Са слике се види да: СМЕНА: $x=\rho\cos\varphi$, $y-2=\rho\sin\varphi$ } $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{4+4\rho\sin\varphi+\rho^2}$! ЗАШТО НЕ УЗИМАМО ПОМЕРАЊЕ КООРД. ?

- Угао: $\boxed{0\le\varphi\le\pi}$

- Из услова задатка и слике видимо да је тачке $\rho=0$, а највеће:

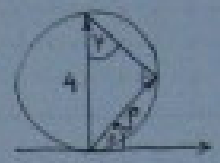
$$x^2+y^2\le 4y \qquad \begin{cases} x=\rho\cos\varphi \\ y=\rho\sin\varphi \end{cases}$$

$$\rho^2\cos^2\varphi+\rho^2\sin^2\varphi\le 4\cdot\rho\cdot\sin\varphi$$

$\boxed{\rho\le 4\cdot\sin\varphi}$ – максимални за сваки угао φ

$\Rightarrow \boxed{0\le\rho\le 4\cdot\sin\varphi}$

МОЖЕ СЕ НАЋИ MAX ρ И ОВАКО:



$$I=\int_0^{\pi}d\varphi\cdot\int_0^{4\sin\varphi}\sqrt{\rho^2}\cdot\rho\cdot d\rho=\int_0^{\pi}d\varphi\cdot I_1$$

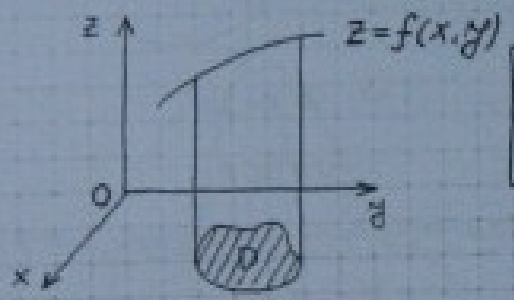
$$I_1=\int_0^{4\sin\varphi}\rho^2 d\rho=\frac{1}{3}\rho^3\Big|_0^{4\sin\varphi}=\frac{64}{3}\sin^3\varphi$$

$$I=\frac{64}{3}\int_0^{\pi}\sin^3\varphi\, d\varphi=\frac{64}{3}\int_0^{\pi}\frac{1}{4}(3\sin\varphi-\sin 3\varphi)\,d\varphi=$$

$$=16\int_0^{\pi}\sin\varphi\, d\varphi-\frac{16}{3}\int_0^{\pi}\sin 3\varphi\, d\varphi=-16\cos\varphi\Big|_0^{\pi}+\frac{16}{9}\cos 3\varphi\Big|_0^{\pi}=16+16-\frac{16}{9}-\frac{16}{9}=\boxed{\frac{256}{9}}$$

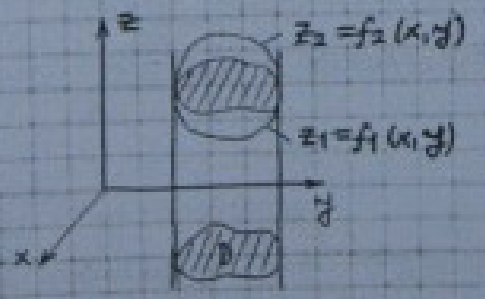
– ПРИМЕНА ДВОЈНИХ ИНТЕГРАЛА –

①



$$\boxed{V=\iint_D z\,dx\,dy}$$

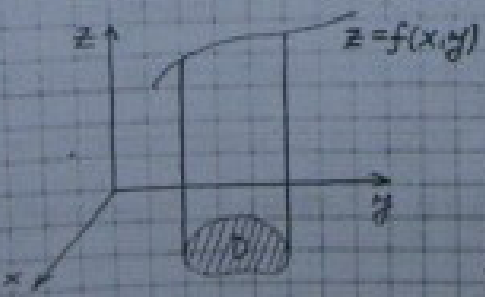
② Две површи које се секу:



$$\boxed{V=\iint_D (z_2-z_1)\,dx\,dy}$$

D – пројекција пресека на xoy осу

③



$$\boxed{P=\iint_D\sqrt{1+p^2+q^2}\,dx\,dy}$$

где су: $p=\frac{\partial z}{\partial x}$, $q=\frac{\partial z}{\partial y}$

④ $P(D)=\iint dx\,dy$ – своди се на површ. фигуру.