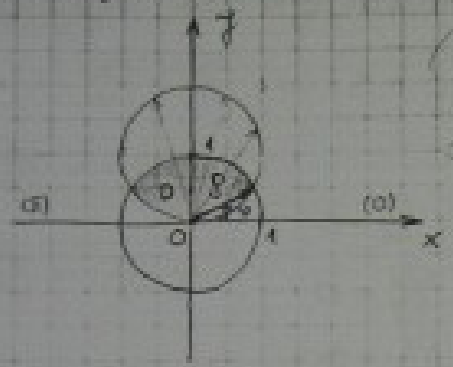
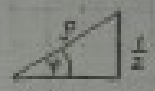
D: Пресецање сфере на xoy раван:



$0 \le \varphi \le \pi$

$0 \le \rho \le 2\sin\varphi$



$\rho \cdot \sin\varphi = \frac{1}{2}$

$\rho = 2\sin\varphi$

или:

$2y = x^2 + y^2$

$2 \cdot \rho \cdot \sin\varphi = \rho^2 \Rightarrow$

$\rho = 0 \wedge \rho = 2\sin\varphi$

Смена: $x = \rho \cdot \cos\varphi$, $y = \rho \cdot \sin\varphi$, $z = \rho$

Ово је управо зато што ρ иде од координатног почетка!

За је ρ управо исто из $x=0$, $y-2=0$

$\Rightarrow x = \rho\cos\varphi \wedge y-2 = \rho\sin\varphi$!

БИТНО!!!

$$\Pi = \int_0^{\pi} d\varphi \cdot \int_0^{2\sin\varphi} (\rho^2 \sin\varphi \cdot \cos\varphi \cdot \rho - \rho \sin\varphi - \rho^3 \sin^2\varphi \cdot \cos\varphi) \cdot \rho \, d\rho =$$

$$= \int_0^{\pi} d\varphi \cdot \left[\sin\varphi\cos\varphi \int_0^{2\sin\varphi} \rho^4 \, d\rho - \sin\varphi \cdot \int_0^{2\sin\varphi} \rho^2 d\rho - \sin^2\varphi\cos\varphi \int_0^{2\sin\varphi} \rho^4 \, d\rho \right] =$$

$$= \int_0^{\pi} d\varphi \cdot \left[\sin\varphi\cos\varphi \cdot \frac{\rho^5}{5}\Big|_0^{2\sin\varphi} - \sin\varphi \cdot \frac{\rho^3}{3}\Big|_0^{2\sin\varphi} - \sin^2\varphi\cos\varphi \cdot \frac{\rho^5}{5}\Big|_0^{2\sin\varphi} \right] =$$

$$= \int_0^{\pi} d\varphi \cdot \left[\frac{1}{5}\sin\varphi\cos\varphi \cdot 32\sin^5\varphi - \frac{1}{3}\sin\varphi \cdot 8\sin^3\varphi - \frac{1}{5}\sin^2\varphi\cos\varphi \cdot 32\sin^5\varphi \right] =$$

$$= \frac{32}{5}\int_0^{\pi} \sin^6\varphi \, d\sin\varphi - \frac{8}{3}\int_0^{\pi} \sin^4\varphi \, d\varphi - \frac{32}{5}\int_0^{\pi} \sin^7\varphi \, d\cos\varphi =$$

$$= \frac{32}{5} \frac{\sin^7\varphi}{7}\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{3}\int_0^{\pi} (3 - 4\cos 2\varphi + \cos 4\varphi) \, d\varphi - \frac{32}{5} \frac{\cos^8}{8}\Big|_0^{\pi}$$

$$= 0 - \frac{1}{3}\left(3\varphi - 2\sin 2\varphi + \frac{1}{4}\sin 4\varphi\right)\Big|_0^{\pi} - 0 = -\pi \Rightarrow \boxed{\Pi = -\pi}$$

25 Дато је векторско поље:

$\vec{A} = (y-z;\ z-x;\ x-y)$

а) Испитати природу тока поља (класификацију поља) и одредити његове векторске линије;

б) Израчунати проток поља кроз део површи:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 3 - \frac{z}{c}$, $z \ge c$

у правцу осе z.