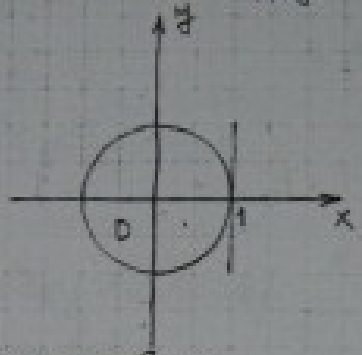
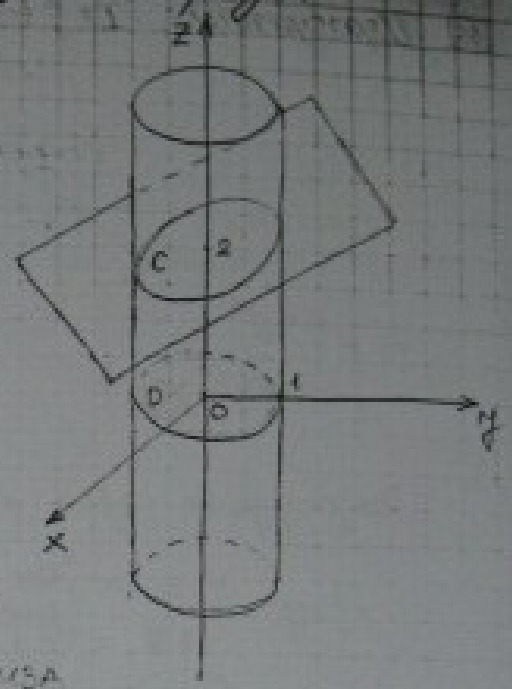
45 Израчунати: $I=\oint_C (y-z)dx+(z-x)dy+(x-y)dz$, где је:

$$C:\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+\frac{z}{2}=1 \end{cases}$$

- xoy -

$$C:\begin{cases} x^2+y^2=1 \text{ - валјак} \\ x+\frac{z}{2}=1 \text{ - раван} \end{cases}$$





D: пројекција C на xoy раван:

D: $x^2+y^2=1$

$\boxed{x=\cos t}$ $\quad \rho^2=1$

$\boxed{y=\sin t}$ $\quad \rho=1$

- ПРЕСЕЧНА КРИВА

C: $\frac{(z-2)^2}{4}+y^2=1$ - елипса

$x+\frac{z}{2}=1 \Rightarrow z=2\cdot(1-x)=2\cdot(1-\cos t) \Rightarrow \boxed{z=4\sin^2\frac{t}{2}}$

$dx=-\sin t\,dt$

$dy=\cos t\,dt$

$dz=8\sin\frac{t}{2}\cdot\frac{1}{2}\cos\frac{t}{2}=4\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}=2\sin t\,dt$

- САДА СВЕ ЗАМЕНИМО У I

$$I=\int_{-\pi}^{\pi}(\sin t-4\sin^2\tfrac{t}{2})\cdot(-\sin t)dt+(4\sin^2\tfrac{t}{2}-\cos t)\cos t\,dt+(\cos t-\sin t)\cdot 2\cdot\sin t\,dt=$$

$$=\int_{-\pi}^{\pi}\Big[\underline{-\sin^2 t}+4\underbrace{\sin t\cdot\sin^2\tfrac{t}{2}}_{\text{непарна}}+4\sin^2\tfrac{t}{2}\cdot\cos t\underline{-\cos^2 t}+2\underbrace{\sin t\cos t}_{\text{непарна}}-2\sin^2 t\Big]dt=$$

$$=\int_{-\pi}^{\pi}\left[-1-(1-\cos 2t)+2(1-\cos t)\cdot\cos t\right]dt=\int_{-\pi}^{\pi}\left[-2+\cos 2t+2\cos t-2\cos^2 t\right]dt=$$

$$=\int_{-\pi}^{\pi}\left[-2+\cancel{\cos 2t}-1-\cancel{\cos 2t}\right]dt$$

$$=-3\int_{-\pi}^{\pi}dt=-6\int_{0}^{\pi}dt=-6t\Big|_{0}^{\pi}=-6\pi$$

$$\boxed{I=-6\pi}$$