13.02.2002.

39 Дато је векторско поље $\vec{A}=(2xz, 2yz, z^2-x^2-y^2)$.

а) Наћи векторске линије поља $\vec{A}$ и показати да су то кругови.

б) Наћи циркулацију поља $\vec{A}$ дуж криве $x+y+z=1$, $x=y^2+z^2$. Као смер интеграције узети смер супротан кретању казаљке на часу гледано из тачке $O(0,0,0)$.

а) $$\frac{dx}{2xz}=\frac{dy}{2yz}=\frac{dz}{z^2-x^2-y^2}$$

I) $$\frac{dx}{2xz}=\frac{dy}{2yz}$$

$$\ln|x|=\ln|y|+\ln|C_1|$$

$$x=y\cdot C_1$$

$$C_1=\frac{x}{y}\Big\}\text{ први интеграл}$$

II) $$\frac{x\,dx+y\,dy+z\,dz}{2zx^2+2zy^2+z^3-2x^2-2y^2}=\frac{x\,dx+y\,dy+z\,dz}{z\cdot(x^2+y^2+z^2)}$$

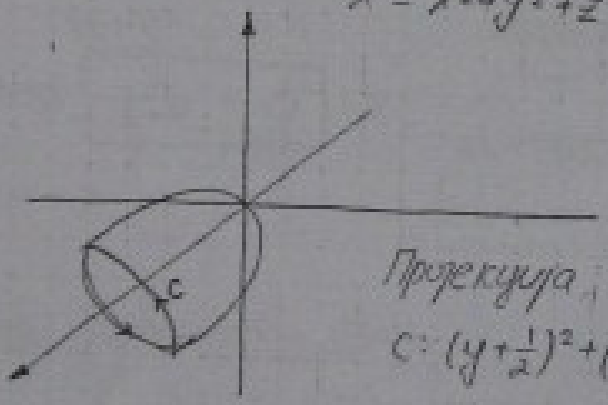
$$\frac{dx}{2xz}=\frac{x\,dx+y\,dy+z\,dz}{z\cdot(x^2+y^2+z^2)}$$

$$\ln|x|=\frac{d(x^2+y^2+z^2)}{x^2+y^2+z^2}$$

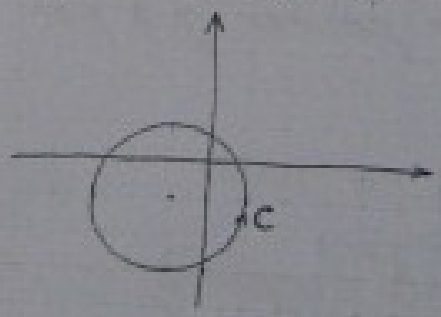
$$\ln|x|=\ln|x^2+y^2+z^2|$$

$$x=x^2+y^2+z^2+C_2\Big\}\text{ први интеграл}$$

б)



Пресеца C: по уоz равни

$$C:\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{2}$$

$$I=\iint_{\Sigma}\operatorname{rot}\vec{A}\cdot\vec{N}\cdot dS$$