

РАЧУНСКА ВЕЖБА ИЗ ГРАЂЕВИНСКИХ МАТЕРИЈАЛА 1

(Припрема за полагање 2. тест колоквијума)

АГРЕГАТ

3.2 Гранулометријски састав агрегата

21) Које количине појединих фракција (уобичајних називних величина) садржи мешавина агрегата са ординатама линије просејавања (гранулометријске криве) према датој табlici?

d_i (mm)	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	31,5
Y_i (%)	4	8	18	20	27	30	54	74	100

Решење:

$0/4 - 30\%$, $4/8 - 54\% - 30\% = 24\%$, $8/16 - 74\% - 54\% = 20\%$, $16/31,5 - 100\% - 74\% = 26\%$

22) Мешавина два агрегата (I) и (II), чији је гранулометријски састав дат у приложеној табlici, у размери 1:1, имаће следећи састав - (A), (B) или (C):

d_i (mm)	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	31,5
Y_i (%) (I)	18	41	63	78	94	98	100	100	100
Y_i (%) (II)	2	5	7	12	16	20	42	70	100

d_i (mm)	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	31,5
Y_{im} (%) (A)	21	47,5	68,5	86	98	100	100	100	100
Y_{im} (%) (B)	12	27,5	39,5	52	61	70	90	96	100
Y_{im} (%) (C)	10	23,0	35,0	45	55	59	71	85	100

Теоријска основа:

Процентуалне проласке мешавине N агрегата кроз сита одговарајућих отвора (d_i) рачунамо на следећи начин (под условом да располажемо гранулометријским кривама просејавања за сваки од N агрегата из мешавине):

$$Y_{M,i} = \sum_{j=1}^N X_j * Y_{ij},$$

при чему су:

Y_{ij} - процентуални пролазак j - ог агрегата из мешавине кроз сито са отвором d_i ,
 X_j - процентуално учешће j - ог агрегата из мешавине у самој мешавини,
 $Y_{M,i}$ - процентуални пролазак мешавине агрегата кроз сито са отвором d_i .

При томе, наравно, мора бити испуњен и следећи услов (то је увек последња једначина у систему за од N линеарних алгебарских једначина са N непознатих, чијим решавањем (**систем има јединствено решење**) добијамо процентуална учешћа свих агрегата у мешавини):

$$\sum_{j=1}^N X_j = 1 \text{ или } 100\%.$$

Решење:

Имамо два агрегата у мешавини и при томе је $X_1:X_2=1:1 \Rightarrow X_1=X_2=0.5$. Заменом у формулу $Y_{M,i} = \sum_{j=1}^N X_j * Y_{ij}$ при чему је $N=2$, а Y_{i1}, Y_{i2} су дати табеларно за одговарајућа сита, добијамо:

$$Y_{M,i} = \sum_{j=1}^2 X_j * Y_{ij} = \frac{Y_{i1} + Y_{i2}}{2},$$

за сита са отворима $d_i = 0.125, 0.25, 0.5, \dots$

Одговор: Ц

24) Која зрна недостају мешавини агрегата дисконтинуалног гранулометријског састава према датој табелици?

$d_i(\text{mm})$	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	31,5
$Y_i(\%)$	0	0	10	10	10	42	42	42	100

Решење:

Недостају зрна која припадају фракцији d_i/d_{i+1} ако су ординате гранулометријске криве на ситима са отворима d_i и d_{i+1} једнаке, тј. ако на интервалу d_i/d_{i+1} нема пораста ординате гранулометријске криве.

Одговор: Ц

3.3 Физичка својства агрегата

6) 1300 kg агрегата, крупноће 2/4 mm, запреминске масе зрна од 2600 kg/m³, помешано је са 100 kg (l) воде. Ако су зрна агрегата 100% компактна (не упијају воду), онда ће додатих 100 kg воде формирати танак водени филм на површини зрна, чија дебљина износи:

Решење:

Укупна запремина свих зрна агрегата масе 1300 kg износи $V_a = \frac{m_a}{\gamma_a} = \frac{1300}{2600} = 0.5 m^3$. Ако за сва зрна агрегата фракције d_i / d_{i+1} претпоставимо да су облика сфере пречника $\bar{d} = \frac{d_i + d_{i+1}}{2} = 3 mm = 3 * 10^{-3} m$, онда можемо успоставити следећу релацију између површине и запремине свих зрна:

$$V_a = N * V_{za,1} = N * \frac{\bar{d}^3 \pi}{6} = N * \frac{\bar{d}}{6} * F_{za,1} = \frac{\bar{d}}{6} F_a;$$

$$F_a = \frac{6V_a}{\bar{d}} = \frac{6 * 0.5}{3 * 10^{-3}} = \frac{3}{3 * 10^{-3}} = 1000 m^2;$$

при чему су:

N - број зрна агрегата у посматраној запремини,

$V_{za,1}$ - запремина једног (било ког, јер су сва исте величине) зрна агрегата,

$F_{za,1}$ - површина једног (било ког, јер су сва исте величине) зрна агрегата.

Површина коју запремина воде од 100 l треба да покрије износи $1000 m^2$, а тражену дебљину слоја добијамо на следећи начин:

$$\mu = \frac{V_v}{F_a} = \frac{100 * 10^{-3}}{1000} = 1 * 10^{-4} m = 0.1 mm$$

Одговор: Б

15) Запреминска маса мешавине две или више фракција агрегата, у односу на запреминску масу само једне фракције, је

Решење:

већа, пошто зрна ситније фракције испуњавају шупљине између зрна крупније фракције, чиме се запремина шупљина смањује.

Одговор: Б

18) Запремина шупљина између зрна агрегата, било да је реч о збијеном или растреситом стању, је:

Решење:

приближно једнака код свих фракција и износи од 30% до 40%, јер запреминска маса, као и запремина шупљина у оквиру једне категорије зрна, практично не зависи од крупноће зрна агрегата.

Одговор: Д

19) Између запреминске масе агрегата (γ_a), запреминске масе зрна агрегата (γ_{za}) и специфичне масе агрегата (γ_{sa}) важе следеће релације:

Решење:

$\gamma_{sa} \geq \gamma_{za} > \gamma_a$, једнакост се односи на случај апсолутно компактних зрна агрегата.

Одговор: Ц

22) Дробљењем стенске масе, чија запреминска маса износи 2700 kg/m^3 , добијен је агрегат код кога запремина шупљина између зрна и запремина зрна стоје у односу 1 : 2. Запреминска маса овог агрегата износи:

Решење:

$$V_{sa} : V_{za} = 1 : 2 \Rightarrow V_{za} = 2V_{sa};$$

$$p_a = \frac{V_{sa}}{V_a} 100 = \frac{V_{sa}}{V_{sa} + V_{za}} 100 = \left(1 - \frac{\gamma_a}{\gamma_{za}}\right) 100(\%);$$

$$p_a = \frac{V_{sa}}{V_{sa} + 2V_{sa}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - \frac{\gamma_a}{\gamma_{za}} \Rightarrow \frac{\gamma_a}{\gamma_{za}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \gamma_a = \frac{2}{3} 2700 = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Одговор: Б

23) У метални суд запремине $10,0 \text{ l}$ и масе $8,0 \text{ kg}$ слободно је усут потпуно сув агрегат до врха, поравнат, а затим је измерен суд заједно са агрегатом ($26,0 \text{ kg}$). Након овога у исти суд са агрегатом усута је вода до врха и поново измерена маса ($30,0 \text{ kg}$). Под претпоставком да су зрна агрегата 100% компактна, проценат шупљина између зрна (p_a), запреминска маса (γ_a) и специфична маса овог агрегата (γ_{sa}) износе:

Решење:

$$\gamma_a = \frac{m_a}{V_a} = \frac{m_{s+a} - m_s}{V} = \frac{26 - 8}{10 \cdot 10^{-3}} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$p_a = \frac{V_{sa}}{V_a} 100 = \frac{V_v}{V_a} 100 = \frac{m_v}{\gamma_v V_a} 100 = \frac{m_{s+a+v} - m_{s+a}}{\gamma_v V_a} 100 = \frac{4}{1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} 100 = 40\%;$$

$$p_a = \left(1 - \frac{\gamma_a}{\gamma_{sa}}\right) 100 \Rightarrow \frac{\gamma_a}{\gamma_{sa}} = 0.6 \Rightarrow \gamma_{sa} = \gamma_a = \frac{\gamma_a}{0.6} = \frac{1800}{0.6} = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Одговор: Б

МАЛТЕРИ

Задатак 1.

Један цементни малтер се справља у следећој запреминској размери: цемент: песак = 1:3.5, а запреминске масе цемента и песка износе, респективно, 1400 kg/m^3 и 1680 kg/m^3 . Одговарајући однос цемента и песка у масеној размери (размери према масеним јединицама) тада је:

Теоријска основа (размера мешања по запреминама – запремински односи):

$$V_w : V_p = 1 : p \Rightarrow V_p = p V_w \Leftrightarrow \frac{m_p}{\gamma_p} = p \frac{m_w}{\gamma_w} \Rightarrow m_p = p \frac{\gamma_p}{\gamma_w} m_w = \bar{p} m_w \Rightarrow m_w : m_p = 1 : \bar{p};$$

$$\bar{p} = p \frac{\gamma_p}{\gamma_w};$$

$$m_v = \omega m_w.$$

при чему су:

V_w - запремина употребљеног везива (креч, цемент и сл.),

V_p - запремина употребљеног агрегата (песка),

m_p - маса употребљеног агрегата (песка),

m_w - маса употребљеног везива (креч, цемент и сл.),

m_v - маса употребљене воде;

ω - водовезивни фактор (у случају да је везиво цемент (најчешћи случај) назива се водоцементни фактор);

γ_p - запреминска маса употребљеног агрегата (песка),

γ_w - запреминска маса употребљеног везива (креч, цемент и сл.).

Решење:

$$V_c : V_p = 1 : 3.5 \Rightarrow V_p = 3.5 V_c \Rightarrow \frac{m_p}{\gamma_p} = 3.5 \frac{m_c}{\gamma_c} \Rightarrow m_p = 3.5 \frac{\gamma_p}{\gamma_c} m_c = 3.5 \frac{1680}{1400} m_c = 4.2 m_c \Rightarrow$$

$$m_c : m_p = 1 : 4.2$$

Друга варијанта (размера мешања по масама – масени односи):

$$m_w : m_p = 1 : q \Rightarrow m_p = q m_w \Rightarrow V_p \gamma_p = q V_w \gamma_w \Rightarrow V_p = q \frac{\gamma_w}{\gamma_p} V_w = \bar{q} V_w \Rightarrow V_w : V_p = 1 : \bar{q};$$

$$\bar{q} = q \frac{\gamma_w}{\gamma_p};$$

$$m_v = \omega m_w.$$

Задатак 2.

Стандардни цементни малтер, справљен од стандардног песка (100% компактна зрна), чија специфична и запреминска маса износе, респективно, 2570 kg/m³ и 1500 kg/m³ и цемента чија је специфична маса 3000 kg/m³, припада (приближно), групи:

Теоријска основа:

Коефицијент компактности свежег, уграђеног (збијеног) малтера се дефинише као однос запремине везивне пасте (каше) (везивну пасту чине везиво и вода) и запремине шупљина између зрнаца песка:

$$k = \frac{V_{wp}}{V_s} = \frac{\bar{V}_w + V_v}{(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma_{cp}}) V_p},$$

при чему су:

\bar{V}_w - апсолутна запремина употребљеног везива,
 V_v - запремина употребљене воде,
 γ_p - запреминска маса употребљеног агрегата (песка),
 γ_{sp} - запреминска маса зрна употребљеног агрегата (песка) (у случају да су зрна агрегата 100% компактна (готово увек) онда можемо писати $\gamma_{sp} = \gamma_p$, где је γ_p специфична маса агрегата (песка)),
 V_p - запремина употребљеног агрегата (песка),

Класификација малтера према вредности коефицијента компактности:

- 1) $k > 1$, **мастан малтер** (запремина везивне пасте је већа од запремине шупљина између зрнаца песка, тј. везивна паста у потпуности испуњава шупљине између зрна песка и сва зрнаца обавија слојем мање или веће дебљине);
- 2) $k = 1$, **густ малтер** (запремина везивне пасте је једнака запремини шупљина између зрнаца песка);
- 3) $k < 1$, **постан малтер** (запремина везивне пасте је мања од запремине шупљина између зрнаца песка).

У случајевима густог и посног малтера, запремина песка потребног за израду 1 m^3 свежег уграђеног малтера износи 1 m^3 ,

$$V_p = V_m = 1\text{ m}^3,$$

$$m_p = \gamma_p V_p = \gamma_p$$

Решење:

За стандардни цементни малтер важе следеће релације:

$$m_c : m_p = 1 : 3 \Rightarrow m_p = 3m_c;$$

$$\omega = \frac{m_v}{m_c} = 0.5 \Rightarrow m_v = 0.5m_c$$

$$V_{cp} = \bar{V}_c + V_v = \frac{m_c}{\gamma_{sc}} + \frac{m_v}{\gamma_v} = \frac{m_c}{3000} + \frac{0.5m_c}{1000} = \left(\frac{1}{3000} + \frac{0.5}{1000}\right)m_c = 8.3333 \cdot 10^{-4} m_c;$$

$$V_s = \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma_r}\right)V_p = \left(\frac{1}{\gamma_r} - \frac{1}{\gamma_p}\right)m_p = 2.7756 \cdot 10^{-4} m_p = 2.7756 \cdot 10^{-4} \cdot 3m_c = 8.3268 \cdot 10^{-4} m_c;$$

$$k = \frac{V_{cp}}{V_s} = \frac{8.3333}{8.3268} \approx 1$$

Дакле, реч је о **густом** малтеру.

Задатак 3.

Колико износе количине цемента, воде и агрегата, респективно, за 1 m^3 цементног малтера, справљеног од цемента ($\gamma_{sc}=3000\text{ kg/m}^3$) и песка, чија запреминска маса и запреминска маса зрнаца износе, респективно, 1750 kg/m^3 и 2625 kg/m^3 , под условом да цементна каша, са водоцементним фактором 0.50, у потпуности испуни све шупљине између зрнаца песка?

Решење:

Цементни малтер у потпуности испуњава све шупљине између зрнаца песка - реч је о густом малтеру па је коефицијент компактности једнак 1.

$$\frac{\gamma_p}{\gamma_{sp}} = \frac{1750}{2625} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_s = \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma_{sp}}\right) V_p = \left(1 - \frac{2}{3}\right) * 1 = \frac{1}{3} \frac{m^3}{m^3} \text{ maltera}$$

$$k = 1 \Rightarrow V_{cp} = V_s \Rightarrow \bar{V}_c + V_v = \frac{m_c}{\gamma_{sc}} + \frac{m_v}{\gamma_v} = \frac{m_c}{3000} + \frac{0.5m_c}{1000} = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3000} + \frac{0.5}{1000}\right)m_c = \frac{1}{3} \Rightarrow 2.5m_c = 1000$$

$$\Rightarrow m_c = 400 \frac{kg}{m^3};$$

$$m_v = 0.5m_c = 0.5 * 400 = 200 \frac{kg}{m^3};$$

$$m_p = \gamma_p = 1750 \frac{kg}{m^3}$$

Задатак 4.

Цементна паста ($\gamma_{sc}=3000 \text{ kg/m}^3$, $\gamma_v=1000 \text{ kg/m}^3$), у мешавини за цементни малтер испуњава све празне просторе између зрна песка. Колико износе запреминска и специфична маса песка (γ_p и γ_{sp}), као и водоцементни фактор ω , ако су зрна песка непорозна, а за 1 m^3 малтера, количине цемента, воде и песка износе 400 kg, 200 kg и 1760 kg, респективно?

Решење:

Цементни малтер у потпуности испуњава све шупљине између зрнаца песка - реч је о густом малтеру па је коефицијент компактности једнак 1.

$$k = 1 \Rightarrow V_{cp} = V_s \Rightarrow \bar{V}_c + V_v = \frac{m_c}{\gamma_{sc}} + \frac{m_v}{\gamma_v} = \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma_{sp}}\right) V_p \Rightarrow \frac{400}{3000} + \frac{200}{1000} = \left(1 - \frac{1760}{\gamma_{sp}}\right) * 1 \Rightarrow$$

$$\frac{1760}{\gamma_{sp}} = 1 - \frac{400}{3000} - \frac{200}{1000} = 1 - \frac{2}{15} - \frac{1}{5} = \frac{15-2-3}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow \gamma_{sp} = \frac{3*1760}{2} = 2640 \frac{kg}{m^3};$$

$$m_p = \gamma_p = 1760 \frac{kg}{m^3};$$

$$\omega = \frac{m_v}{m_c} = \frac{200}{400} = 0.5$$

Задатак 5.

Након уграђивања стандардног цементног малтера у калупе, ради добијања узорака за испитивање класе цемента, констатовано је да је у једну призму уграђено 518.4 g свежег малтера. Специфичне масе цемента и стандардног песка износе, респективно, 3.0 g/cm^3 и 2.7 g/cm^3 . Запреминска маса свежег, уграђеног малтера, количине материјала за 1 m^3 малтера и компактност малтера према Feret - у, респективно, износе:

Теоријска основа:

Компактност свежег, уграђеног малтера по **Feret** - у дефинише се као збир апсолутних запремина чврстих састојака (употребљеног везива и агрегата) у 1 m^3 малтера (зрна везива и агрегата сматрамо 100% компактним), односно, имајући у виду релацију:

$$\bar{V}_w + \bar{V}_p + V_v + V_s = 1\text{ m}^3,$$

при чему су:

\bar{V}_w - апсолутна запремина употребљеног везива (запремина зрнаца везива),

\bar{V}_p - апсолутна запремина употребљеног агрегата (песка),

V_v - запремина употребљене воде,

V_s - запремина шупљина које су заостале након уграђивања,

можемо писати:

$$K_F = \bar{V}_w + \bar{V}_p = 1 - (V_v + V_s) = 1 - V_s - \frac{m_v}{\gamma_v}$$

Запреминска маса свежег, уграђеног малтера (масена једначина):

$$\gamma_{m,sv} = m_w + m_v + m_p;$$

$$m_w : m_p = 1 : q \Rightarrow m_p = qm_w;$$

$$m_v = \omega m_w;$$

$$\gamma_{m,sv} = m_w + qm_w + \omega m_w = (1 + q + \omega)m_w$$

Све масе се у претходном изразу се изражавају по m^3 свежег, уграђеног малтера.

Решење:

За стандардни цементни малтер важе следеће релације:

$$m_c : m_p = 1 : 3 \Rightarrow m_p = 3m_c;$$

$$\omega = \frac{m_v}{m_c} = 0.5 \Rightarrow m_v = 0.5m_c$$

$$\gamma_{m,sv} = \frac{m_{m,sv}}{V_{m,sv}} = \frac{m_{m,sv}}{V_{pr}} = \frac{518.4}{4 * 4 * 16} = \frac{518.4}{256} = 2.025 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$\gamma_{m,sv} = m_c + m_v + m_p = m_c + 0.5m_c + 3m_c = 4.5m_c \Rightarrow m_c = \frac{\gamma_{m,sv}}{4.5} = \frac{2025}{4.5} = 450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$m_p = 3m_c = 3 * 450 = 1350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$m_v = 0.5m_c = 0.5 * 450 = 225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$K_F = \bar{V}_c + \bar{V}_p = \frac{m_c}{\gamma_{sc}} + \frac{m_p}{\gamma_{sp}} = \frac{450}{3000} + \frac{1350}{2700} = 0.15 + 0.50 = 0.65$$

ГРАЂЕВИНСКА КЕРАМИКА

Задатак 11.

У циљу провере марке обичне, пуне опеке, испитивањем чврстоће при притиску 5 стандардних узорака, чије су димензије у основи $25 * 12$ cm, добијене су силе лома према приложеној табели.

Према томе, за марку опеке МО 100:

Узорак бр.	1	2	3	4	5
$P_{gr} (KN)$	255	291	297	324	345

Решење:

Одговарајуће притисне чврстоће износе ($A_0 = 25 * 12 = 300 cm^2$):

Узорак бр.	1	2	3	4	5
$f_p (bar)$	85	97	99	108	115

Према важећем стандарду за доказ марке опеке 100, морају бити испуњени следећи услови:

- 1) $\bar{f}_p \geq MO$;
- 2) $f_{p, \min} \geq 0.8 MO$;

Како је у нашем примеру:

$$\bar{f}_p = \frac{\sum_{i=1}^5 f_{pi}}{5} = \frac{504}{5} = 100.8 bar \geq 100 bar,$$

$$f_{p, \min} = 85 bar \geq 0.8 * 100 = 80 bar,$$

јасно је да су оба услова задовољена тј. да је марка опеке МО100 потврђена.

Одговор: Д

Задатак 12.

Испитивањем носивости једне врсте вученог црепа добијене су силе лома према приложеној табели. На основу добијених сила лома, може се закључити следеће:

Узорак бр.	1	2	3	4	5
$P_{gr} (N)$	950	945	930	945	740

Решење:

Просечна сила лома вученог црепа, као и минимална појединачна сила лома, износе респективно:

$$\bar{P}_{gr} = \frac{4510}{5} = 902 N,$$

$$P_{gr, \min} = 740 N.$$

Услови стандарда за вучени цреп налажу просечну силу лома (односно минималну силу лома) од 900N и већу (односно 750N и већу), па на основу добијених резултата можемо констатовати да су услови стандарда за вучени цреп у погледу носивости делимично испуњени: просечна сила лома задовољава, а минимална је испод стандардом захтеване минималне вредности.

Одговор: Д

Задатак 20.

Испитивањем чврстоће при притиску узорка израђених од стандардног цементног малтера, у циљу провере класе чврстоће цемента PC 52.5N, према стандарду JUS B.C1.011.2001, добијене су силе лома при притиску према приложеној табели:

Призма број	P_{gr} (KN) (на 2 дана)		P_{gr} (KN) (на 28 дана)	
1	30.6	30.3	83.0	82.4
2	30.4	30.5	82.6	82.2
3	30.3	30.3	82.0	82.2

Да ли добијени резултати задовољавају услове стандарда за дати цемент?

Решење:

Одговарајуће притисне чврстоће износе ($A_0 = 4 * 4 = 16 \text{ cm}^2$):

Призма број	f_p (MPa) (на 2 дана)		f_p (MPa) (на 28 дана)	
1	19.13	18.94	51.88	51.50
2	19.00	19.06	51.62	51.38
3	18.94	18.94	51.25	51.38

Просечна вредност притисне чврстоће призматичног узорка према важећем стандарду треба да буде 18 МПа (при старости узорка од два дана), а при старости узорка од 28 дана 50 МПа (видети табелу 2. у прилогу који је подељен на вежбама) да би била доказана класа цемента 52.5N. На основу података из табеле израчунавамо просечне вредности притисних чврстоћа на 2, односно 28 дана, које износе респективно 19.00 МПа и 51.50 МПа, па су самим тим услови стандарда задовољени тј. доказана је класа цемента 52.5N (за доказ исте морају бити задовољена оба услова).

Одговор: Ц

ХВАЛА НА ПАЖЊИ!