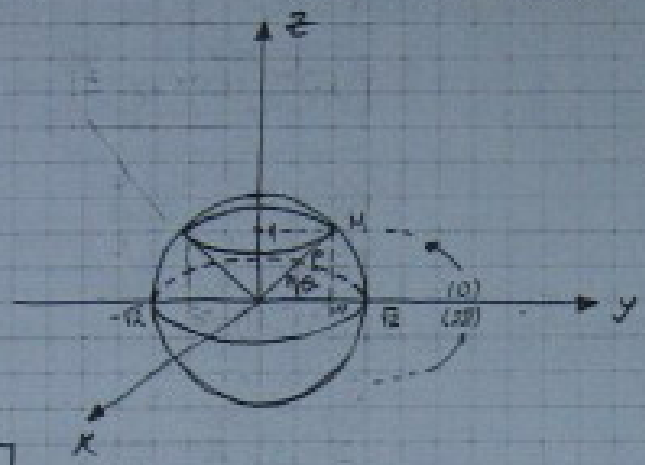
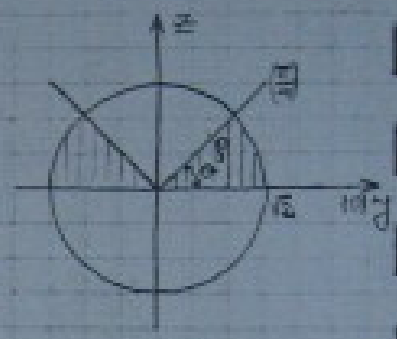
7 Израчунати запремину тела T ограничено површима:

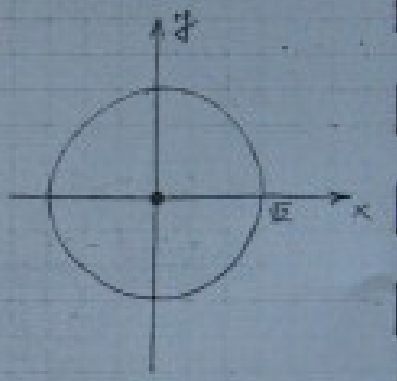
$$x^2+y^2+z^2 \leq 2 \ ; \ x^2+y^2 \geq z^2 \ ; \ z \geq 0$$

Сфера: $C(0,0,0)$, $r=\sqrt{2}$ — Конус

ОБЛАСТ ВАН КОНУСА!







$$\boxed{V=\iiint_T dx\,dy\,dz}$$

Сферне координате:

$x=\rho\cos\varphi\cos\theta \quad , \ 0\leq\varphi\leq 2\pi$

$y=\rho\cdot\sin\varphi\cdot\cos\theta$

$z=\rho\cdot\sin\theta$

$J=\rho^2\cdot\cos\theta$

- Једначина конуса:

$x^2+y^2=z^2$

$\rho^2\cos^2\varphi\cos^2\theta+\rho^2\sin^2\varphi\cdot\cos^2\theta=\rho^2\sin^2\theta$

$\rho^2\cos^2\theta\cdot(\underbrace{\cos^2\varphi+\sin^2\varphi}_{1})=\rho^2\sin^2\theta$

$\cos^2\theta=\sin^2\theta \quad / :\cos^2\theta$

$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=1 \Rightarrow tg^2\theta=1 \Rightarrow \theta=arctg\theta \Rightarrow \boxed{\theta=\frac{\pi}{4}}$

- Једначина сфере:

$x^2+y^2+z^2=2$

$\rho^2\cos^2\varphi\cdot\cos^2\theta+\rho^2\sin^2\varphi\cdot\cos^2\theta+\rho^2\sin^2\theta=2$

$\rho^2\cos^2\theta\cdot(\underbrace{\cos^2\varphi+\sin^2\varphi}_{1})+\rho^2\sin^2\theta=2$

$\rho^2\cdot(\underbrace{\cos^2\theta+\sin^2\theta}_{1})=2$

$\rho^2=2$

$\rho=\pm\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{\rho=\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{0\leq\rho\leq\sqrt{2}}$