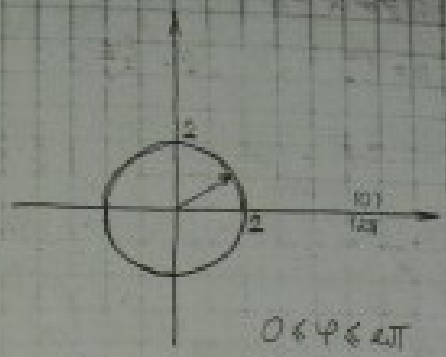
Пресечна крива по xy равни:

$$\left.\begin{aligned} z &= 5-y^2-2x^2 \\ z &= y^2-3 \end{aligned}\right\} \quad 5-y^2-2x^2-y^2+3=0$$

$$8-2x^2-2y^2=0$$

$$D: \boxed{x^2+y^2=4}$$



$0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$0 \leq \rho \leq 2$

$$V = \iint_D (z_{ел.} - z_{пар.})\, dx\, dy$$

$$V = \iint_{x^2+y^2\leq 4} (5-y^2-2x^2-y^2+3)\, dx\, dy$$

$$V = \iint_{x^2+y^2\leq 4} (-2\cdot(x^2+y^2)+8)\, dx\, dy$$

$$V = -2\int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^2 (\rho^2-4)\cdot\rho\, d\rho = -2\int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \left(\frac{\rho^4}{4} - 2\rho^2\right)\Big|_0^2 =$$

$$= -2\int_0^{2\pi} d\varphi \cdot (4-8) = 8\int_0^{2\pi} d\varphi = 8\cdot 2\pi = 16\pi \Rightarrow \boxed{V = 16\pi}$$

27.09.1991.

32 Дато је векторско поље $\vec{A} = (x\cdot(y-z),\ y(z-x),\ z(x-y))$.

а) Испитати природу тог поља и одредити његове векторске линије.

б) Израчунати проток (флукс) тог поља кроз део параболичког цилиндра $z=y^2-3$ унутар елиптичког параболоида $z=5-y^2-2x^2$ у правцу спољне нормале цилиндра.

в) Израчунати циркулацију дуж пресечних кривих површи

а) $\operatorname{div}\vec{A} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = yz + zx + xy = 0$

$\operatorname{rot}\vec{A} = (-z-y,\ z+x,\ -y-x) = -(y+z)\vec{i} - (z+x)\vec{j} - (x+y)\vec{k} \neq \vec{0}$

$\Rightarrow$ Поље $\vec{A}$ је соленоидно!

$$\frac{dx+dy+dz}{xy-xz-yz-xy+xz-yz} = t \Rightarrow dx+dy+dz=0 \quad /\int$$

$$\boxed{x+y+z=C_1}$$

$$\frac{\frac{1}{x}dx + \frac{1}{y}dy + \frac{1}{z}dz}{yz+zx+xy} = t \Rightarrow \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z} = 0 \quad /\int$$

$$\ln|x| + \ln|y| + \ln|z| = \ln|C_2|$$

$$\boxed{xyz = C_2}$$