$$= \pm \iint\limits_{\substack{0\le\varphi\le 2\pi\\ 0\le\rho\le R}} (\alpha\rho^2\sin\varphi\cos\varphi - \beta\rho\cos\varphi - \gamma\rho\sin\varphi)\rho\, d\rho\, d\varphi =$$

$$= \pm \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\cos\varphi\sin\varphi \int_0^R 2\rho^2 d\rho - \cos\varphi \int_0^R \rho^2 d\rho - \sin\varphi \int_0^R \rho^2 d\rho\right] = 0$$

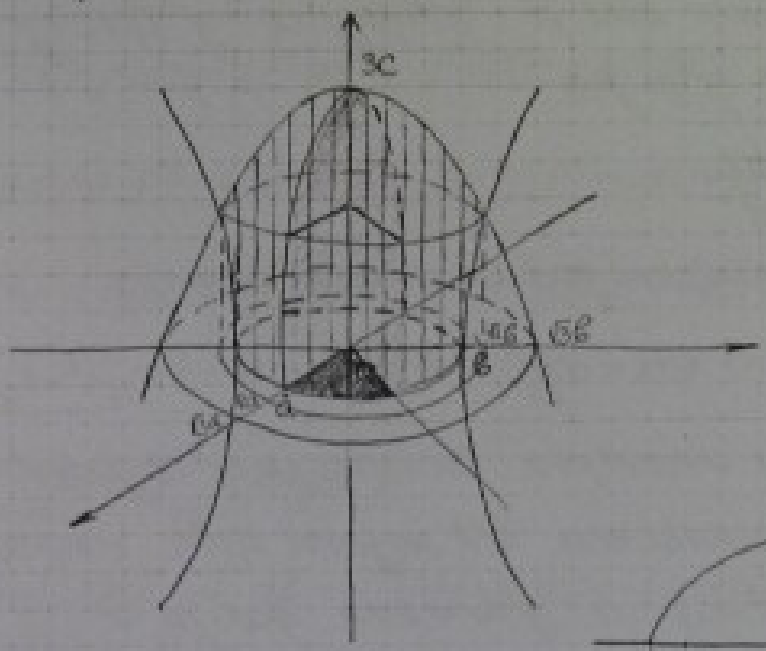
11.11.1991.

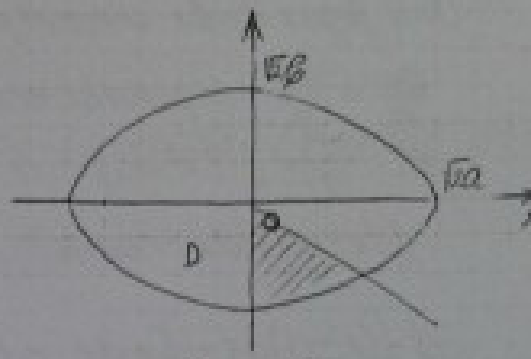
34 а) Израчунати запремину тела одређену системом неједнакости:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}\le 1,\quad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\le 3-\frac{z}{c},\quad 0\le y\le x,\quad z\ge 0$$

(a, b, c су позитивне константе).

б) За $a=b$ израчунати површину тог тела.





$V = V_1 - V_2$

V_1 - површина целог параболоида

$$V_1 = \iint\limits_D z\,dx\,dy = \iint\limits_{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2} c\cdot\left(3-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)dx\,dy$$

D: $\frac{x^2}{(\sqrt{2}a)^2}+\frac{y^2}{(\sqrt{2}b)^2}=1$

$$\left(\begin{array}{ll} x=a\rho\cos\varphi & 0\le\varphi\le \operatorname{arctg}\frac{a}{b} \\ y=b\rho\sin\varphi & \\ \rho - \text{обр} & 0\le\rho\le\sqrt{2}\end{array}\right.$$

$\frac{y}{x}=\operatorname{tg}\varphi$

$\frac{a}{b}=\operatorname{tg}\varphi \Rightarrow \varphi=\operatorname{arctg}\frac{a}{b}$

D: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2$

(зар. иде $\varphi=2\pi$)

$$= c\int_0^{\operatorname{arctg}\frac{a}{b}} d\varphi\cdot\int_0^{\sqrt{2}}\left(3-\frac{a^2\rho^2\cos^2\varphi}{a^2}-\frac{b^2\rho^2\sin^2\varphi}{b^2}\right)ab\rho\, d\rho = c\int_0^{\operatorname{arctg}\frac{a}{b}} d\varphi\cdot\int_0^{\sqrt{2}}(3-\rho^2)\,ab\rho\, d\rho =$$

$$= abc\int_0^{\operatorname{arctg}\frac{a}{b}} d\varphi\cdot(3\rho-\rho^3) = 2abc\operatorname{arctg}\frac{a}{b}$$