$$= a^{\frac{1}{3}}\left(x^2+\frac{3}{2}a^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{3}}-2a^{\frac{2}{3}}\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}\right)\Big|_0^a = a^{\frac{1}{3}}\cdot\left(a^2+\frac{3}{2}a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{2}{3}}-3a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{2}{3}}\right)=$$

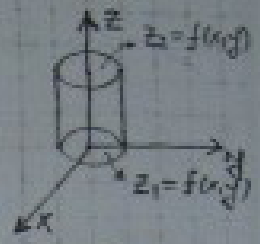
$$= a^{\frac{1}{3}}\left(a^2+\frac{3}{2}a^2-3a^{\frac{4}{3}}\right) = a^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{5}{2}a^2-3a^{\frac{4}{3}}\right) \Rightarrow \boxed{I = a^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{5}{2}a^2-3a^{\frac{4}{3}}\right)}$$

- ДУЖИНА ЛУКА КРИВЕ:

$$\boxed{L=\oint_C ds}$$

- Површина тела:

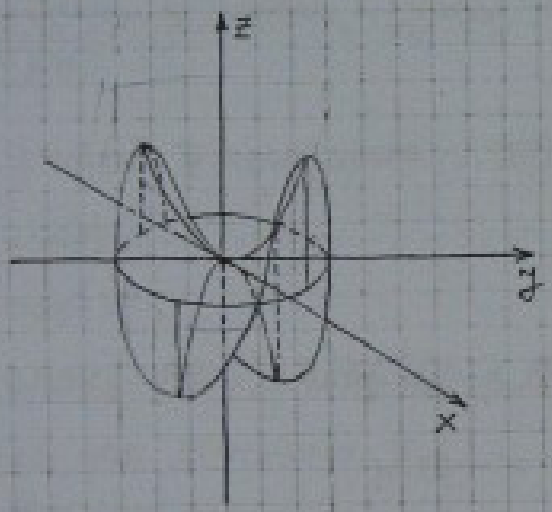
$$\boxed{P=\oint_C (z_1-z_2)\,ds}$$

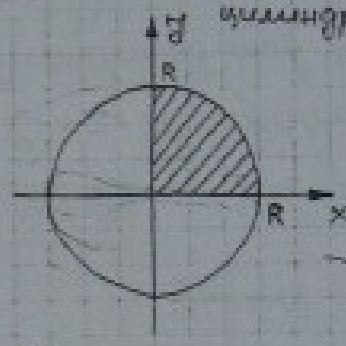


30.09.1992.

14 Израчунати површину и запремину тела ограниченог ротационим цилиндром $x^2+y^2=R^2$, хиперболичким параболоидом $z=xy$ и равни $z=0$.

- пројекција пресека цилиндра и равни





?

$$\frac{V}{4} = \iint_D z\,dx\,dy \quad , \quad z=xy$$

Поларне координате:

$$\left.\begin{aligned} x&=\rho\cos\varphi \\ y&=\rho\sin\varphi \\ J&=\rho \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &0\le\varphi\le\frac{\pi}{2} \\ &0\le\rho\le R \end{aligned}$$

$\boxed{0\le\varphi\le 2\pi}$

$\boxed{\text{ЗАД}}$

$$\frac{1}{4}V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\cdot\int_0^R \rho^3\cos\varphi\sin\varphi\,d\rho = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\cdot\sin\varphi\cos\varphi\,\frac{1}{4}\rho^4\Big|_0^R = \frac{1}{4}R^4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\varphi\,d\sin\varphi =$$

$$= \frac{1}{4}R^4\cdot\frac{\sin^2\varphi}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{R^4}{8} \Rightarrow \boxed{V=\frac{R^4}{2}}$$

- Површина дела хиперболичког параболоида $z=xy$ унутар цилиндра $x^2+y^2=R^2$:

$$\frac{P_1}{4} = \iint_D \sqrt{1+p^2+q^2}\,dx\,dy$$

$$z=xy \ , \ p=\frac{\partial z}{\partial x}=y \ , \ q=\frac{\partial z}{\partial y}=x$$

$$\frac{P_1}{4} = \iint_D \sqrt{1+x^2+y^2}\,dx\,dy \xrightarrow{\text{поларне}} \frac{P_1}{4} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\cdot\int_0^R \sqrt{1+\rho^2}\cdot\rho\,d\rho$$