$$\frac{P_1}{4}=\int_0^{\pi/2} d\varphi\cdot\int_0^{R}\sqrt{1+\rho^2}\cdot\rho\, d\rho = \int_0^{\pi/2} d\varphi\cdot I_1$$

$$I_1=\int_0^{R}\sqrt{1+\rho^2}\,\rho\, d\rho=\left(\begin{array}{l}\sqrt{1+\rho^2}=t \Rightarrow 1+\rho^2=t^2 \Rightarrow \rho=\sqrt{t^2-1}\\ d\rho=\dfrac{t\,dt}{\sqrt{t^2-1}}\end{array}\right)=$$

$$=\int_1^{\sqrt{1+R^2}} t\cdot\sqrt{t^2-1}\cdot\frac{t}{\sqrt{t^2-1}}\,dt=\int_1^{\sqrt{1+R^2}} t^2\,dt=\frac{t^3}{3}\Big|_1^{\sqrt{1+R^2}}=\frac{1}{3}\sqrt{(1+R^2)^3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\left(\sqrt{(1+R^2)^3}-1\right)$$

$$\frac{P_1}{4}=\frac{1}{3}\left(\sqrt{(1+R^2)^3}-1\right)\int_0^{\pi/2} d\varphi=\frac{1}{3}\left(\sqrt{(1+R^2)^3}-1\right)\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{P_1=\frac{2\pi}{3}\left[\sqrt{(1+R^2)^3}-1\right]}$$

- Површина дела равни $z=0$ ограничена цилиндром

$$P_2=\pi r^2=\pi\cdot R^2 \Rightarrow \boxed{P_2=\pi R^2}$$

- Површина дела цилиндра $x^2+y^2=R^2$ између равни $z=0$ и хиперболичког параболоида $z=xy$

* Ово радимо помоћу криволинијског интеграла I врсте:

$$P_3=\oint_C (z_{гор}-z_{дол})\,ds$$

$$P_3=\oint_C (xy-0)\,ds=\oint_C xy\,ds \quad , \text{где је } C:\ x^2+y^2=R^2$$

поларне коорд. $\begin{cases} x=R\cos t\\ y=R\sin t\end{cases}$ $\xrightarrow{0\le t\le \frac{\pi}{2}}$ $\Rightarrow$ $x'=-R\sin t$, $y'=R\cos t$

$\rho=R$ $\qquad ds=\sqrt{x'^2+y'^2}\,dt=R\,dt$

$$\frac{P_3}{4}=\int_0^{\pi/2} R\cos t\cdot R\sin t\cdot R\,dt=R^3\int_0^{\pi/2}\sin t\cos t\,dt=R^3\cdot\frac{\sin^2 t}{2}=\frac{R^3}{2} \Rightarrow \boxed{P_3=2R^3}$$

$$\boxed{P=P_1+P_2+P_3=\frac{2\pi}{3}\left[\sqrt{(1+R^2)^3}-1\right]+2R^3+\pi R^2}$$

- <u>Криволинијски интеграл II-врсте:</u>

$$\boxed{\oint_C P\,dx+Q\,dy+R\,dz \quad , P,Q,R \text{ ф-је од } x,y,z}$$

$$C:\begin{cases} x=\varphi(t) & dx=\varphi'(t)\,dt\\ y=\psi(t) & dy=\psi'(t)\,dt\\ z=\eta(t) & dz=\eta'(t)\,dt\end{cases} \quad , I=\int\left[P\cdot(\varphi(t),\psi(t),\eta(t))\cdot\varphi'(t)+Q\,(-\text{"}-)\cdot\psi'(t)+R\cdot(\varphi(t),\psi(t),\eta(t))\cdot\eta'(t)\right]dt$$