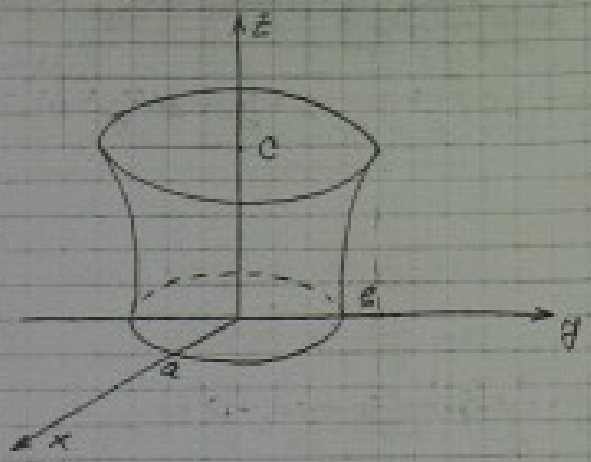
в) $C: \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ z = c \end{cases}$ - Једнотрони хиперболоид



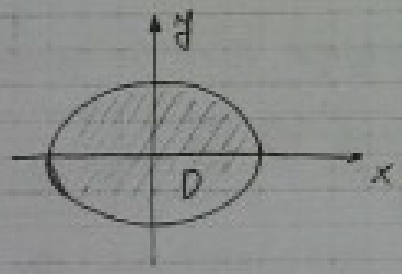
I НАЧИН:

ЦИРКУЛАЦИЈА:

$$I = \oint_C P\,dx + Q\,dy + R\,dz = \oint_C (y-z)\,dx + (z-x)\,dy + (x-y)\,dz$$

- пројекција пресечне криве на ту раван

$$D: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2 \quad , \quad \frac{x^2}{(\sqrt{2}a)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2}b)^2} = 1$$



- параметризација криве

$x = \sqrt{2}\,a \cdot \cos t \qquad dx = -\sqrt{2}\,a \sin t\,dt$

$y = \sqrt{2}\,b \cdot \sin t \qquad dy = \sqrt{2} \cdot b \cos t\,dt$

$z = c \qquad dz = 0$

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} \left((\sqrt{2}\,b \sin t - c)(-\sqrt{2}\,a \sin t\,dt) + (c - \sqrt{2}\,a \cos t) \cdot \sqrt{2}\,b \cos t \right) dt$$

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} (-2ab + \sqrt{2}\,a \cdot c \sin t + \sqrt{2}\,b \cdot c \cos t)\,dt = -4ab\pi$$

II НАЧИН: (- Применом Стоксове формуле)

ЦИРКУЛАЦИЈА ПРИМЕНОМ СТОКСОВЕ ФОРМУЛЕ:

$$I = \oint_C \vec{A} \cdot \vec{t} \cdot ds = \iint_D \operatorname{rot} \vec{A} \cdot \vec{N} \cdot d\sigma$$

$\vec{N} = (\cos\alpha;\ \cos\beta;\ \cos\gamma)$

$\cos\alpha = \frac{-p}{\pm\sqrt{1+p^2+q^2}} \qquad p = \frac{\partial z}{\partial x}$

$\cos\beta = \frac{-q}{\pm\sqrt{1+p^2+q^2}} \qquad q = \frac{\partial z}{\partial y}$

$\cos\gamma = \frac{1}{\pm\sqrt{1+p^2+q^2}}$

$d\sigma = \sqrt{1+p^2+q^2}\,dx\,dy$