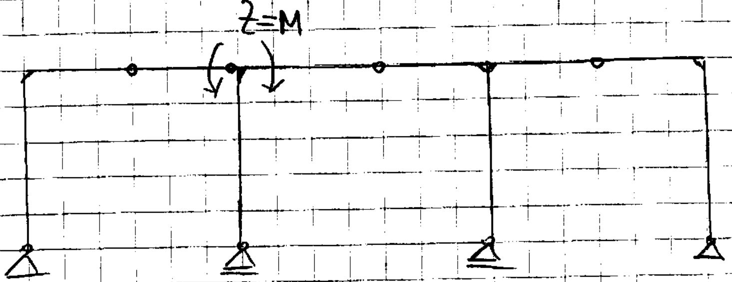
Уклонимо штап у моме уносимо силу

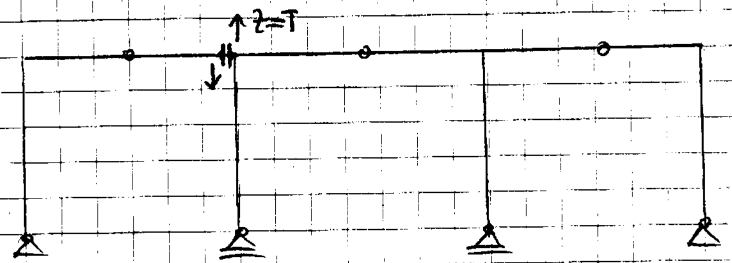


$S(\Delta S' + \Delta S'') = S\cdot\Delta S$

пројекција померања тачака i и k

у правцу силе





24

За силу од пресечних сила или реакцију ослонца треба формирати други принудни механизам. и узети рад $\boxed{Z = \sum P \cdot \delta}$ рад активних сила на виртуелним померањима принудног механизма.

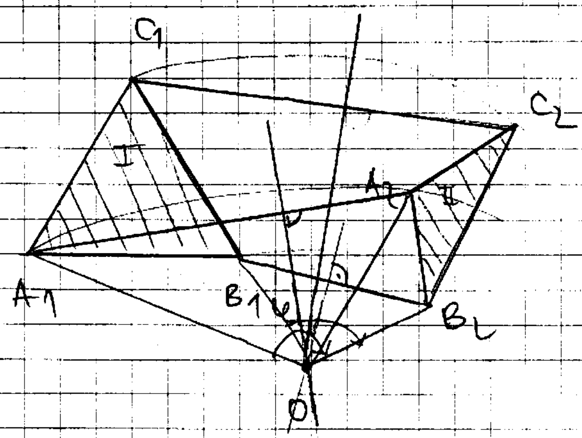
ОСНОВИ КИНЕМАТИКЕ МЕХАНИЗАМА

Посматрамо кретање у равни.

O - у пресеку симетрала A_1A_2 и B_1B_2

$\varphi = \angle A_1OA_2$

$= \angle B_1OB_2$



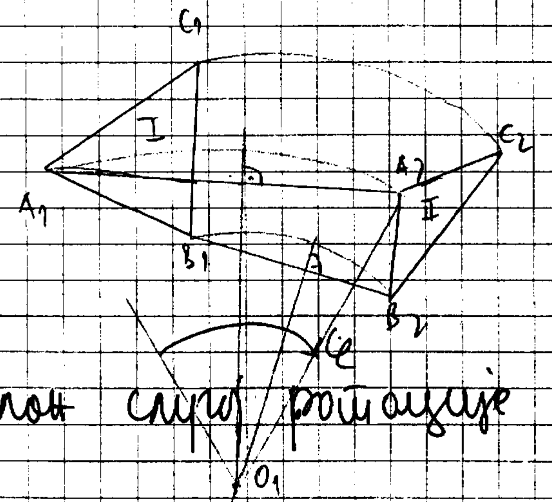
Тачка се 1 у 2 положај може преместити ротацијом око неке тачке у тој равни.

Кретање тела при коме све путање свих њених тачака леже у једној равни називамо РАВНИМ или КОМПЛАНАРНИМ кретањем

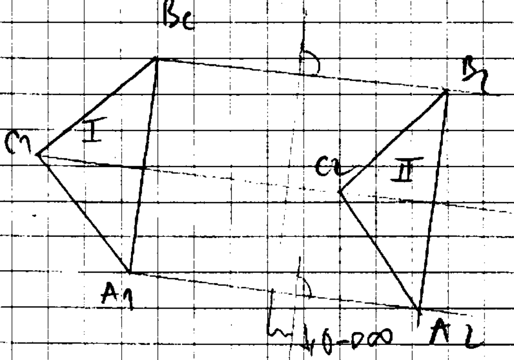
ОСНОВИ КИНЕМАТИКЕ МЕХАНИЗАМА

• Шарлова теорема

Тело се из једног у други положај може превести ротацијом око неке тачке у равни.



Специјалан случај ротације би била транслација.

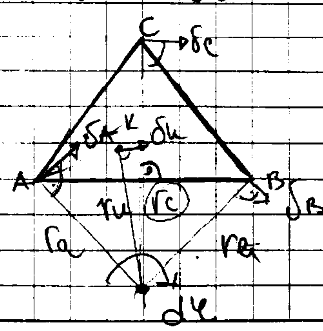


$O \to \infty$

$\varphi = 0$

Посматрамо тело abc која се ротира око неке тачке у равни.

Нас занима до мало обртање $\delta\varphi$.



$\delta a = r_a \cdot \delta\varphi$

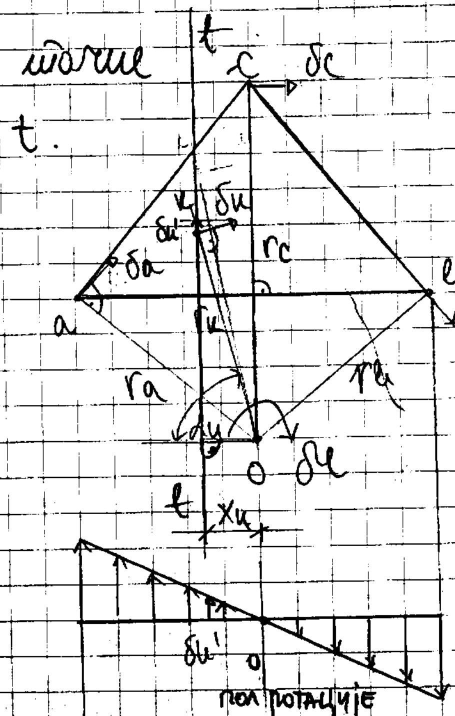
$\delta b = r_b \cdot \delta\varphi$

$\delta c = r_c \cdot \delta\varphi$

↓ елементарна померања тачака a, b, c.

Померање произвољне тачке u ће исто бити управно на вектор r_u

$\delta u'$ - померање тачке u у правцу t.



$\delta u' = \delta u \cdot \cos\alpha_u$

$\delta u = r_u \cdot \delta\varphi$

$\delta u' = r_u \cdot \cos\alpha_u \cdot \delta\varphi = x_u \cdot \delta\varphi$

$\delta u' = x_u \cdot \delta\varphi$

ДИЈАГРАМ ПОМЕРАЊА ТАЧАКА ПЛОЧЕ У ИЗАБРАНОМ ~~пра~~ ПРАВЦУ t_u.

$\delta\varphi$ - мала величина => мала померања. Померања су пропорционална растојању од пола => најудаљенија тачка од пола има највеће померање.

Уочимо произвољну тачку u са померањем $\vec{\delta u}$.

Померањем плоче у правцу произвољне праве све тачке се исто померају

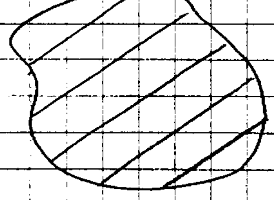
O - пол ротације. Померање пола је увек нула.

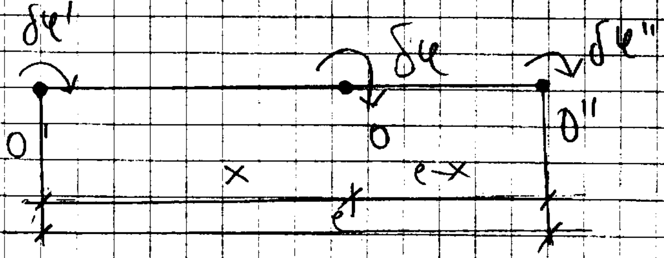
Како се приближавамо полу, померање се смањује.

Померања тачака једне праве линије у правцу те линије међусобно су једнака и пропорционална одстојању те праве од пола обртања плоче.

Посматрамо једну чврсту плочу у равни која око пола O' има ротацију $\delta\varphi'$, а око пола O'' се ротира за $\delta\varphi''$.
Једно тело се ротира око једне тачке за $\delta\varphi'$ а око друге за $\delta\varphi''$.
Тражимо резултујућу ротацију и пол резултанте.

Пол O резултанте ротација је она тачка у равни која после ротације око пола O' и ротације око пола O' није променила првобитни положај.





Око O'' навише око O' наниже. Пол резултујуће се налази на $O'O''$ правој.
Услов: померање у O је једнако нули.

на доле на горе

$$x\cdot\delta\varphi' = (e-x)\,\delta\varphi''$$

$$x = \frac{e\,\delta\varphi''}{\delta\varphi'+\delta\varphi''} \quad /\cdot\delta\varphi'$$

$$x = \frac{e\,\delta\varphi'\delta\varphi''}{\delta\varphi'^2+\delta\varphi'\delta\varphi''} \qquad \delta\varphi'\cdot\delta\varphi''>0 \Rightarrow x<1 \quad (x<e)$$

$$x\in(0,e) \qquad e>x>0$$

Ако су ротације истог смера резултујући пол је између идентичних полова.

2) $\delta\varphi' \delta\varphi'' < 0 \quad |\delta\varphi'| > |\delta\varphi''| \Rightarrow$ количник $x < 0$

$\Rightarrow$ пол резултанте ће се наћи на страни пола чија је ротација по abs већа.

3) $\delta\varphi' \cdot \delta\varphi'' < 0 \quad |\delta\varphi'| < |\delta\varphi''| \Rightarrow x > e$

$\Rightarrow$ пол резултујуће ће се наћи на страни супрот-ног пола O'.

Ако су ротације истог смера резултујући пол се налази између идентичних полова, а ако је $\delta\varphi' \cdot \delta\varphi'' < 0$ резултујући пол се налази на страни пола чија је ротација по abs веће.

специјални случај: $\delta\varphi' = -\delta\varphi'' \Rightarrow O \to \infty$ транслација.

Укупна ротација: Њу добијамо из услова да је померање било које тачке при ротацији око O једнако померању тачке при ротацији око O' и O''.

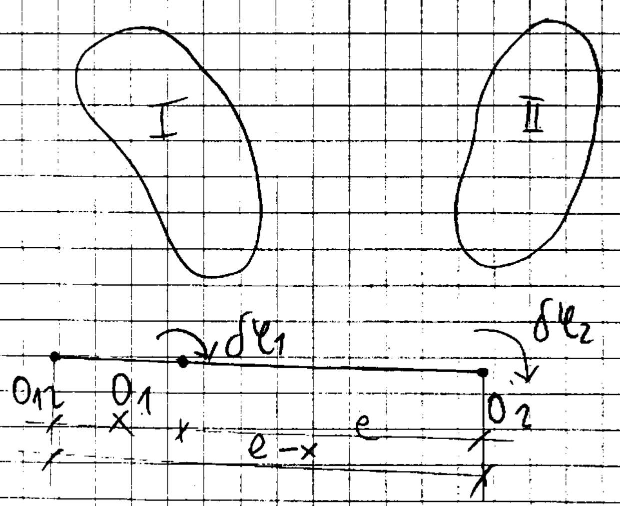
$$x \cdot \delta\varphi = e \cdot \delta\varphi''$$

$$\delta\varphi = \frac{e}{x}\delta\varphi'' \overset{x=x}{=} \frac{\delta\varphi' + \delta\varphi''}{\delta\varphi''} \cdot \delta\varphi'' \Rightarrow \boxed{\delta\varphi = \delta\varphi' + \delta\varphi''}$$

Резултујућа ротација неког тела ће бити једнака збиру задатих ротација

РЕЛАТИВНА РОТАЦИЈА

Посматрамо два тела:



($\delta\varphi_1$)

1: 0

2: $\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1 = \delta\varphi_{21}$

($\delta\varphi_2$)

1: $\delta\varphi_{12} = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_2$

2: 0

$\delta\varphi_{12} = \delta\varphi_{21}$

($\delta\varphi_{12} = -\delta\varphi_{21}$)

Тражимо релативну ротацију једног тела у односу на друго тело.

Једном и другом телу саопштимо помоћну ротацију, на пр. $-\delta\varphi_1$.

$\delta\varphi_{21}$ – резултујућа ротација другог тела у односу на прво.

O_1, O_2 – тренутни полови

Тренутне полове можемо назвати и **АБСОЛУТНИМ** половима јер се око њих обрћу тачке 1 и 2 а пол O_{12} можемо назвати релативни пол или **МЕЂУПОЛ** – тачка која има исто померење као тачка I тела при ротацији око O_1 за $\delta\varphi_1$ и као тачка II при ротацији око O_2 за $\delta\varphi_2$.

Апсолутни полови и међупол ће се налазити на истој правој – **I АРНОЛД-КЕНЕДИЈЕВА ТЕОРЕМА**:

Апсолутни полови двају тела и њихов међупол морају налазити на 1 правој линији.

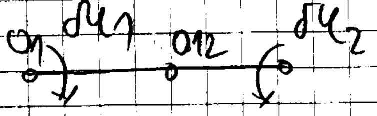
Померање у неутролу је исто за обе плоче.

$$-x\,\delta\varphi_1=(e-x)\,\delta\varphi_2$$

$$x=e\,\frac{\delta\varphi_2}{-\delta\varphi_1+\delta\varphi_2}\quad /\cdot(-\delta\varphi_1)$$

$$x=e\,\frac{-\delta\varphi_1\delta\varphi_2}{(\delta\varphi_1)^2-\delta\varphi_1\delta\varphi_2}$$

1) $\delta\varphi_1\delta\varphi_2<0 \qquad 0<x<e$

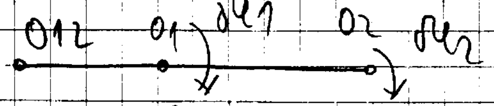


Када су ротације у апсолутним половима супротне неутрол ће бити између апсолутних полова.

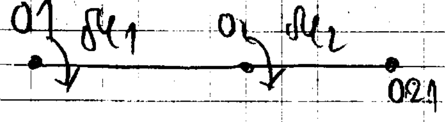
2) $\delta\varphi_1\delta\varphi_2>0 \quad |\delta\varphi_1|>|\delta\varphi_2| \Rightarrow x<0$

3) $\delta\varphi_1\delta\varphi_2>0 \quad |\delta\varphi_1|<|\delta\varphi_2| \Rightarrow x>e$

Ако су ротације истог знака неутрол се налази са стране пола чија је ротација већа.

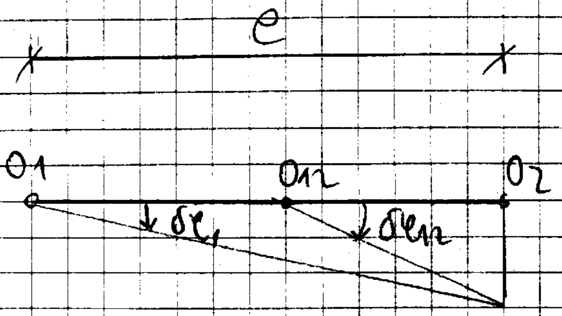


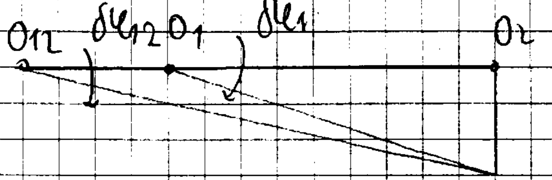
$|\delta\varphi_1|>|\delta\varphi_2|$

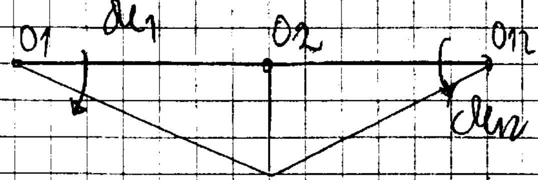


$|\delta\varphi_2|>|\delta\varphi_1|$

$\delta\varphi_1=\delta\varphi_2 \Rightarrow$ неутрол $O_{12}\rightarrow\infty$







→ **Закључци:**

1. Апсолутне ротације једне плоче и њена релативна ротација према другој плочи имају исти смер ако је међупол тих плоча између полова или на страни пола прве плоче, а супротне смерове ако је међупол на страни пола друге плоче.

2. Ако се међупол двеју плоча поклопи са полом једне плоче тада је апсолутна ротација те плоче једнака њеној релативној ротацији а ротација друге плоче је једнака нули.

O_1 ——— $O_2 = O_{12}$ $\delta e_1 = 0$

(III) Ако се центропол налази у ∞ онда је релативно померање тела транслаторно ($\delta e_1 = \delta e_2$). А онда ако је величина релативне транслаторног померања тела нека величина δ тада је $\delta e_1 = \delta e_2 = \delta / e$.

δ - разлика њихових померања

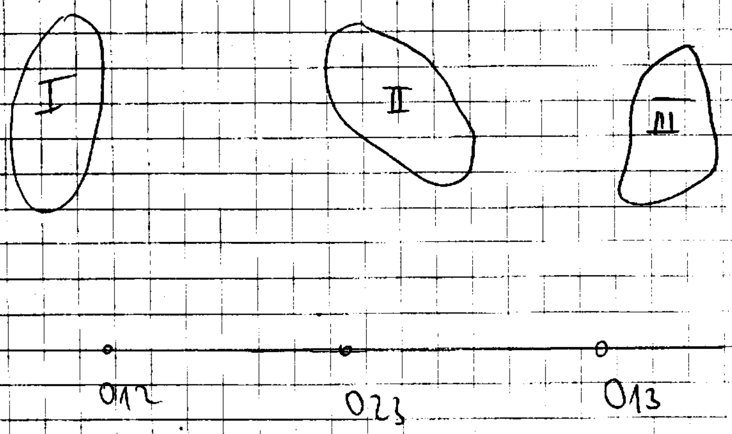
e - растојање између полова

Када имамо n тела у равни имамо $\binom{n}{2}$ центропола. $\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!}$

(IV)

II АРНОЛД-КЕНЕДИЈЕВА ТЕОРЕМА

Центрополови трију тела леже на једној правој линији



додајемо свим телима $-\delta e_1$

у O_{12}

$$\delta\varphi_{12} = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_2 \quad (-\delta\varphi_1)$$

$$\delta\varphi_{12} = \delta\varphi_2$$

$O_{12} \rightarrow O_2$

у O_{13}

$$\delta\varphi_{13} = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_3 \quad (-\delta\varphi_1)$$

$$\delta\varphi_{13} = \delta\varphi_3$$

$O_{13} \rightarrow O_3$

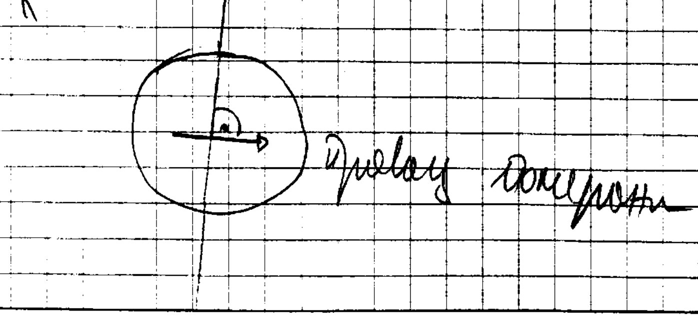
Ако је ово тачно на правој O_2-O_3 мора да лежи међупол O_{23}.

Распоред тренутних и међуполова свих плоча зависи само од структуре носача, а не од параметра померања.

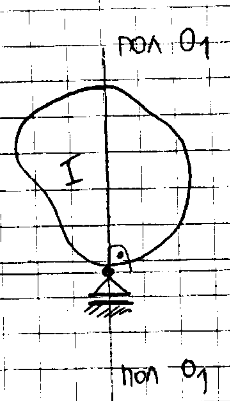
Померања у тренутном механизму зависе од облика носача, везе и распореда полова и међуполова.

ПЛАН ПОЛОВА И МЕЂУПОЛОВА – план у коме су приказани распореди полова и међуполова.

I тренутни пол обртања једне плоче се налази на нормали на правац померања било које тачке те плоче.



* Конструкција плана полова зависи од броја плоча механизма, од њихове међусобне везе и њихове везе са спољним тачкама у простору.



(II) I Арнолд-Кенедијева теорема

Апсолутни полови двеју плоча и њихов међусобни ће се налазити на истој правој.

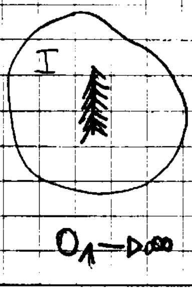
(III) II Арнолд-Кенедијева теорема

Међусобни полови трију плоча леже на једној правој линији.

- Ако је неко тело ослоњено на непокретно лежиште оно је пол тог тела.

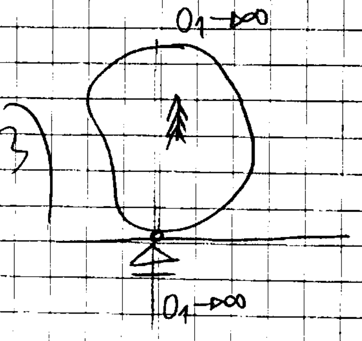
1)

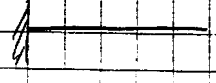
2)



Не може да се ротира али може да се помери $\Rightarrow O_1 \to \infty$

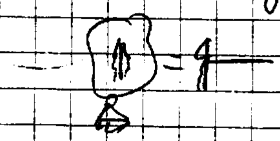
Ако знамо правац померања онда је O_1 у том правцу у ∞.

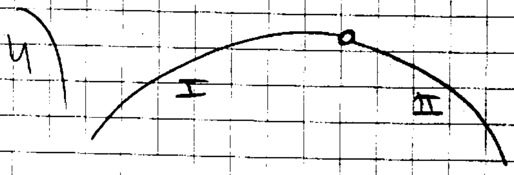




неодређен

тј. пол не постоји

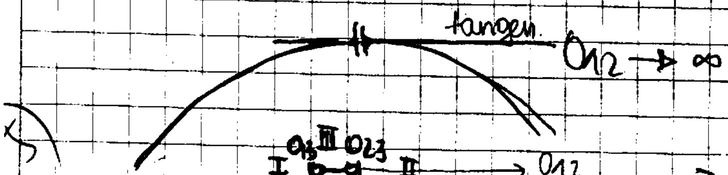


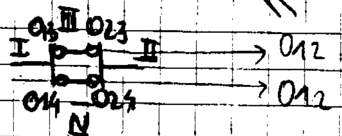


ако држимо I, II може релативно да се окреће око I.

Зглобна веза две плоче је међусобни пол тих плоча.

• попречни



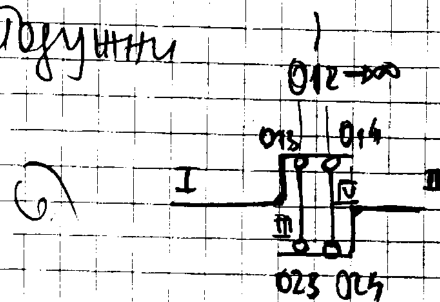


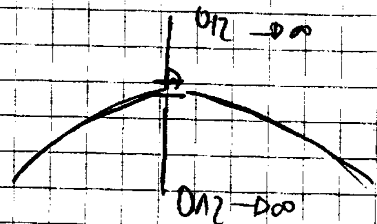
$\Rightarrow O_{12} \to \infty$

$O_{13} - O_{23} \to O_{12}$

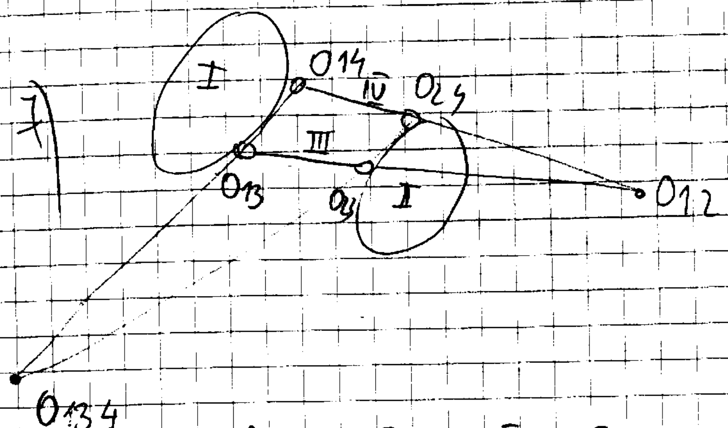
$O_{14} - O_{24} \to O_{12}$

• подужни



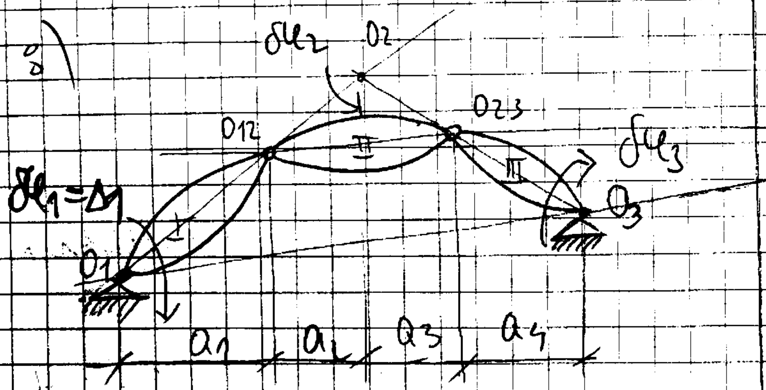


7)



План полова и параметар померања једнозначно одређују померање тачака принуд. мех.
Код принудних механизама померања тачака су унапред одређени.

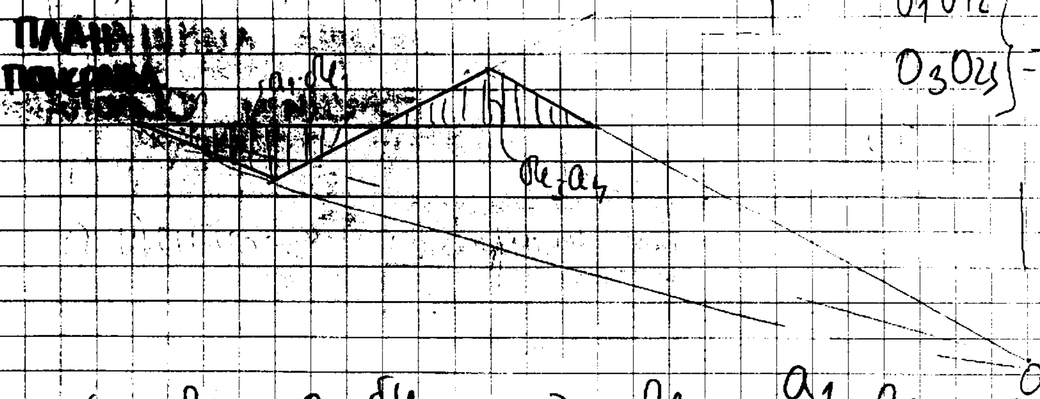
8)



$z_0 + z_u = p + 2$

$\left.\begin{matrix} O_1O_3 \\ O_{12}O_{23} \end{matrix}\right\} \to O_{13}$

$\left.\begin{matrix} O_1O_{12} \\ O_3O_{23} \end{matrix}\right\} \to O_2$

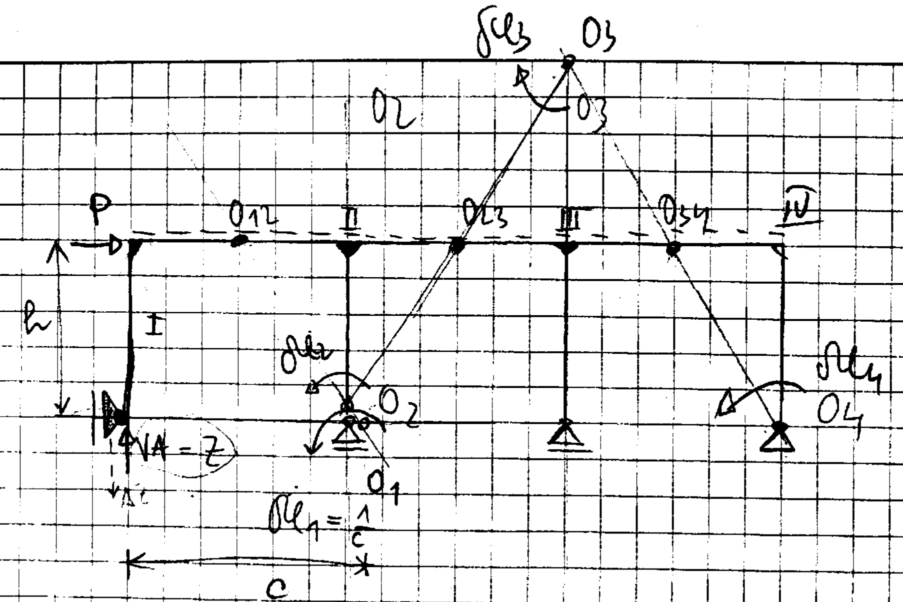


$$a_1 \cdot \delta\varphi_1 = a_2 \cdot \delta\varphi_2 \Rightarrow \delta\varphi_2 = \frac{a_1}{a_2}\delta\varphi_1 = \frac{a_1}{a_2}\Delta 1$$

$$|\delta\varphi_3| > |\delta\varphi_1|$$

$$a_3 \cdot \delta\varphi_2 = a_4 \cdot \delta\varphi_3 \Rightarrow \delta\varphi_3 = \frac{a_3}{a_4} \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \Delta 1$$

Δ_1 – параметар



$Z = \sum P_m \cdot \bar{\delta}_m$ δ_m - можемо да одредимо

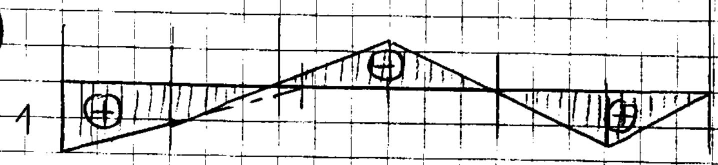
$\Delta Z = -1$ → стављамо на доле јер је V_A ↑.

$\delta\varphi_1 = \frac{1}{c}$

До δ_1 а пошто је доле претпоставимо $\delta\varphi_1$ у смеру са њим.

ПЛАН ПОМЕРАЊА

УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ЗА РЕАКЦИЈУ ОСЛОНЦА А



$V_a = \sum P_m \bar{\delta}_m = -P\frac{h}{c}$ $\boxed{V_a = -P\frac{h}{c}}$

P се помери супротно од P→

$P = 1$

$\sum P_m \bar{\delta}_m = \sum 1 \cdot \bar{\delta}_m = \sum \bar{\delta}_m$

$Z(s,u)$ утицајна ф-ја за утицај Z на месту s применом ПВС

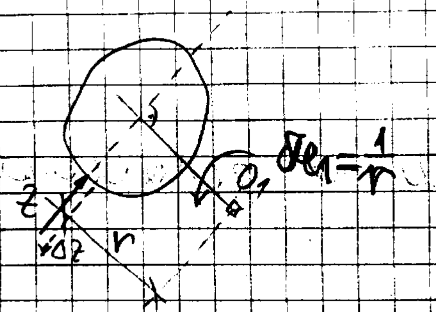
$\delta(u) = \bar{\delta}_m$ - померање тачака у правцу деловања силе, одговарајућег

$Z(s,u) = \sum \bar{\delta}_m$ - померање $\delta(u)$ у правцу деловања силе у рушеном при... ацијском механ...

Утицајна линија за било коју статичку величину Z статички одређених носача једнака је дијаграму померања оптерећеног система тј. одговарајућег принудног механизма у правцу деловања јединичне покретне силе а услед генерисаног померања Δz на месту уклоњене везе.

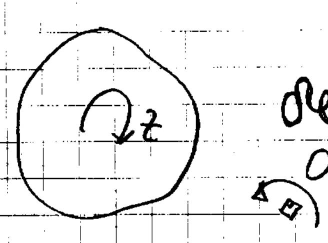
• ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА ПОМЕРАЊА КОД ПРИНУДНОГ МЕХАНИЗМА

1) РЕАКЦИЈА ОСЛОНЦА



$\varphi_1 = \frac{1}{r}$

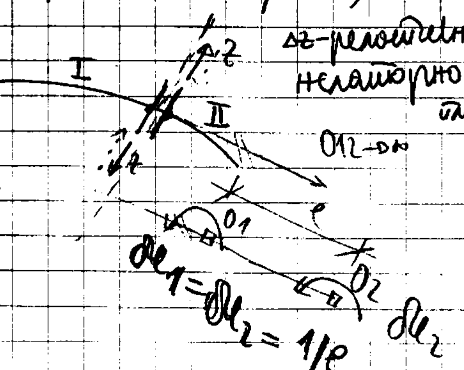
2) МОМЕНАТ УКЉЕШТЕЊА



$\varphi_1 = 1$

3) КОМПОНЕНТА УНУТРАШЊЕ СИЛЕ У ОДРЕЂЕНОМ ПРАВЦУ

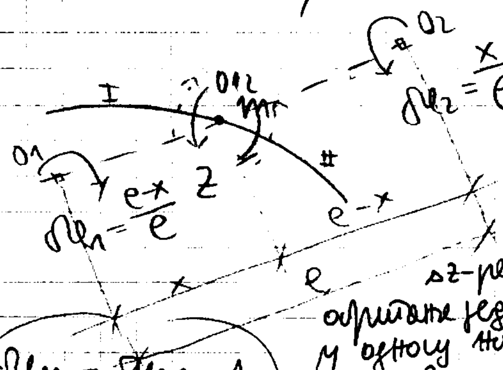
Δz - релативно транслаторно померање тела I и II



око O2 при обртању око O1 за φ_1, добија се φ_2 тела II.

$\varphi_1 = \varphi_2 = 1/e$

4) МОМЕНТ САВИЈАЊА Mm



$\varphi_1 = \frac{e-x}{e}$

$\varphi_2 = \frac{x}{e}$

$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$

Δz - релативно обртање једне стране у односу на другу.

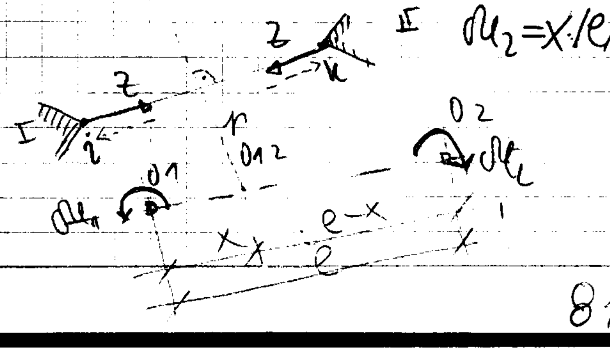
$\varphi_{12} = \frac{1}{r}$

$\varphi_2 = x/e/r$

5) АКСИЈАЛНА СИЛА У ШТАПУ

Δz - промена растојања између тачака i и k.

$\varphi_1 = \frac{e-x}{e} \cdot r$



ДИЈАГРАМИ ПОМЕРАЊА ПУНИХ НОСАЧА

26

$v \rightarrow M^f$

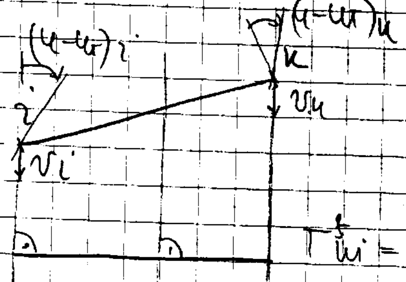
$(\varphi-\psi) \rightarrow T^f$

$$\rho^f = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h}\right)\cdot \sec\alpha$$

$$m^f = \left(\frac{N}{EF} + \alpha_t \cdot t\right) tg\alpha + k\frac{T}{GF}$$

најчешће занемарујемо утицај

Гранични услови на штапу:



$T_{ik}^f = (\varphi-\psi)_i$

$M_{ik}^f = v_i$

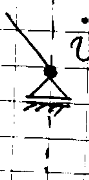
$T_{ki}^f = (\varphi-\psi)_k$

$M_{ki}^f = v_k$

Носач се састоји из правих и зглобасто везаних штапова.

Стварни носач | **Фиктивни носач**

1)

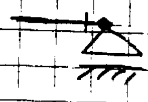


$v_i = 0$

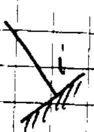
$(\varphi-\psi)_i \neq 0$

$M_i^f = 0$

$T^f \neq 0$



2)



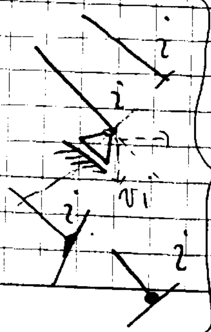
$v_i = 0$

$(\varphi-\psi)_i = 0$

$M_i = 0$

$T_i = 0$

3)

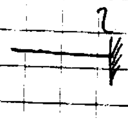


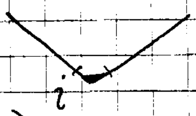
$v_i \neq 0$

$(\varphi-\psi)_i \neq 0$

$M_i^f \neq 0$

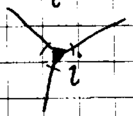
$T_i^f \neq 0$



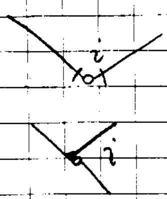
4) 

$v_i \neq 0$ $M_i^f \neq 0$

$(\varphi-\varphi_T)_i^L = (\varphi-\varphi_T)_i^D \neq 0$ $T_{i,L}^f = T_{i,D}^f \neq 0$

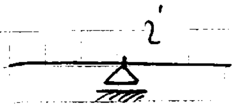


посматрамо пресеке
∞ блиско лево и десно

5) 

$v_i^L = v_i^D \neq 0$ $M_{i,L}^f = M_{i,D}^f \neq 0$

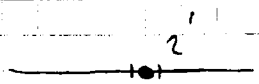
$(\varphi-\varphi_T)_{i,L} \neq (\varphi-\varphi_T)_{i,D} \neq 0$ $T_{i,L}^f \neq T_{i,D}^f \neq 0$



6) 

$v_{i,L} = v_{i,D} = 0$ $M_{i,L}^f = M_{i,D}^f = 0$

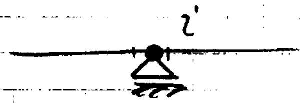
$(\varphi-\varphi_T)_{i,L} = (\varphi-\varphi_T)_{i,D} \neq 0$ $T_{i,L}^f = T_{i,D}^f \neq 0$



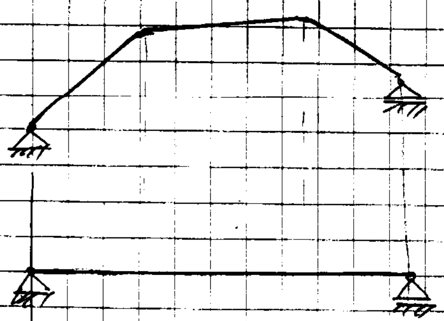
7) 

$v_{i,L} = v_{i,D} = 0$ $M_{i,L}^f = M_{i,D}^f = 0$

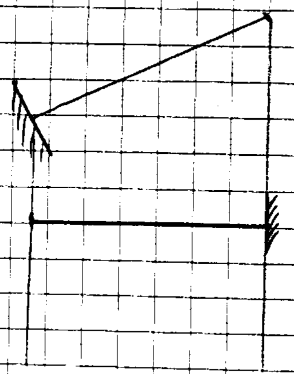
$(\varphi-\varphi_T)_{i,L} \neq (\varphi-\varphi_T)_{i,D} \neq 0$ $T_{i,L}^f \neq T_{i,D}^f \neq 0$

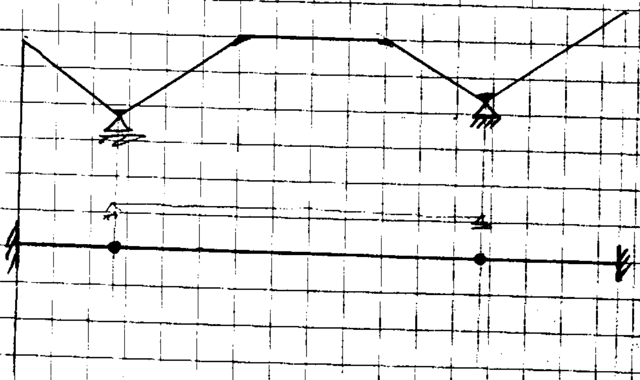


Фиктивни носач једног статички одређеног носача је или једног потеза стат. одређ. носача је или статички одређен или статички неодређен.

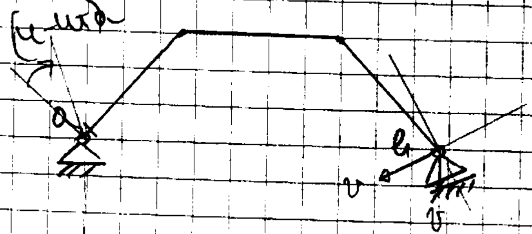


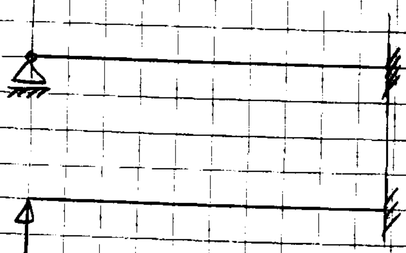
Оптерећење p^f је услед вертикално тако да ништа немамо хоризонталну реакцију ослонца.





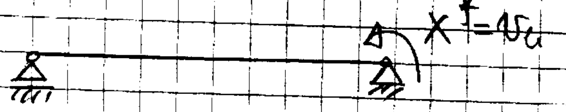
статички одреден

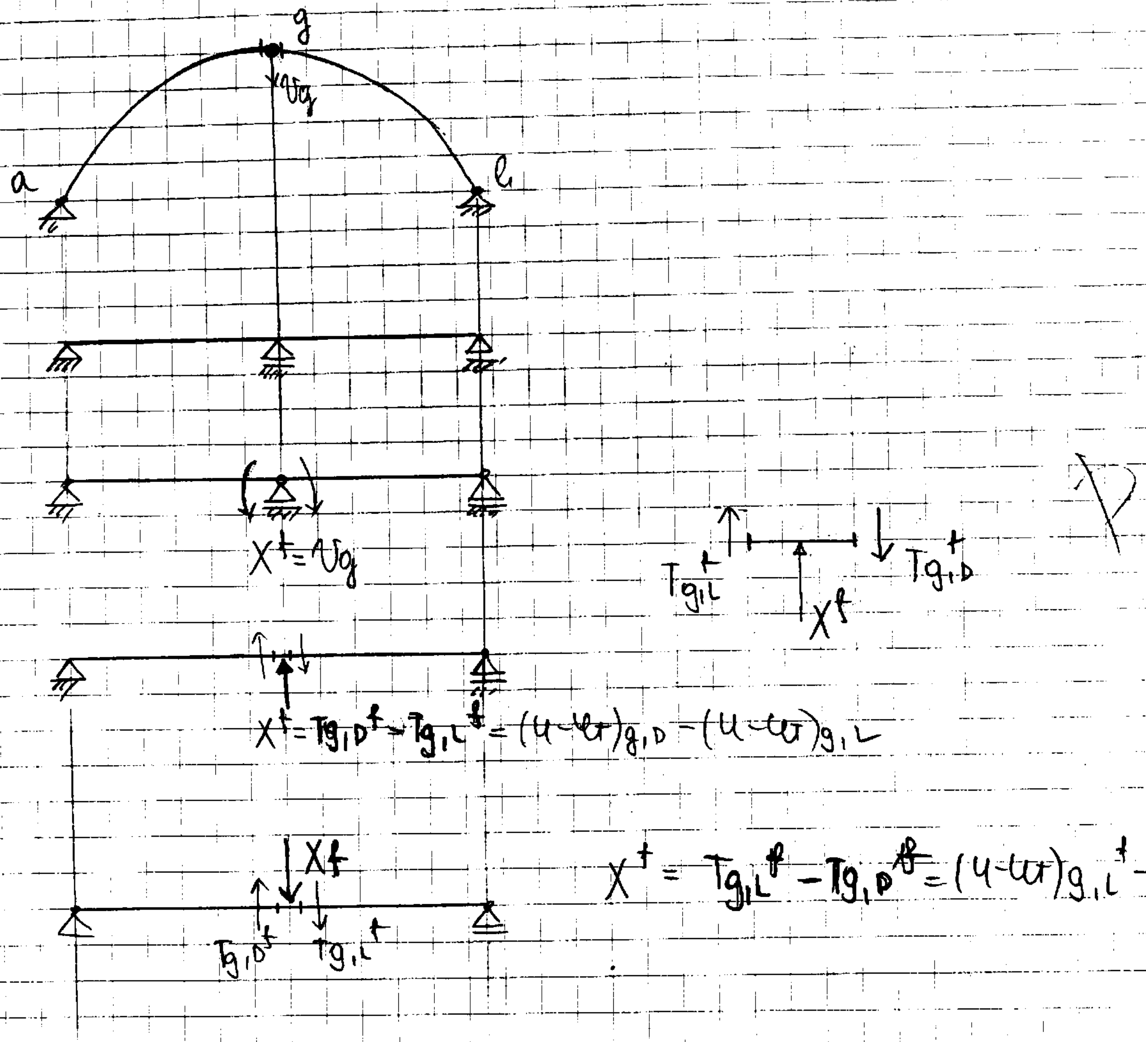




статички неодреден носач.

$x^f = (u - \varphi_t)a$



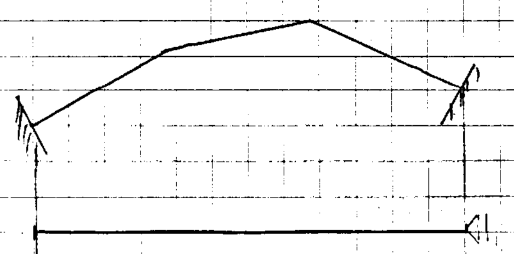


$X^f = V_g$

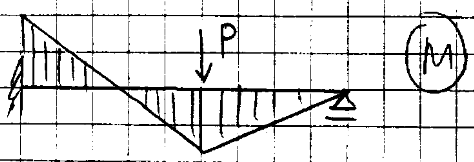
$X^f = T_{g,D}^f - T_{g,L}^f = (u-u_T)_{g,D} - (u-u_T)_{g,L}$

$X^f = T_{g,L}^f - T_{g,D}^f = (u-u_T)_{g,L}^f - (u-u_T)_{g,D}^f$

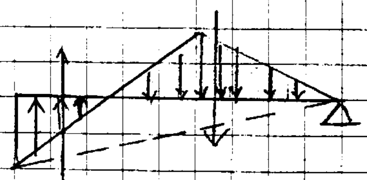
Фиктивни носачи ст. неодређених носача, обзиром штапова једног ст. неодређеног носача могу бити статички одређени, ст. неодређени, а могу бити и статички преодређени (кинематички лабилни).



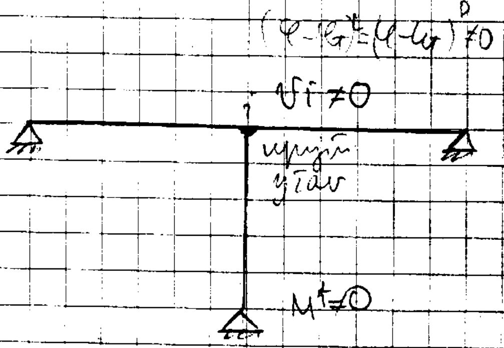
<u>Фиктивно оптерећење</u>
<u>на фик. нос. ће бити у</u>
<u>равнотежи</u>



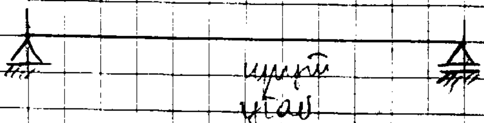
од осе на дијаграму момената

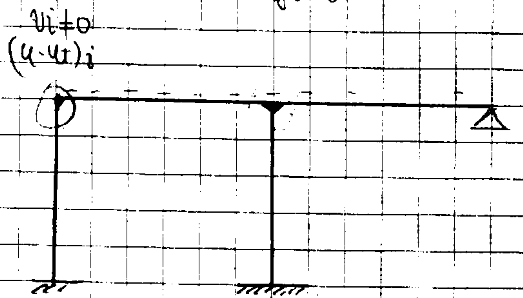


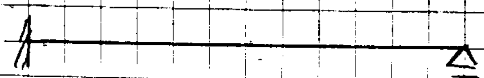
Ако је произвољно оптерећење нанело до пресека у сис. концентрисаних сила.



зависи од тога колики је $\frac{N}{EF}$; да ли утицај N сила на деформацију.







27

ПРИМЕНА ПРИНЦИПА ВИРТУЕЛНИХ СИЛА НА ПРОРАЧУН ДЕФОРМАЦИЈЕ НОСАЧА

$$\cancel{\sum \bar{P}\cdot\delta + \sum \bar{C}\cdot c = \int_s (\bar{M}\kappa + \bar{N}\cdot\varepsilon + \bar{T}\psi_T)\, ds}$$

За виртуелно оптерећење узимамо $\bar{P}=1$ која делује у тачки чије померање тражимо, и у правцу у коме тражимо то померање.

$$\bar{P}=1 \qquad \delta = \int_s (\bar{M}\kappa + \bar{N}\cdot\varepsilon + \bar{T}\cdot\psi_T)\, ds - \sum_i \bar{C}_i c_i$$

$\bar{M}, \bar{N}, \bar{T}, \bar{C}$ – дијаграми сила у пресеку и реакција ослонаца услед $\bar{P}=1$.

$\kappa = \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h}$ стварне деформације носача

$\varepsilon = \frac{N}{EF} + \alpha_t \cdot t$

$\psi_T = k \cdot \frac{T}{GF}$

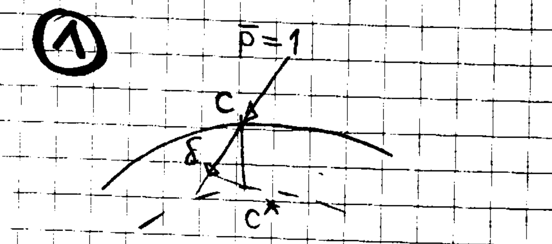
M, N, T – стварни дијаграми сила у пресеку услед спољашњег оптерећења

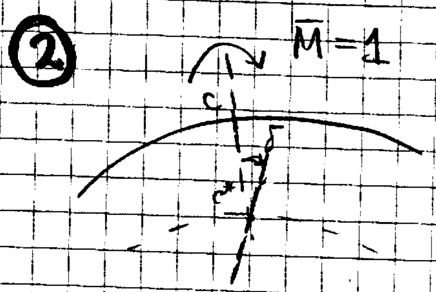
$$\delta = \int_S \frac{M\bar{M}}{EI} ds + \int_S \bar{M}\alpha_t \frac{\Delta t}{h} ds + \int_S \frac{N\bar{N}}{EF} ds + \int_S \bar{N}\alpha_t t\, ds + \int_S k\frac{T\bar{T}}{GF} ds - \sum_i \bar{C}_i c_i$$

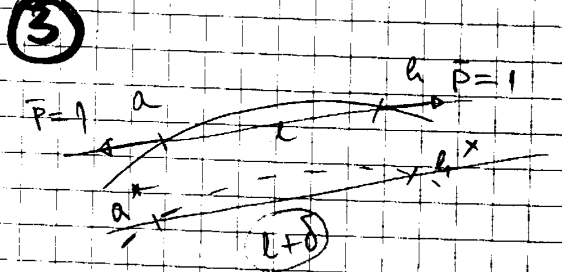
Ако знамо M, N, T услед задатог опт. и $\bar{M}, \bar{N}, \bar{T}$ услед $\bar{P}=1$ можемо срачунати вредности померања.

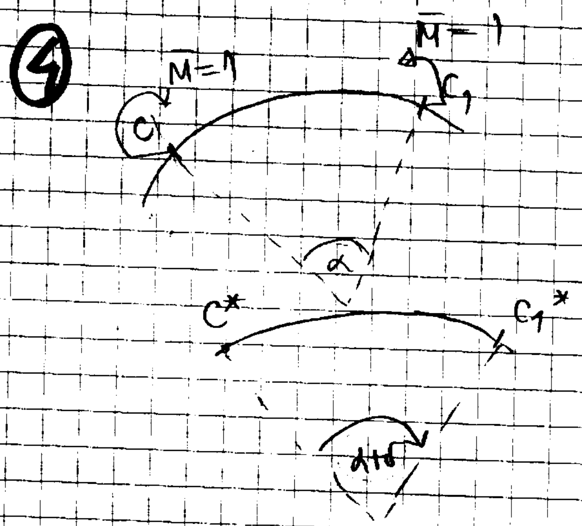
Можемо ставити уместо $\bar{P}=1$ генералисану силу.

Генералисана сила: или сила или моменат савијања





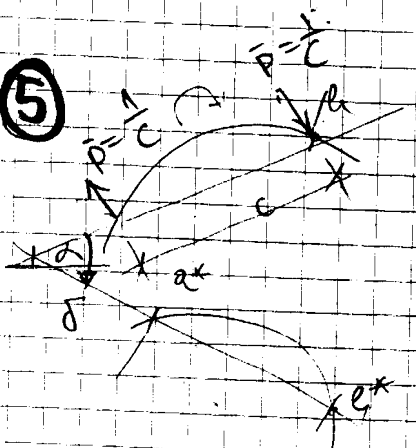


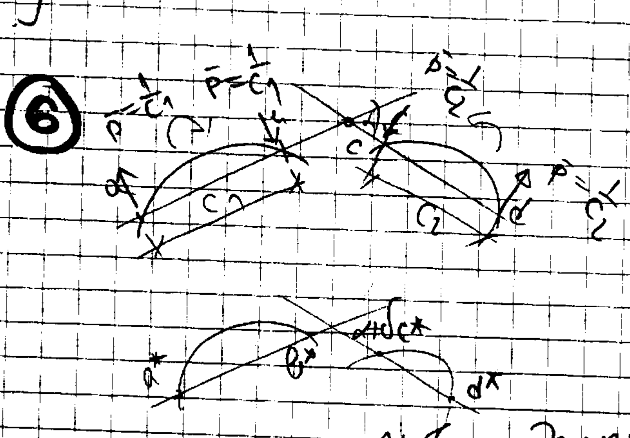


δ - промена дужине

δ>0 потврди смо смер
- тачке се размичу

δ<0 тачке се примичу.





нови положај

Величина померања једне тачке је померање услед оптерећења $-\delta_o$ и померање услед температуре $-\delta_t$ и померање услед померања ослонаца δ_c.

$$\delta_o = \int_s \frac{M\bar{M}}{EI} ds + \int_s \frac{N\bar{N}}{EF} ds + \int_s k\frac{T\bar{T}}{GF} ds$$ услед спољашњег опт.

$$\delta_t = \int_s \bar{M}\alpha_t \frac{\Delta t}{h} ds + \int_s \bar{N}\alpha_t t^\circ ds$$ услед температуре

$$\delta_c = -\sum_i \bar{c}_i c_i$$ услед померања ослонаца.

У конструкцијама често имамо штапове различитих крутости.

Уводимо упоредну крутост

EI_c - упоредна крутост

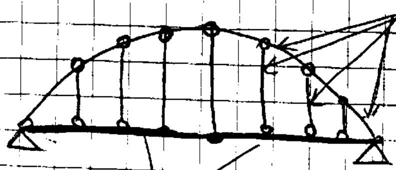
I_c - упоредни момент инерције
(узети или усвојени момент инерције у конструкцији)

$$EI_c \cdot \delta = \int_s M\bar{M}\frac{I_c}{I} ds + \frac{I_c}{F_c}\int_s N\bar{N}\frac{F_c}{F} ds + 2(1+\nu)\frac{I_c}{F_c}\int_s kT\bar{T}\frac{F_c}{F} ds$$

$$EI_c \cdot \delta_t = EI_c \int_s \bar{M}\alpha_t \frac{\Delta t}{h} ds + EI_c \int_s \bar{N}\alpha_t t^\circ ds$$

$$EI_c \cdot \delta_c = -EI_c \cdot \sum_i \bar{c}_i c_i$$

Нормалне су T силе мање да је њихов утицај на деформацију занемарљив. (осим ако су висине носача веће дакле у односу на распон).
Утицај N код пуних носача се такође може занемарити



У гредама само M, N=0. У простим штаповима N.

→ Решеткасти носачи: **M, T=0**

$$\Rightarrow \quad \delta = \int_s \frac{N\bar{N}}{EF} ds + \int_s \bar{N} \alpha_t t^\circ ds - \sum_i \bar{c}_i c_i$$

→ N=const дуж свих штапова решетке ⇒ $\int \Rightarrow \Sigma$

$$\delta = \underbrace{\sum_s \frac{S \cdot \bar{S}}{EF} \cdot l}_{\delta_0} + \underbrace{\sum_s \bar{S} \alpha_t t^\circ ds}_{\delta_t} - \underbrace{\sum_s \bar{c}_i c_i}_{\delta_c}$$

<u>Упоредна аксијална крутост</u>: **E·Fc**

$$EF_c \cdot \delta_0 = \sum_s S\bar{S} \frac{F_c}{F} \cdot l$$

$$EF_c \cdot \delta_t = EF_c \cdot \sum_s \bar{S} \alpha_t \cdot t^\circ \, l$$

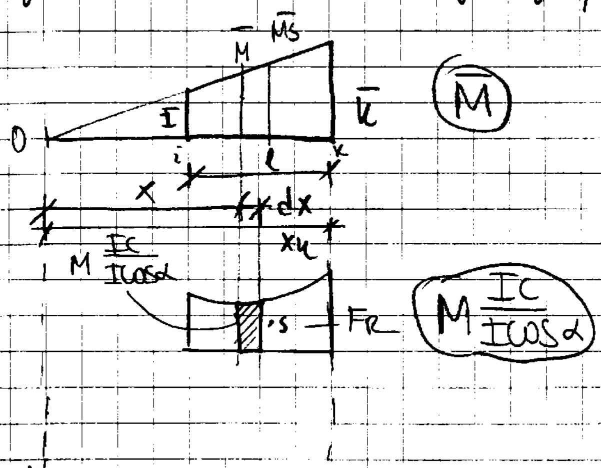
$$EF_c \cdot \delta_c = EF_c \sum_i \bar{c}_i c_i$$

"МНОЖЕЊЕ ДИЈАГРАМА"

по једном штапу — сводимо на хоризонталу

$$\int_s M\bar{M}\frac{I_c}{I}\cdot ds = \sum_s\int_i^k M\bar{M}\cdot\frac{I_c}{I}ds = \sum_s\int_i^k M\bar{M}\cdot\underline{\underline{\frac{I_c}{I\cos\alpha}}}\,dx \qquad (dx = ds\cos\alpha)$$

Дуж свих штапова је дијаграм $\bar{M}$ линеаран (јер је $P=1$)



$\bar{M} : x = \bar{k} : x_k \qquad \bar{M} = x\cdot\frac{\bar{k}}{x_k}$

$\bar{M}_s = x_s\cdot\frac{\bar{k}}{x_k}$

F_R - F редуковано ?

$$\int_i^k M\bar{M}\cdot\frac{I_c}{I\cos\alpha}dx = \underbrace{\frac{\bar{k}}{x_k}\int_i^k x\cdot\underbrace{\left(M\cdot\frac{I_c}{I\cos\alpha}\right)\cdot dx}_{\text{елементарна површина}}}_{\text{статички моменат елементарне површине у односу на 0.}} = \frac{\bar{k}}{x_k}\cdot F_R\cdot x_s$$

Укупан интеграл је стат. моменат целе површине у односу на 0 од Т те површине

$$\boxed{\int_i^k M\bar{M}\frac{I_c}{I\cos\alpha}dx = \bar{M}_s\cdot F_R}$$

Како је $\bar{M}$ линеарна ф-ја вредност интеграла једнака је производу површине дијаграма редукованих момената M и ординате дијаграма $\bar{M}$ у тежишту површине (F_R) редукованих момената

$$\int_i^k M\bar{M}\,\frac{I_c}{I}\,ds = \bar{M}_S\cdot F_c$$

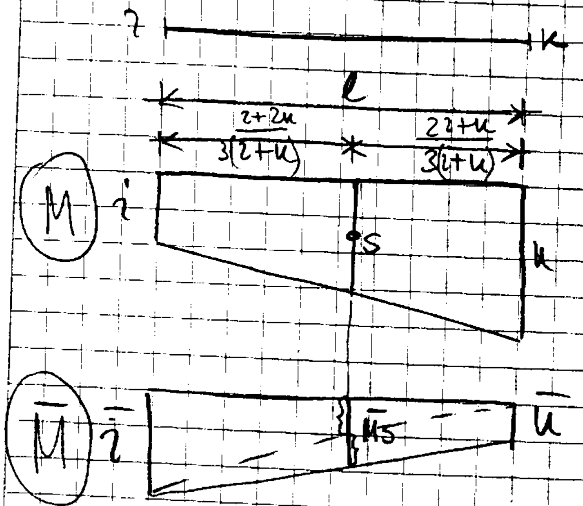
$I = const$ и ако је прав штап $dx = ds$

$$\Rightarrow \frac{I_c}{I}\,F\cdot\bar{M}_S = \frac{I_c}{I}\cdot l\,\frac{F}{l} = l'\cdot\frac{F}{l}\cdot\bar{M}_S$$

F_c – редуковано је једнака стварној површини дијаграма F

l' – редукована дужина штапа

ови моменти су трапези



$$F = \frac{i+k}{2}\cdot l$$

$$\frac{F}{l} = \frac{i+k}{2}$$

$$\bar{M}_S = \frac{\bar{i}}{l}\cdot\frac{2i+k}{3(i+k)}\cdot l + \overset{\bar{k}}{\frac{F}{l}}\cdot\frac{i+2k}{3(i+k)}\cdot l$$

$$\bar{M}_S = \frac{1}{3(i+k)}\left[\bar{i}(2i+k)+\bar{k}(i+2k)\right]$$

$$\int_i^k M\bar{M}\,\frac{I_c}{I}\cdot ds = \frac{l'}{6}\left[\bar{i}(2i+k)+\bar{k}(i+2k)\right]$$

када су оба дијаграма трапезног облика

• трапез * троугао $\bar{u}=0$

за $\bar{u}=0 \rightarrow \frac{l'}{6}\bar{i}(2i+u)$

• трапез * правоугаони $\bar{i}=\bar{u}$

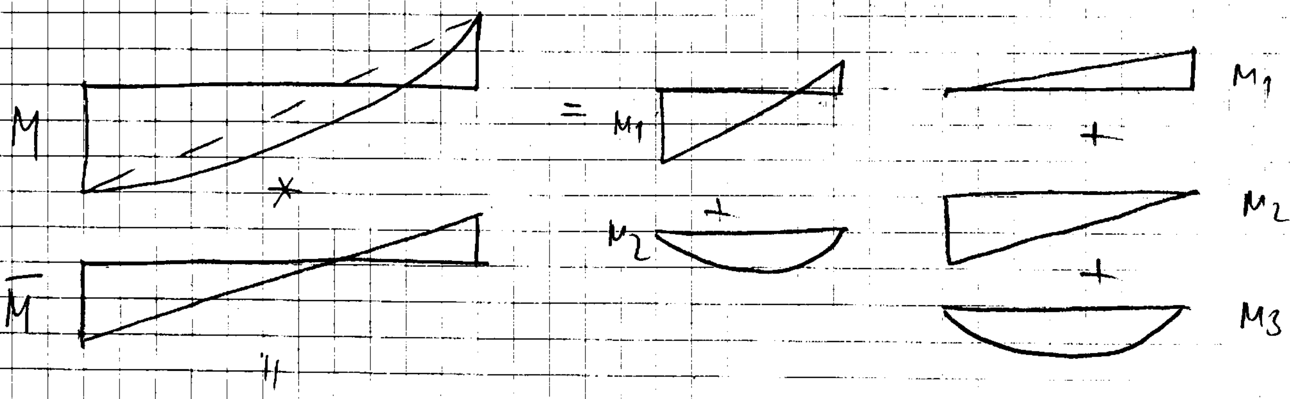
$\frac{l'}{2}\bar{i}(i+u)$

• троуглови на супротним странама $i=\bar{u}=0$

$\frac{l'}{6}\bar{i}k$

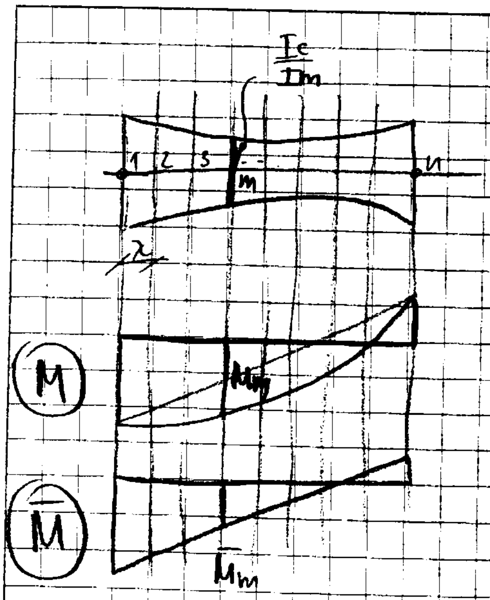
• $i=\bar{i}=0$

$\frac{l'}{3}k\bar{u}$



$$\int_i^k M\bar{M}\frac{I_c}{I}ds = \int_i^k (M_1+M_2)\bar{M}\frac{I_c}{I}ds = \int_i^k M_1\bar{M}\frac{I_c}{I}ds + \int_i^k M_2\bar{M}\frac{I_c}{I}ds$$

Ако је линеарно променљиви попречни пресек:



$$y_m = M_m \bar{M}_m \frac{I_c}{I_m}$$

∘ Трапезно правило:

$$\int_i^n M\bar{M}\frac{I_c}{I}\,dS = \lambda\left(\frac{y_1}{2}+y_2+y_3+\dots+\frac{y_n}{2}\right)$$

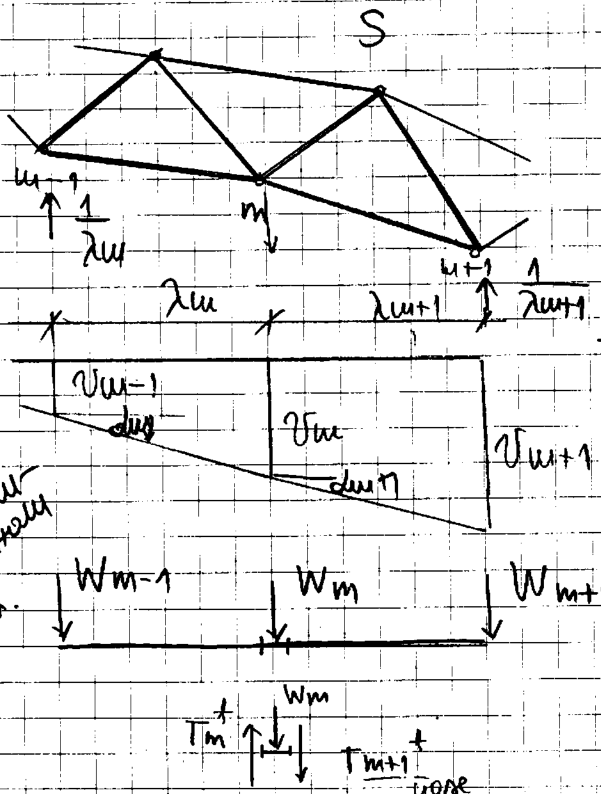
∘ Симпсоново правило:

$$\int_i^n M\bar{M}\frac{I_c}{I}\,dS = \frac{\lambda}{3}\left(y_1+4y_2+2y_3+4y_4+\dots+2y_{n-2}+4y_{n-1}+y_n\right)$$

29 Одређивање дијаграма померања код решеткастих носача

Имамо део решеткастог носача:

Тражимо дијаграм померања доњег појаса носача.



Дијаграм померања доњег појаса

↑ дијаграм момената једног фиктивног штапа у правцу x-осе који је оптерећен фиктивним концентрисаним силама W_{m-1}, W_m, W_{m+1}

из услова нагиба следи да су (M^+) ... T^+ овог штапа.

$$T_m^+ = \frac{v_m - v_{m-1}}{\lambda_m} = tg\alpha_m \qquad T_{m+1}^+ = \frac{v_{m+1} - v_m}{\lambda_{m+1}} = tg\alpha_{m+1}$$

Услов равнотеже исеченог елемента штапа:

$$W_m = T_m^+ - T_{m+1}^+ = \frac{v_m - v_{m-1}}{\lambda_m} - \frac{v_{m+1} - v_m}{\lambda_{m+1}}$$

померања штапа

$$W_m = -\frac{1}{\lambda_m} v_{m-1} + \left(\frac{1}{\lambda_m} + \frac{1}{\lambda_{m+1}}\right) v_m - \frac{1}{\lambda_{m+1}} v_{m+1}$$

рад неких замишљених сила на стварним померањима

рад неке генералисане P силе на стварним померањима

⇒ принцип виртуелних сила

сило су ослонци крути .

$$\sum \bar{P}s + \sum \cancel{\bar{C}\cdot c} = \int_S \left(\cancel{\bar{M}\kappa}^{\,0} + \bar{N}\cdot\varepsilon + \cancel{\bar{T}\gamma}^{\,0}\right) dS$$

рад виртуелних сила на одговарајућим померањима

$$\varepsilon = \frac{N}{EF} + \alpha_t t^0$$

$$\Rightarrow \boxed{W_m = \sum_S \frac{S\bar{S}}{EF}\cdot l + \sum \bar{S}\alpha_t t\, l}$$

ЕЛАСТИЧНА ТЕЖИНА

силе су const дуж штапова, као и поп. пресеци

Виртуелни сис. сила којим оптеретимо решетку је равнотежни. Неће изазвати реакције ослонаца.

Код решетке треба одредити силе од оптерећења и од сис. виртуелних сила које ставимо по одређеним чворовима.

(*) $\frac{1}{\lambda_{m-1}}$, $\frac{1}{\lambda_m}+\frac{1}{\lambda_{m+1}}$, $\frac{1}{\lambda_{m+1}}$ фиктивне сила у чворовима $m-1$, m, $m+1$ са десна стране јер не представља рад тих сила на стварним померањима штапа. $\Rightarrow$ принцип виртуелних сила.

30

(1) ТЕОРЕМА О УЗАЈАМНОСТИ РАДОВА

На 1 носач делују 2 сис. сила. Посматрамо два стања у једном статички одређеном или неодређеном носачу.

1. P_m $\quad m=1,2,3,\ldots k$

c_i - померања ослонаца

C_i, M, N, T - јављају се у носачу реакције ослонаца и силе у пресеку.

Као последица сила јављају се и деформације $\varkappa = \frac{M}{EI}$ $\quad \varepsilon = \frac{N}{EF}$ $\quad \varphi_T = k\frac{T}{GF}$ $\quad \delta$ - померања тачака.

2. $\bar{P}_n$ $\quad n=1,2,\ldots l$

$\bar{c}_i$

$\bar{C}_i, \bar{M}, \bar{N}, \bar{T}$ $\quad \bar{\varepsilon} = \frac{\bar{N}}{EF}$ $\quad \bar{\varkappa} = \frac{\bar{M}}{EI}$ $\quad \bar{\varphi}_T = k\frac{\bar{T}}{GF}$ $\quad \bar{\delta}$ - померања тачака

Могуће равнотежно стање носача чине P_m, C_i, M, N, T, а $\bar{\varkappa}, \bar{\varepsilon}, \bar{\varphi}_T, \bar{c}_i, \bar{\delta}_i$ сматрамо као могуће стање деформације носача.

Применом 2 основна принципа:

П.В.П. $\quad \sum P_m \bar{\delta}_m + \sum C_i \bar{c}_i = \int_s \left(\frac{M\bar{M}}{EI} + \frac{N\bar{N}}{EF} + k \cdot \frac{T \cdot \bar{T}}{GF} \right) ds$

П.В.С. $\quad \sum \bar{P}_n \delta_n + \sum \bar{C}_i \cdot c_i = \int_s \left(\frac{\bar{M} \cdot M}{EI} + \frac{N\bar{N}}{EF} + \frac{\bar{T} \cdot T}{GF} k \right) ds$

$$\Rightarrow \boxed{\sum P_m \bar{\delta}_m + \sum C_i \bar{c}_i = \sum \bar{P}_n \delta_n + \sum \bar{C}_i c_i}$$

ТЕОРЕМА О УЗАЈАМНОСТИ РАДОВА

БЕТИЈЕВА ТЕОРЕМА О УЗАЈАМНОСТИ

Ако на носач делују два система спољашњих утицаја, силе P_m са померањима ослонаца и одређеним утицајима c_i и силе $\bar{P}_n$ са померањима $\bar{c}_i$ тада је рад спољашњих сила P_m и c_i на померањима која изазива други систем утицаја једнак раду спољашњих сила $\bar{P}_n$ и $\bar{c}_i$ другог система утицаја на померањима која изазива први систем утицаја

- Ако су наши ослонци крути $c_i = \bar{c}_i = 0 \Rightarrow$

$$\Sigma P_m \cdot \delta_m = \Sigma \bar{P}_n \cdot \delta_n$$

- Ако је $P_m = 1$ једина сила, $\bar{P}_n = 1 \Rightarrow$

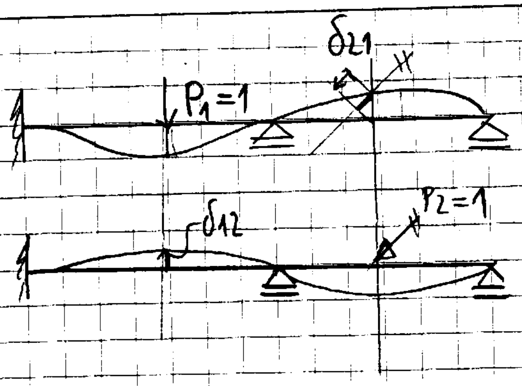
$$1 \cdot \delta_{12} = 1 \cdot \delta_{21}$$

Померање на месту 1 услед друге силе

$$\boxed{\delta_{12} = \delta_{21}}$$

ТЕОРЕМА О УЗАЈАМНОСТИ ПОМЕРАЊА (МАКСВЕЛОВА ТЕОРЕМА)

Ако на носач чији се ослонци не померају, делују две јединичне силе P_1, P_2 тада је померање нападне тачке силе 1 у правцу те силе а услед силе P_2 једнако померању нападне тачке силе 2 у правцу те силе, а услед јединичне силе P_1.



$$\delta_{12}=\delta_{21}$$

ТЕОРЕМА О УЗАЈАМНОСТИ РЕАКЦИЈА (I РЕЈЛИЈЕВА ТЕОРЕМА) Rayleigh

Посматраћемо један неоптерећен носач.

$$\sum C_i \bar{c}_i = \sum \bar{C}_i c_i \qquad P_n=\bar{P}_n=0$$

Посматрамо два стања:

1) изазвано померањем ослонца 1 за величину 1 $c_1=1$
2) изазвано померањем ослонца $c_2=1$

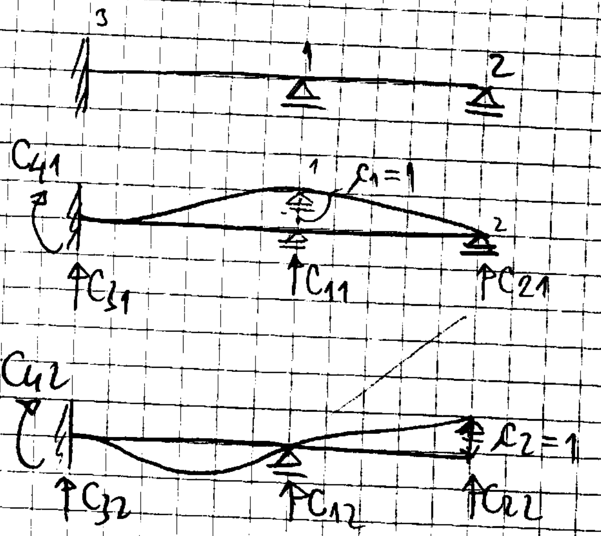
$$\boxed{C_{12}=C_{21}}$$

на основу теореме узајамности радова

Реакција ослонца 1 услед јединичног померања ослонца 2 једнака је реакцији ослонца 2 услед јединичног померања ослонца 1.

Ради се о статички неодређеном носачу.

<u>Односи се на ст. неодређене носаче</u>, јер померање ослонаца не изазива никакве статичке утицаје код статички одређених носача.



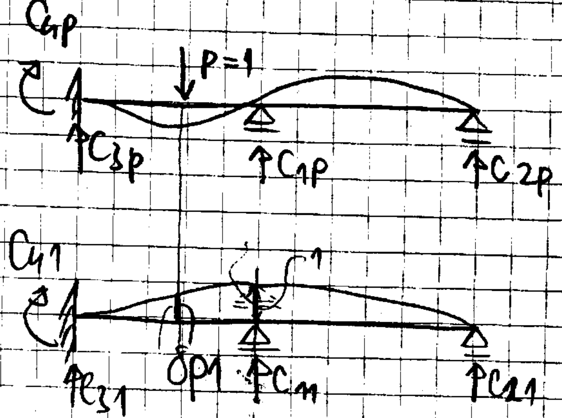
$C_{12} = C_{21}$

ТЕОРЕМА О УЗАЈАМНОСТИ РЕАКЦИЈА И ПОМЕРАЊА

(II Рејлијева теорема)

На носач делује P=1, услед те јединичне силе добија се реакције ослонаца

1)



(на основу теореме о узајамности радова).

$1 \cdot \delta_{p1} + C_{1p} \cdot 1 = 0$

$\boxed{C_{1p} = -\delta_{p1}}$

теорема о узајамности реакција и померања.

Јер P=1 на овај начин

δ_{p1} – померање нападне тачке силе P у правцу деловања те силе услед јединичног померања ослонца $c_1=1$.

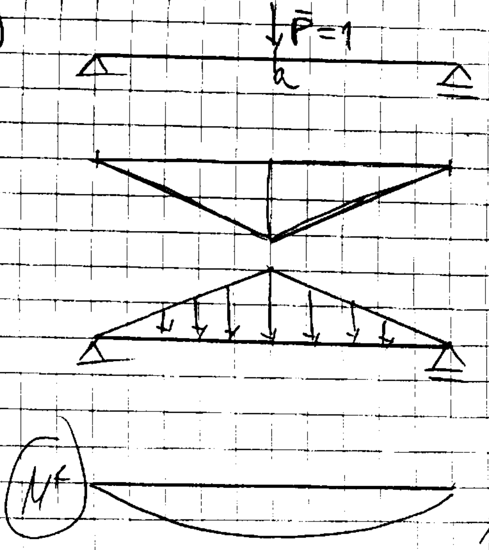
Реакција ослонца 1 услед јединичне силе P=1 једнака негативној вредности померања нападне тачке силе P услед јединичног померања ослонца.

$$\delta_{12} = \delta_{21} \Rightarrow \boxed{\delta_{sp} = \delta_{ps}}$$

- δ_{sp} – померање на месту s услед P=1 на месту p. => утицајна линија
- δ_{ps} – померање на месту p услед $\bar{P}=1$ на месту s. => дијаграм померања

(*) Утицајна линија за померање неког места и дијаграм померања услед јединичне генералисане силе на одговарајућем месту.

Пр1



утицајна линија за померање тачке a.

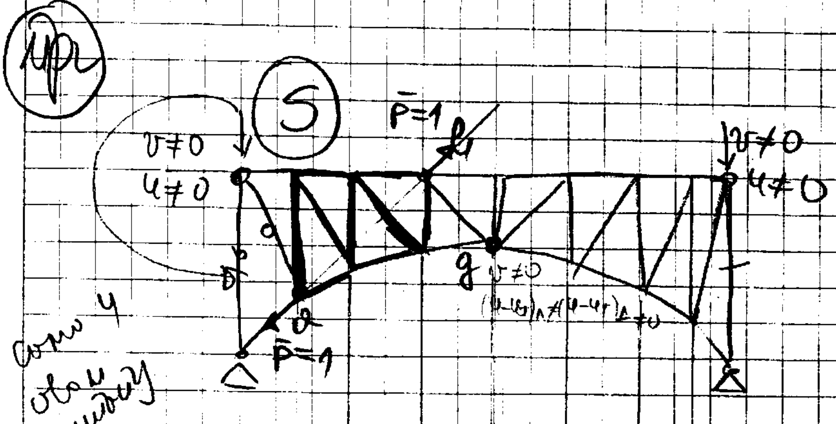
M

$p^* = \frac{M}{EI}$ фиктивни носач

$\eta_a = M^*$

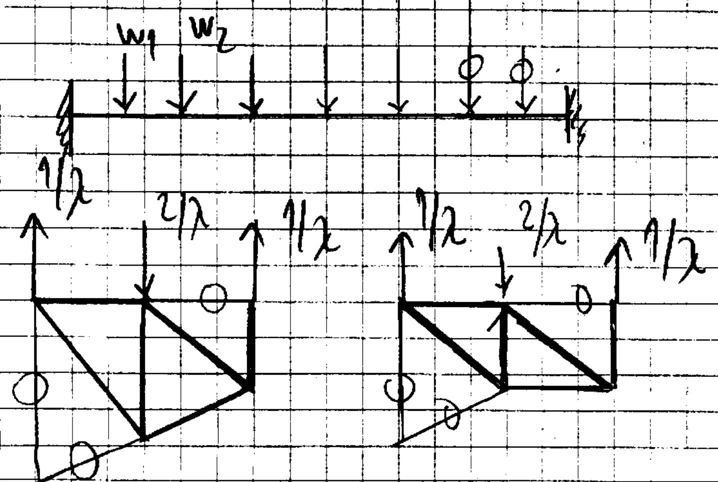
утицајна линија за η_a.

Стављамо $\bar{P}=1$ на место за које тражимо утицајну линију за померање. Подударно дијаграмом померања за силу $P \Rightarrow$ у.л.

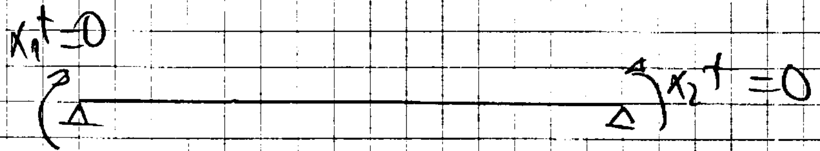


утицајна линија за $\Delta a \Rightarrow$ ор $\bar{P}=1$

равнотежни сис. сила на 1 пољу
Отпадно оди $\bar{P}=1$.



≙ исто g



$x_2^t = v_2$