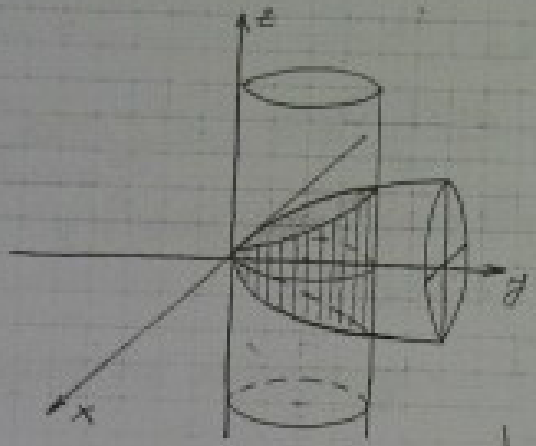
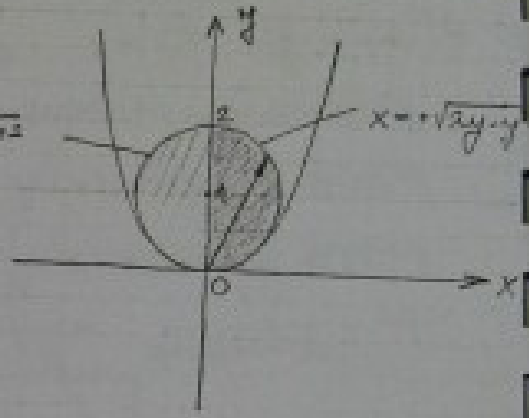
36 а) Израчунати запремину тела ограничене деловима ротационог параболоида $2y = x^2+z^2$ и кружног цилиндра $x^2+y^2=2y$

б) Израчунати површину дела тог цилиндра који се налази унутар тог параболоида.

а) $y = \frac{x^2}{2} + \frac{z^2}{2}$



$\frac{1}{2}V = \iint_D z\,dx\,dy$



$z = \sqrt{2y-x^2}$

$\frac{1}{2}V = \iint_D \sqrt{2y-x^2}\,dx\,dy =$

$= \int_0^{\pi} d\varphi \cdot \int_0^{2\sin\varphi} \sqrt{2\rho\sin\varphi - \rho^2\cos^2\varphi}\cdot \rho\,d\rho$

Не може преко поларних јер се тешко ради интеграл!

$\frac{1}{4}V = \iint_{\substack{x^2+y^2\le 2y \\ 0\le x\le\sqrt{2y-y^2} \\ 0\le y\le 2}} z\,dx\,dy = \int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} \sqrt{2y-x^2}\,dx = \frac{\pi}{8}$

$\boxed{V = \frac{\pi}{2}}$

D: $x^2+(y-1)^2=1$

$x = \rho\cos\varphi$

$y = \rho\sin\varphi$

$0 \le \rho \le 2\sin\varphi$

$0 \le \varphi \le \pi$

$J = \rho$

ВАЖНО:

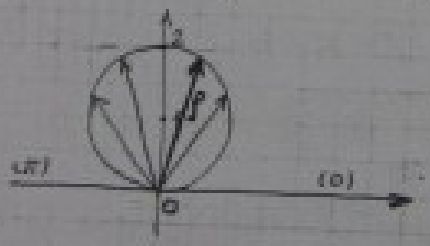
б) - Једна параметризација круга преко поларних координата

$x^2+(y-1)^2 = 1$

$\parallel$

$x^2+y^2 = 2y$

$\rho = 2\sin\varphi;\ (0 \le \varphi \le \pi)$



~~x = ρsin~~ $x = \rho\cos\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi = \sin 2\varphi$

$y = \rho\sin\varphi = 2\sin^2\varphi = 1-\cos 2\varphi$

Ово је само кад тражимо $\oint_C$